

**Физико-математические науки**

УДК 621.372.8

**ЗАПРЕДЕЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД  
СО СВЕРХПРОВОДНИКОМ**Головкина М.В.  
ПГУТИ,  
Самара, Россия

Показана возможность распространения электромагнитных волн при частотах ниже частоты отсечки в прямоугольном волноводе, содержащем слой метаматериала и обычного диэлектрика, разделенный тонкой сверхпроводящей пленкой.

Метаматериалы представляют собой искусственные композиты, обладающие новыми свойствами, не присущими обычным материалам. При использовании в волноводных структурах метаматериалов в отрицательным значением показателя преломления в волноводах наблюдаются электромагнитные волны, распространяющиеся при частотах, меньших, чем частота отсечки [1, 2]. В работе рассматриваются дисперсионные характеристики прямоугольного волновода, содержащего слой диэлектрика и слой метаматериала с отрицательным показателем преломления, разделенные тонкой пленкой сверхпроводника второго рода в резистивном состоянии. Показано, что в рассматриваемом волноводе может наблюдаться распространение электромагнитных волн при частотах меньше частоты отсечки двухслойного волновода с тонкой сверхпроводящей пленкой, разделяющей слои обычных диэлектриков с положительным показателем преломления. Также показано, что при частотах ниже частоты отсечки может наблюдаться усиление волн за счет энергии вихревой структуры, движущейся в слое сверхпроводника под действием транспортного тока.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Кондратьев И.Г., Смирнов А.И., Ильин Н.В. // Известия вузов. Радиофизика. - 2006. - т. 49. - № 7. - с. 618.

2. Hrabar S., Jankovic G. // Antennas and Propagation Society Intern. Symposium, IEEE. 9-14 July 2006. - P. 475.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ВОЛНОВОГО ДВИЖЕНИЯ ТРЕХФАЗНОЙ  
СРЕДЫ, ИНИЦИИРУЕМОГО БЕГУЩЕЙ  
ПО ЕЕ ГРАНИЦЕ СВЕРХЗВУКОВОЙ  
НАГРУЗКОЙ**Кубанова А.К., Кубанова Л.Б.  
КЧГТА,  
Черкесск, Россия

Многофазные среды часто встречаются в природе и в различных областях человеческой деятельности. В связи с этим, актуальным является исследование механизма воздействия динамических нагрузок на многофазные массивы, кинетика и динамика волновых процессов, возникающих в них, как реакция на эти воздействия.

1. Рассмотрим среду, состоящую из трех фаз, которая занимает нижнее полупространство. Возьмем начало координат на свободной поверхности, ось  $y$  направим внутрь среды, а ось  $x$  по границе среды вправо. Пусть на границе среды приложена постоянная по величине нагрузка, передний фронт которой бежит с постоянной скоростью  $D_0$  вдоль границы.

Исследуем волновое движение трехфазной среды, возбужденное таким источником.

Решение этой задачи проводится на основе взаимопроникающих движений сжимающей жидкости [1] и односкоростной теории трехфазной среды [2]. Следуя [3, 4], введем обозначения.

Приведенную плотность  $i$ -ой фазы ( $i = 1, 2, 3$ ) обозначим  $\rho_i$ , а ее истинную плотность через  $\rho_i^0$  тогда плотность трехфазной среды выразится

$$r = r_1 + r_2 + r_3 \quad (1)$$

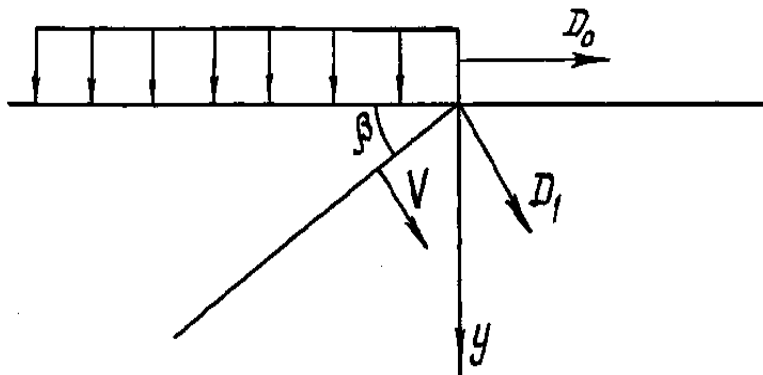


Рис. 1.

Объемные доли фаз среды определяются

$$f_i = r_i / r_i^0 \quad (2)$$

Для каждой фазы среды примем закон независимой сжимаемости фаз и давление всех фаз считаем совпадающими и равными давлению  $P$  среды.

Припишем индекс "0" параметрам смеси в некотором начальном состоянии, тогда

$$\begin{aligned} r_0 &= f_{10} r_{10}^0 + f_{20} r_{20}^0 + f_{30} r_{30}^0 \\ f_{10} + f_{20} + f_{30} &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

При распространении ударной волны в трехфазной среде примем для газовой фазы среды адиабату Гюгонио, а для жидкой и твердой фаз используем уравнение сжатия

$$\frac{r_1^0}{r_{10}^0} = \frac{cP + P_0}{P_0 c + P}, \quad (5)$$

$$P - P_0 = K_i \left( 1 - \frac{r_{i0}^0}{r_i^0} \right), \quad i = 2, 3 \quad (6)$$

где  $g$  - показатель адиабаты воздуха,  $K_i$  - модуль объемного сжатия соответствующей фазы.

Пусть  $V$  - скорость частиц среды на ударной волне, движущейся со скоростью  $D_1$  трехфазной среде (перед волной среда покоится). На ударной волне имеем

$$D_1 r_0 = r(D_1 - V) \quad (7)$$

$$D_1 r_0 V = P - P_0, \quad D_1 = D_0 \sin b \quad (8)$$

Кроме уравнения сохранения массы и количества движения запишем уравнение энергии для трехфазной среды

$$D_1 r_0 \frac{V^2}{2} + D_1 (f_{10} r_{10}^0 E_1 + f_{20} r_{20}^0 E_2 + f_{30} r_{30}^0 E_3) = PV \quad (9)$$

$E_1, E_2, E_3$  - приращение внутренних энергий единицы массы соответствующих фаз, которые имеют вид

$$E_1 = \frac{P_0}{(g-1)} \cdot \frac{(P^2 - P_0^2)}{(cP + P_0) r_{10}^0} \quad (10)$$

$$E_2 = \frac{P_0^2}{2K_2 r_{20}^0} \left( \frac{P}{P_0} - 1 \right)^2; \quad E_3 = \frac{P_0^2}{2K_3 r_{30}^0} \left( \frac{P}{P_0} - 1 \right)^2$$

Из соотношений (5) - (10) получим уравнение состояния трехфазной среды,

$$\frac{r_0}{r} = 1 - \left[ \frac{2f_{10}}{g-1} \cdot \frac{P - P_0}{(cP - P_0)} + \frac{(P - P_0)^2}{P + P_0} \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right) \right] \quad (11)$$

а затем определим скорость фронта ударной волны в среде и скорость частиц среды на ней в начальной точке 0.

$$D_1^2 = \frac{P_0}{r_0} \left( \frac{P}{P_0} - 1 \right) \left( 1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-1}; \quad (12)$$

Скорость звука в трехфазной среде выразится:

$$c^2 = \frac{\left[ f_{10} \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{g}} + f_{20} \left( 1 - \frac{P - P_0}{K_2} \right) + f_{30} \left( 1 - \frac{P - P_0}{K_3} \right) \right]^2}{r_0 \left( \frac{1}{P g} + f_{10} \frac{P_0^g}{g+1} + \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right)} \quad (13)$$

Задавая величину бегущей нагрузки получим ее скорость на границе и угол наклона фронта в точке локализации внешнего воздействия

$$D_0^2 = \frac{cP - P_0}{r_{10}^0(c-1)}; \quad \sin b = \frac{D_1}{D_0}$$

Зная угол наклона ударной волны к границе, можно определить составляющие скорости частиц по осям координат

$$U = V \sin b; \quad V = V \cos b$$

2. Рассмотрим задачу о двумерном движении трехфазной среды (типа смеси воздух-вода-кварц), которая инициируется бегущей вдоль плоской границы волновой нагрузкой переменного профиля. Вид профиля нагрузки неизвестен. Область возмущенного движения среды ограничена ударной волной, форму которой задаем уравнением.

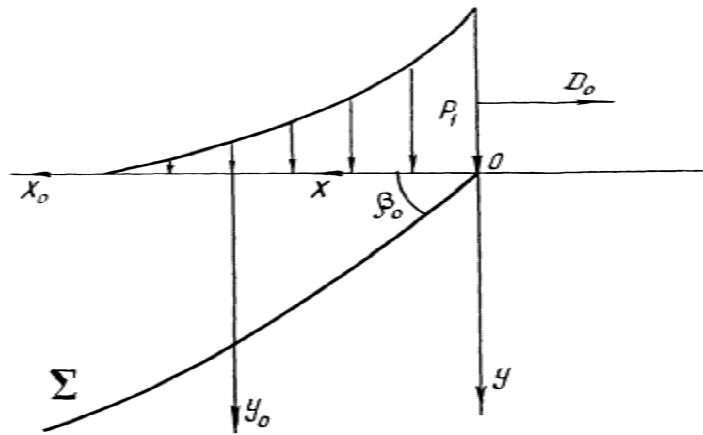


Рис. 2. Постановка задачи

$$x = ay + by^2 \quad (15)$$

где  $a, b$  - коэффициенты, зависящие от содержания фаз в среде и давления среды. Действительно

$$ctg b = a + 2by$$

при  $x = y = 0$  значении  $\beta = \beta_0$  начальному углу наклона  $a = ctg \beta_0$ .

Предположим, что изменение угла наклона касательной к ударной волне в среде на  $a$  при  $y = y_1$  дается выражением

$$b = [ctg(b_0 - a) - a] \cdot (2y_1)^{-1} \quad (16)$$

Такое определение гарантирует нам реальные значения коэффициентов. Обращаем внимание, что определение угла  $\beta$  было дано в первой части. Угол изменяется от начального значения в зависимости от числа "шагов" вдоль ударной волны в среде.

$$b = b_0 - a \cdot n \quad (17)$$

где  $n$  - число шагов,  $a$  - величина шага по углу. Число шагов определяется из условия, что скорость фронта ударной волны в среде должна быть больше, чем местная скорость звука со стороны невозмущенной области.

$$D_1 > C_0$$

Давление со стороны невозмущенной области определяется по формуле:

$$P_0 = P_{амм} + r_y g y \quad (18)$$

где  $y$  - глубина полупространства среды,  $g$  - ускорение свободного падения

$$y \leq y_\Sigma = \frac{ctg b - a}{2b} \quad (19)$$

$y_\Sigma$  - глубина полупространства среды по ударной волне.

Изменение плотности среды  $r_y$  с глубиной учитывается, исходя из уравнения состояния трехфазной среды.

$$r_y = r_{амм} \left[ f_{10} \left( \frac{P_{амм}}{P_0} \right)^{\frac{1}{g}} + f_{20} \left( 1 - \frac{P_0 - P_{амм}}{K_2} \right) + f_{30} \left( 1 - \frac{P_0 - P_{амм}}{K_3} \right) \right]^{-1}$$

$r_{амм}$  - плотность среды при атмосферном давлении.

По изложенной в первой части методике определяем все параметры на ударной волне (сделав  $n$ -шагов).

После формирования параметров на ударной волне, приступаем к решению искомой задачи - определению закона изменения бегущей нагрузки на границе среды и параметров возмущенного движения среды, вызванное этой нагрузкой переменного профиля, значение которой известно только в начальной точке 0. Решается обратная задача. В неподвижной координатной системе  $(x_0, y_0)$  движение будет неустановившимся. Введем координатную систему  $(x, y)$  связанную с движущимся фронтом нагрузки, тогда движение среды в этой системе будет установившимся. Уравнения движения и неразрывности в подвижной системе координат принимают вид:

$$\begin{aligned} (U + D_0) \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= - \frac{C^2}{r} \frac{\partial r}{\partial x}; \\ (U + D_0) \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= - \frac{C^2}{r} \frac{\partial r}{\partial y}; \quad x > 0 \\ (U + D_0) \frac{\partial r}{\partial x} + r \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + V \frac{\partial r}{\partial y} &= 0 \quad y > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Рассматривается случай вихревого движения, поэтому вводим функцию тока и вихрь

$$U = \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial y}; \quad V = - \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial x}; \quad w = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \quad (21)$$

Для трехфазной среды имеем уравнение состояния среды, полученное в первой части

$$r \cdot r_0^{-1} = \sum_{i=1}^3 \frac{f_{i0} r_{i0}^0}{j_i(P)}$$

Граничные условия

$$P_1 = \frac{2}{(g+1)} D_0^2 r_{10}^0 - \frac{(g-1)}{(g+1)} P_{амм} \quad (22)$$

$$\sin b_0 = D_1 \cdot D_0^{-1}$$

Расчет в области возмущения проводится методом характеристик. Условия на характеристиках запишутся так:

$$dU = AdV + Bdx \quad (23)$$

где  $A, B$  – коэффициенты, которые определяются ниже.

Пусть  $I$  - характеристическое направление, определяемое зависимостью

$$I = \frac{dy}{dx} \quad (24)$$

Тогда

$$\begin{aligned} I_{1,2} &= \frac{V(U + D_0) \pm C[(U + D_0)^2 + V^2 - C^2]^{\frac{1}{2}}}{(U + D_0)^2 - C^2} \quad (25) \\ A_{1,2} &= \frac{C^2 - V^2}{I_{1,2}[(U + D_0)^2 - C^2]}; \quad B_{1,2} = -A_{1,2} w \left[ 1 + \frac{I_{1,2} V (U + D_0)}{C^2 - V^2} \right] \end{aligned}$$

Верхний знак (+) в (25) соответствует характеристикам первого семейства, а нижний (-) - второго семейства.

Очевидно, для случая  $(U + D_0)^2 + V^2 < C^2$  характеристические направления отсутствуют.

Зная в точке 0 угол  $b_0$ , давление  $P_1$  и скорость фронта ударной волны  $D_1$  в трехфазной среде определим все параметры на ударной волне. Принимая эти параметры за начальные ("нулевой" слой), формируем первый слой.

Рассмотрим две точки, лежащие на ударной волне. Обозначим их индексами  $(n - 1, m)$  и  $(n - 1, m + 1)$ ;  $n$  - номер слоя, а  $m$  - номер точки на этом слое

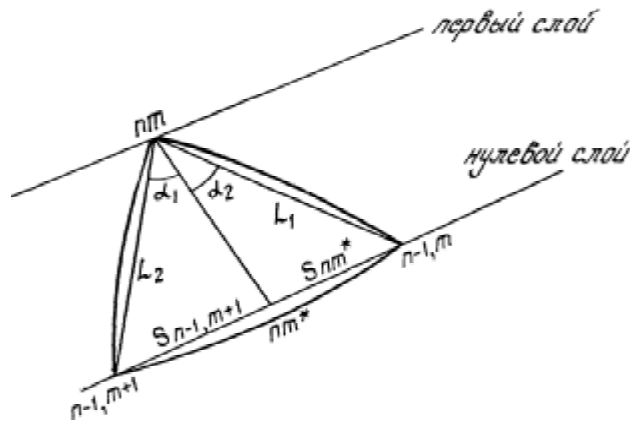


Рис. 3. Схема расчета.

Из точки  $(n - 1, m)$  проводим характеристику первого семейства, из  $(n - 1, m + 1)$  - второго семейства. Точку  $(n, m)$  определим как пересечение характеристик плоскости  $x, y$ . Приняв во внимание, что линия тока делит угол между характеристиками пополам, определяем параметры точки  $(n, m^*)$ . Шаг на ударной волне задаем так, чтобы взятые точки находились достаточно близко и элемент кривой между ними можно было принять за прямую. Для определения  $U$  и  $V$  в узловой точке  $(n, m)$  имеем

$$\underline{V_{nm}} - V_{n-1, m} = \frac{1}{A_1} \left[ \left( \underline{U_{nm}} - U_{n-1, m} \right) - B_1 (x_{nm} - x_{n-1, m}) \right]$$

$$\underline{V_{nm}} - V_{n-1, m+1} = \frac{1}{A_2} \left[ \left( \underline{U_{nm}} - U_{n-1, m+1} \right) - B_2 (x_{nm} - x_{n-1, m+1}) \right]$$

Искомые значения подчеркнуты дважды, значения  $A_{1,2}, B_{1,2}$  определяются в точках  $(n - 1, m)$  и  $(n - 1, m + 1)$  нижнего слоя. Координаты узла  $(n, m)$  определяются из соотношений

$$y_{nm} - y_{n-1, m} = I_1 (x_{nm} - x_{n-1, m})$$

$$y_{nm} - y_{n-1, m+1} = I_2 (x_{nm} - x_{n-1, m+1})$$

Вихрь выразим

$$W_{nm} = \frac{V_{nm} - V_{nm}^*}{x_{nm} - x_{nm}^*} - \frac{U_{nm} - U_{nm}^*}{y_{nm} - y_{nm}^*}$$

Параметры в точке  $(n, m^*)$  определим, исходя из соотношений

$$m = \frac{S_{nm}^*}{S_{n-1, m+1}} = \frac{l_1}{l_2}; \quad x_{nm}^* = \frac{x_{n-1, m} + mx_{n-1, m+1}}{1 + m}; \quad y_{nm}^* = \frac{y_{n-1, m} + my_{n-1, m+1}}{1 + m};$$

$$U_{nm}^* = \frac{U_{n-1, m} S_{n-1, m+1} - U_{n-1, m+1} S_{nm}^*}{S_{nm}^* + S_{n-1, m+1}}$$

Аналогично находим параметры  $V_{nm}^*, P_{nm}^*, r_{nm}^*, C_{nm}^*$ . Далее получим связь между скоростями  $U, V$  и давлением в узле  $(n, m)$ .

Вдоль линии тока применительно к движению трехфазной среды получим уравнение

$$D_0 U_{nm} + \frac{U_{nm}^2 + V_{nm}^2}{2} + \int_{P_{nm}^*}^{P_{nm}} \frac{dP}{r} + D_0 \int_{y_{nm}^*}^{y_{nm}} \frac{\partial V}{\partial x} dy = \frac{U_{nm^*}^2 + V_{nm^*}^2}{2} + D_0 U_{nm^*}$$

где интеграл  $\int_{y_{nm}^*}^{y_{nm}} \frac{\partial V}{\partial x} dy$  представим через конечные разности

$$\int_{y_{nm}^*}^{y_{nm}} \frac{\partial V}{\partial x} dy = \frac{V_{nm} - V_{nm^*}}{x_{nm} - x_{nm^*}} (y_{nm} - y_{nm^*})$$

Исходя из уравнения состояния для трехфазной среды получим

$$\int_{P_{nm}^*}^{P_{nm}} \frac{dP}{r} = \frac{1}{r} \int_{P_{nm}^*}^{P_{nm}} \left[ f_{10} \left( \frac{P_0}{P} \right)^{\frac{1}{g}} + f_{20} \left( 1 - \frac{P - P_0}{K_2} \right) + f_{30} \left( 1 - \frac{P - P_0}{K_3} \right) \right] dP =$$

$$= L_1 P_{nm}^2 + L_2 P_{nm} + L_3 P_{nm}^{\frac{g-1}{g}} + L_4;$$

$$L_1 = -\frac{1}{r_0} \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right); L_2 = \frac{1}{r_0} \left[ f_{20} + f_{30} + \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right) P_0 \right]; L_3 = \frac{f_{10} g P_{nm}^{\frac{g}{g-1}}}{(g-1) r_0};$$

$$L_4 = -\frac{P_{nm^*}}{r_0} \left[ \frac{f_{10} g}{g-1} + f_{20} + f_{30} + P_0 \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right) - 0.5 P_{nm^*} \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right) \right]$$

Окончательно связь параметров в узлах  $(n, m)$  и  $(n, m^*)$  принимает вид:

$$L_1 P_{nm}^2 + L_2 P_{nm} + L_3 P_{nm}^{\frac{g-1}{g}} =$$

$$= \frac{P_{nm^*}}{r_0} \left[ \frac{f_{10} g}{(g-1)} + f_{20} + f_{30} + P_0 \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right) - 0.5 P_{nm^*} \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right) \right] +$$

$$+ D_0 (U_{nm^*} - U_{nm}) + 0.5 [(U_{nm^*}^2 + V_{nm^*}^2) - (U_{nm}^2 + V_{nm}^2)] -$$

$$- D_0 [(V_{nm} - V_{nm^*})(y_{nm} - y_{nm^*})] (x_{nm} - x_{nm^*})^{-1}$$

Откуда вычисляется  $P_{nm}$ , а затем из уравнения состояния вычисляется плотность трехфазной среды в узле  $(n, m)$ .

Из формулы полученной для скорости звука в трехфазной среде (в части первой) вычисляется скорость звука в точке  $(n, m)$ .

$$C_{nm} = \frac{f_{10} \left( \frac{P_0}{P_{nm}} \right)^{\frac{1}{g}} + f_{20} + f_{30} + (P_{nm} - P_0) \left( \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right)}{r^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{f_{10}}{g} \frac{P_0^{\frac{1}{g}}}{P_0^{\frac{g+1}{g}}} + \frac{f_{20}}{K_2} + \frac{f_{30}}{K_3} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

Таким образом просчитываем все точки первого "слоя", затем второго "слоя" и т.д. и выходим на границу  $y=0$ .

На основе вышеприведенной модели задача решена численно на ЭВМ. Показано, что размер возмущенной области при больших скоростях распространения значительно превышает длину бегущей нагрузки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред. ПММ, т.20, №2, 1956.

2. Ляхов Г.М. Ударные волны в многокомпонентных средах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, №1, 1959.

3. Рахматулин Х.А. О распространении волн в многокомпонентных средах. ПММ, т.33, 1969.

4. Рахматулин Х.А., Кубанова А.К. Проникание вглубь полупространства из трехкомпонентной среды бегущей по его границе постоянного давления. В кн. "Гидродинамика одно- и двухфазных сред". Изво ФАН, Ташкент 1982.

### *Медицинские науки*

#### **ПОДДЕРЖАНИЕ ПРОХОДИМОСТИ ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЕЙ ПРИ ОПЕРАЦИЯХ НА ЛОР-ОРГАНАХ**

Калаев Н.Т., Бекузарова О.Т., Слепушкин В.Д.  
*Северо-Осетинская государственная  
медицинская академия,  
Владикавказ, Россия*

Ключевые слова: ларингеальная маска, операция, ЛОР-органы.

Цель исследования : сравнить различные методы поддержания проходимости дыхательных путей с точки зрения комфортности и адекватного газообмена при выполнении операций на ЛОР-органах.

Методы исследования. Для поддержания проходимости дыхательных путей использовали методику интубации трахеи в условиях вводного наркоза диприваном, фентанилом и миорелаксации (49 больных), постановку классической ларингеальной маски (14 больных) и постановку ларингеальной маски Flexible( 8 больных) после введения дипривана. Всем больным выполнялись следующие оперативные вмешательства : эндоназальные, андромастоидотомия, операции на лимфоидном кольце.

В процессе анестезиологического пособия оценивали параметры : концентрацию углекислого газа в выдыхаемом воздухе ( капнография), насыщение гемоглобином артериализованной крови (пульсоксиметрия), параметры кислотно-щелочного равновесия.

Результаты и их обсуждение.

Через 30 , 60 и 90 мин после проведения интубации трахеи или постановки обоих типов ларингеальных масок у больных регистрировались практически одинаково сравнимые параметры капнографии, пульсоксиметрии и газового состава крови, что свидетельствовало о том, что газовый обмен при всех методах поддержания проходимости дыхательных путей адекватен.

При интубации трахеи, постановке классической ларингеальной маски у хирургов возникали трудности во время проведения оперативных вмешательств на лимфоидном кольце, андромастоидотомии, связанные с жестким положением воздуховодной трубки. Подобных трудностей не возникало при установке ларингеальной маски типа Flexible, которая имеет гибкую армированную воздуховодную трубку.

Таким образом, при выполнении оперативных вмешательств на ЛОР-органах наиболее комфортной с точки зрения работы на операционном поле является установка ларингеальной маски типа Flexible. Постановка данного типа ларингеальной маски обеспечивает адекватный газообмен, сравнимый с «золотым» стандартом – интубацией трахеи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1.Бархударова Н.Ч., Салтанов А.И. Средства поддержания проходимости дыхательных путей в анестезиологии//Новости анестезиологии и реаниматологии.- 2008.- №1.- С.3-16

2.Бердикян А.С. К вопросу о практической значимости конструктивных различий ларингеальных масок // Вестник интенсивной терапии.-2008.- №3.- С.16-18

3.Битюков Ю.В. К вопросу о противопоказаниях для применения ларингеальной маски в анестезиологии. Тезисы докл. 9 съезда Федерации анестезиологов и реаниматологов. Иркутск, 2004.- С.34-35

4.Грицук С.Ф., Безруков В.М. Инновационные технологии в обеспечении проходимости дыхательных путей // Клиническая анестезиология и реаниматология.-2006.- Т.3. - №5. - С.11-15

5.Грицук С.Ф. Обеспечение свободной проходимости дыхательных путей в экстремальных ситуациях // Новости анестезиологии и реаниматологии.- 2007.- №3.-С.12-15