УДК 533.9

ПРОБЛЕМА ПРОВОДИМОСТЕЙ СИСТЕМ ЗАРЯДОВ В ГАЗОВОЙ ПЛАЗМЕ, ПЛАЗМЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, РАСТВОРАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ И ТЕНЗОР ЭЛЕКРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Балданова Д.М., Балданов М.М., Танганов Б.Б.

Восточно-Сибирский государственный технологический университет, Улан-Удэ

Установлено концептуальное единство теории электропроводности растворов электролитов с теорией проводимости твердых тел. Для этого предложено четырехмерное уравнение движения зарядов в ковариантной форме, трансформируемое в формулу Друде для проводимостей твердых тел.

В основе теории электропроводности растворов электролитов, развиваемой в работах [1-5], лежит представление об энергии многочастичных взаимодействий через плазменное колебание зарядовой плотности. Существенным аргументом в пользу полученного уравнения для теоретических оценок электрических проводимостей могло бы быть установление его концептуального единства с теорией проводимости твердых тел. Возможный вариант решения данной проблемы и составляет предмет настоящей работы.

В качестве исходных предпосылок принимаются эквивалентные представления плотности тока j через искомую проводимость λ, напряженность внешнего поля E, число Фарадея F, скорость движения зарядов υ, плотность носителей тока n_0

$$j = \lambda E = F \cdot \upsilon = n_0 e \upsilon \tag{1}$$

и четырехмерное уравнение движения в ковариантной форме

$$\frac{dP_i}{dt} = mc\left(\frac{dU_i}{dS}\right) = \left(\frac{e}{c}\right) F_{ik} U^k , \tag{2}$$

где $U_i = \dfrac{dx_i}{dS}$ - четырехмерная скорость; $dS = cdt\left(1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ - пространственный интервал, при $\upsilon << c$, $dS = cdt$; $F_{ik} = \left[\left(\dfrac{\partial A_k}{\partial x^i}\right) - \left(\dfrac{\partial A_i}{\partial x^k}\right)\right]$ - антисимметрический ковариантный тензор электромагнитного поля, как и четырехмерная скорость U_i, определяемая 4-радиусами-векторами $x^k = (ct, r), x^i = (ct, r)$ и 4-векторами A_k и A_i; $P_i = mcU_i$ - 4-импульс.

Согласно равенству (1), основной проблемой для нахождения λ является установление скорости движения зарядов υ на основе уравнения (2). Данное уравнение можно представить в развернутом виде, учитывая при этом, что под дважды повторяющимися немыми индексами подразумевается суммирование:

$$mc\left(\frac{dU_i}{dt}\right) = \left(\frac{e}{c}\right)\left(F_{i0}U^0 + F_{i1}U^1 + F_{i2}U^2 + F_{i3}U^3\right). \tag{3}$$

Для наглядности последующих рассуждений представим тензор в виде матрицы:

$$F_{i0} = \begin{array}{cc} {}^{i}\!/\!{}_{k} & \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & -H_z & 0 & H_x \\ -E_z & H_y & H_x & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \tag{4}$$

в которой индекс i =0, 1, 2, 3 нумерует строки, а индекс k =0, 1, 2, 3- столбцы. Примем, что электрическое поле E_y направлено вдоль оси Y, а магнитное H_z - вдоль оси Z.

Уравнение (3) допускает раздельный анализ для временной координаты i =0 и пространственной i =1, 2, 3. Для первого варианта уравнение (3) при $U_0 = \dfrac{1}{\left(1 - v_y^2 / c^2\right)^{1/2}}$ имеет вид

$$\frac{d}{dS}\left(\frac{mc^2}{\left(1 - v_y^2 / c^2\right)^{1/2}}\right) = \frac{eE_y \upsilon_y}{c}. \tag{5}$$

Из матрицы (4) видно, что при i =0 магнитное поле отсутствует вообще, а скорость υ_y направлена вдоль поля E_y. Известно, что для $\upsilon_y << c$, где c - скорость света, возможно разложение величины U_0, приведенной выше, в ряд по степеням $\dfrac{\upsilon_y}{c}$, т.е. справедливо

$$U_0 = \frac{1}{\left(1 - \upsilon_y^2 / c^2\right)^{1/2}} = 1 + \upsilon_y^2 / c^2.$$

Тогда для истинных траекторий движения зарядов в системе с потенциалом $\varphi = \int \dfrac{\rho dV}{R}$, где ρ - плотность зарядов, $dV = 4\pi r^2 dr$ - элемент объема, а R - расстояние от точки наблюдения до dV в левой части уравнения (5) имеет место следующая аппроксимация

$$\frac{mc^2}{\left(1 + \upsilon_y^2 / c^2\right)^{1/2}} = mc^2 + \frac{m\upsilon_y^2}{2} + e\varphi, \tag{6}$$

что формализует обобщенный импульс P_i [8, стр.90].

Далее, подставляя уравнение (6) в (5), при $\dfrac{d}{dS}\left(mc^2\right) \equiv 0$ и последующем интегрировании выражения

$$\frac{d}{dS}\left(\frac{m\upsilon^2}{2} + e\varphi\right) = \left(\frac{e}{c}\right) E_y \upsilon_y$$

приходим к равенству следующего вида:

$$\frac{m\upsilon^2}{2}+e\varphi=eE_yY+const.$$

По определению $eE_yY=-e\varphi$ есть работа электрических сил. Тогда $const=U$ является внутренней энергией [7], поскольку левая часть данного равенства представляет собой сумму кинетической и потенциальной энергий. Отсюда, учитывая известное максвелловское распределение по скоростям $f_m=\exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right)$, получаем требуемое выражение для определения скорости движения зарядов:

$$\upsilon=\left[\left(\frac{2}{m}\right)(U-2e\varphi)\right]^{\frac{1}{2}}\cdot f_m. \tag{7}$$

Детальное описание величин m, U, $e\varphi$ и f_m приведено в работах [1-5].

Следующий вариант анализа уравнения (3) связан с пространственными координатами i =1, 2, 3 при заданной геометрии сил. Выбранные направления электрических и магнитных полей E_y и H_z при i =2 приводят уравнение (3) и матрицу (4) к следующим видам:

$$m\left(\frac{d\upsilon_y}{dt}\right)=eE_y-\left(\frac{e}{c}\right)H_z\upsilon_x, \tag{8}$$

$$m\left(\frac{d\upsilon_x}{dt}\right)=\left(\frac{e}{c}\right)H_z\upsilon_y. \tag{9}$$

Здесь учитывается, что $U_i=U_2=-\frac{\upsilon_y}{c}$ и $U_i=U_1=-\frac{\upsilon_x}{c}$, как ковариантные компоненты 4-скорости. Для решения уравнений (8) и (9) умножают уравнение (8) на мнимую единицу i и складывают с уравнением (9). При этом получается следующее равенство:

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\upsilon_x+i\upsilon_y\right)+i\omega\left(d\upsilon_x+i\upsilon_y\right)\right]=\frac{ieE_y}{m}, \tag{10}$$

где $\omega=\frac{eH_z}{mc}$ - представляет собой частоту циклотронных колебаний.

Последующий анализ этого равенства дан в [8,стр.83]. Но если иметь в виду, что «компоненты скорости являются периодическими функциями времени», то в (10) возможна стандартная аппроксимация $\frac{d}{dt}\equiv i\omega$. В этом случае после очевидных преобразований имеет место выражение:

$$\upsilon_x = \frac{cE_y}{2H_z - i\upsilon_y}. \tag{11}$$

Подставляя данное значение υ_x в выражение (8), получаем следующее равенство:

$$\upsilon_y = \frac{cE_y t}{2m \cdot (1 - i\omega t)}. \tag{12}$$

Таким образом, найденные значения скоростей (7) и (12) для временной и пространственных компонент уравнения (3), при их последующем использовании в уравнении (1), приводит к равенствам:

$$\lambda_y = \frac{F\upsilon_y}{E_y} = \left(\frac{F}{E_y} \left[\frac{2}{m}(U - 2e\varphi) \right]^{\frac{1}{2}} \right) \cdot f_m, \tag{13}$$

$$\lambda_y = \frac{n_0 e \upsilon_y}{E_y} = \frac{n_0 e^2 t}{2m \cdot (1 - i\omega t)}. \tag{14}$$

Очевидно, что при $H_z = 0$, имеет место $\omega = 0$, и уравнение (14) трансформируется в классическую формулу Друде для проводимостей твердых тел [6, стр.271]. Наиболее существенным моментом в полученном уравнении (14) является то, что данное уравнение при $i\omega t = 1$обладает сверхпроводимостью [6, стр.449].

Таким образом, согласно уравнениям (13) и (14), искомая подвижность для растворов электролитов [4] определяется выражением

$$b = \frac{\upsilon}{E} = \left(\frac{Z_i^2 e^2}{4\varepsilon \Delta H^2} \right) \cdot \left[\left(\frac{2}{m} \right) (U - 2e\varphi) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot f_m,$$

а для твердых тел

$$b = \frac{\upsilon_y}{E_y} = \left(\frac{et}{2m} \right) \cdot \left[\frac{1}{(1 - i\omega t)} \right].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Балданов М.М., Мохосоев М.В. // *ДАН СССР*.-1985.- Т.284.- С.1384.

2. Балданов М.М., Мохосоев М.В., Танганов Б.Б. // *ДАН СССР*.-1989.-Т.308.-С.106.

3. Балданов М.М., Танганов Б.Б., Мохосоев М.В. //*Журн. физ. хим*ии.-1990.-Т.64.-С.88.

4. Балданов М.М., Танганов Б.Б., Мохосоев М.В.// *Журн. физ. химии*.-1991.-Т.65.-С.362

5. Балданов М.М., Танганов Б.Б. //*Журн. физ. химии*.-1992.-Т.66.-С.1084.

6. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. - М.: Наука,1978.-360 с.

7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред.- М.: Госиздат. физ. мат. лит.,1959.-526 с.

8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля.- М.: Наука, 1988.-683 с.

THE PROBLEM OF SYSTEM CHARGE CONDUCTIVITIES IN THE GAZ PLASMA, SOLID PLASMA, ELECTROLYTE SOLUTIONS AND TENSOR OF ELECTROMAGNETIC FIELD

Baldanova D.M., Baldanov M.M., Tanganov B.B.
East-Siberian State Technological University, Ulan-Ude

Established conception about unity of theory of electroconductivity of electrolyte solutions and theory of solid conductivity. To decide this problem we are suggest offer the four-measured equation of charge motion which transform to Drude's formula for solid conductivity.