Физико-математические науки

О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ СЛАБОЙ СХОДИМОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОСТЫХ ФУНКЦИЙ, ПОРОЖДАЕМЫХ СИСТЕМОЙ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Кобзев В.Н.
Филиал Уральского государственного экономического университета в г. Березники
Березники, Россия

Пусть X - *сепарабельное* банахово пространство с элементами x и нормой $\|x\|$, X^* и X^{**} - сопряжённое и второе сопряжённое пространства соответственно; (Ω, Σ, P) -основное вероятностное пространство. Через $L_1(\Omega, \Sigma, P; X) = L_1(X)$ обозначается банахово пространство случайных элементов (с.э.) со значениями в X и с нормой $\|\xi\|_1 = E\|\xi\|$.

Нами доказана

Теорема. Пусть $\{x_n^*\}, \|x_n^*\| \le 1 (n \ge 1)$ - произвольные линейные непрерывные функционалы, $\{\gamma_n\}$ - ограниченная и равномерно интегрируемая последовательность с.э. из L_1 (X). Тогда существует подпоследовательность $\{\overline{\gamma_n}\} \subset \{\gamma_n\}$, скалярная интегрируемая функция g, функция $\{\gamma\}$ со значениями в X^{**} такими, что:

а) функции $\|\gamma\|, \langle \gamma, x_n^* \rangle, n \ge 1$ -измеримы;

б) $\|\gamma\| \le g$ - почти наверное (п.н.);

в) какими бы ни были непересекающиеся множества $\{A_n\}, A_n \in \Sigma,$ справедливо равенство:

$$\lim_{k\to\infty} E\left\langle \sum_{n=1}^{\infty} x_n^* I_{A_n}, \overline{\gamma_k} \right\rangle = E\left\langle \sum_{n=1}^{\infty} x_n^* I_{A_n}, \gamma \right\rangle.$$

К ВОПРОСУ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВЗВЕШЕННЫХ ГАУССОВСКИХ МЕР В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Кобзев В.Н.
Филиал Уральского государственного экономического университета в г. Березники
Березники, Россия

Пусть (Ω, Σ, P) - вероятностное пространство. X,Y - банаховы пространства. Символом L(X,Y) будем обозначать пространство линейных ограниченных операторов, отображающих X в Y.

Определение. Вероятностную меру ν на измеримом пространстве $\left(X, \mathsf{A}(X)\right)$ назовем взвешенной гауссовской мерой (ВГМ), если существует отображение $R : \Omega \to L\left(X^*, X^{**}\right)$ такое, что функция $\left\langle Rx^*, x^* \right\rangle$ измерима для всех $x^* \in X^*$ и характеристический функционал этой меры имеет вид

$$\tilde{\nu}_R\left(x^*\right) = E\exp\left(-\left\langle Rx^*, x^*\right\rangle / 2\right),\ x^* \in X^*.$$

Ясно, что одной измеримости $\left\langle Rx^*, x^* \right\rangle$ для всех $x^* \in X^*$ недостаточно для существования меры с характеристическим функционалом $\tilde{\nu}_R\left(x^*\right)$. С другой стороны, некоторые естественные ограничения на отображение R уже достаточны для того, чтобы $\tilde{\nu}_R\left(x^*\right)$ определяла ВГМ.

Нами доказана

Теорема. Пусть X - сепарабельное банахово пространство и отображение $R:\Omega \to L\left(X^*, X^{**}\right)$ удовлетворяет условиям:

а) для всех $x^* \in X^*$ $\left\langle R(\omega)x^*, x^*\right\rangle$ - измеримая функция по *ω;*

б) для почти всех $\omega \in \Omega$, $\left\{R(\omega)\right\}$ - гауссовские ковариационные операторы.

Тогда существует ВГМ ν с характеристическим функционалом

$$\tilde{\nu}_R\left(x^*\right) = E\exp\left(-\left\langle Rx^*, x^*\right\rangle/2\right),\ x^* \in X^*.$$