

ПРОСАЧИВАНИЕ ЦИАНИДНОГО РАСТВОРА ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ РУДУ. I. ОБЩЕЕ РАССМОТРЕНИЕ

А.Е. Воробьев, В.С. Портнов, А.К. Турсунбаева, В.М. Юров,
А.Д. Маусымбаева

*Карагандинский государственный технический университет,
г. Караганда, Казахстан, atursunbaeva75@mail.ru*

Рассмотрена задача о просачивании цианидного раствора сквозь пористую руду, представленную системой параллельных капилляров с идеальной связью. Решена задача кинетики адсорбции, которая определяет равновесие в отдельных кристаллах адсорбента, во вторичной пористой структуре. Получено аналитическое решение задачи для плотности потока цианидного раствора, просачивающегося через руду сверху вниз при самых общих начальных и граничных условиях.

Ключевые слова: пористая руда, адсорбция.

INFILTRATION THE CYANIC A SOLUTION THROUGH POROUS ORE. I. THE GENERAL CONSIDERATION

A.E. Vorobiev, V.S. Portnov, A.K. Tursunbaeva,
A.D. Mausunbaeva, V.M. Jurov

*Karaganda state technical university, Karaganda, Kazakhstan
atursunbaeva75@mail.ru*

The problem about infiltration of cyanide solution through a porous ore provided by the system of parallel capillaries with a perfect connection is considered. The problem of adsorption kinetics, which determines the balance in the individual crystals of the adsorbent and in the secondary porous structure, is solved. An analytical solution for the density of cyanide solution leaking through the ore from the top down at the most common initial and boundary conditions.

Keywords: porous ore, adsorption.

Система подачи выщелачивающего раствора на штабель золотосодержащих руд обеспечивает максимальный контакт между рудой, штабелированной на подстилающей защитной подушке и раствором цианида натрия, который обеспечивает растворение золота и его доставку в накопитель маточного раствора. Во время процесса выщелачивания устанавливается определенный «рисунок» распределения потока раствора внутри штабеля; неизбежно, что некоторые участки рудной массы будут получать меньшее соприкосновение с цианидным раствором, нежели другие. Однако правильный выбор системы подачи раствора, скорости его движения внутри

штабеля и способа поддержания всей системы в рабочем состоянии могут и должны минимизировать «короткие замыкания» при просачивании жидкости (по пути наименьшего сопротивления), неэффективное (неравномерное) смачивание руды внутри штабеля [1-3].

В связи с этим для оптимизации процесса выщелачивания рассматривается задача о просачивании цианидного раствора сквозь пористую руду.

Общепринято деление капиллярно — пористых сред на корпускулярные и капиллярные. В телах корпускулярного строения поры образованы пустотами между частицами, составляющими скелет тела. В телах капиллярного строения поры представляют собой каналы и полости. Материалы, являются комбинацией капиллярной и корпускулярной структур и относятся к бидисперсным структурам. Объемная доля пустот капиллярно — пористых тел характеризует пористость, а поверхность пустот — внутренней поверхностью, а ее величину, отнесенную к единице объема или массы тела — удельной поверхностью.

Основным параметром корпускулярной структуры служит координационное число упаковки N_x — число контактов шаров с соседними шарами, характеризующее упаковку частиц. Наиболее простая упаковка шаров, центры которых расположены по вершинам куба [4].

Для кубической упаковки $N_x=6$, а объемная доля пустот $e=0,4764$. В реальных материалах частицы упакованы хаотично, а распределение N_x подчиняется распределению Гаусса с дисперсией σ_N и $\langle N_x \rangle$ — средним значением:

$$f(N_x) = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{N_x - \langle N_x \rangle}{\sigma_N}\right)^2\right). \quad (1)$$

В частности для случайной упаковки с $e = 0,41$ (наиболее часто встречающейся для сыпучих зернистых материалов) $\langle N_x \rangle = 7,87$, а $\sigma_N = 1,47$. Многими исследователями показано, что в случайных упаковках одинаковых шаров пористость колеблется в пределах 0,44 — 0,36. Наиболее плотную упаковку с $e = 0,36$ можно получить, применяя вибрацию или уплотняющее давление. Частицы одинакового размера, но не сферической формы также могут быть уложены в определенном порядке. Тела, ограниченные плоскостями (кубы, тетраэдры, додекаэдры), могут быть уложены в сплошную кладку с $e = 0$. Однако при неупорядоченном расположении в аппаратах подобные элементы образуют слой с пористостью, меняющейся в том же интервале значений, что и для шаров.

Капиллярные модели представляют собой пространство пор в виде системы каналов с определенными геометрическими свойствами. В модели одинаковых прямых каналов основные параметры — объемная доля каналов и их диаметр. В модели одинаковых извилистых каналов вводится дополнительный параметр — коэффициент извилистости. Для учета застойных зон в пористых материалах и их влияния на диффузию примеси применяют модель канала с тупиковыми порами. Для учета их влияния вводится дополнительная величина — объемная доля тупиковых пор.

В тех случаях, когда диффузия вещества моделируется не одномерной задачей и возникает дополнительный перенос вещества

поперек каналов, применяют модель каналов связанных друг с другом, например, развитой системой микропор. Такая идеализация получила название модели параллельных капилляров с идеальной связью.

В серийных моделях учитывают переменность сечения пор, наличие сужений и расширений. Диаметр капилляра в серийных моделях меняется скачкообразно. Гофрированные капилляры в отличие от серийных моделей, имеют непрерывно изменяющийся диаметр.

Таким образом, заменяя пространство системой одномерных каналов, можно учесть извилистость, гофрировку пор, их различные размеры и форму, наличие застойных зон. Однако такие важные свойства пористых тел, как взаимосвязь отдельных капилляров и пересеченность пространства пор, практически не учитываются. По этой причине система одномерных капилляров не всегда может быть использована для адекватного описания капиллярных явлений.

Решетчатые модели наиболее полно отражают пространственную структуру пористых сред, взаимосвязь составляющих их элементов. Модель квадратной решетки, в узлах которой расположены частицы различной формы, используются для описания процессов пропитки, фильтрации и диффузии в пористых средах. Для описания подобных процессов применяют также бидисперсионные модели пористых сред. Например, в зернах катализатора, которые являются микропористыми телами в зернистом слое.

Поскольку процесс выщелачивания представляет собой сорбцию цианида частицами золота, то первый этап заключается в нестационарной диффузии в сорбентах, представ-

ляющих собой пористое вещество (руды), в котором находится дисперсия включений (золота) простой геометрической формы (например, микросферы).

Феноменологические уравнения внутренней диффузии в гранулах адсорбента записываются в виде:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial t} = \nabla(D_i \nabla C); \quad (2)$$

$$\alpha = f(C), \quad (3)$$

где α и C — локальные концентрации диффузанта в подвижной и неподвижной (адсорбированной) фазах, соответственно; $f(C)$ — уравнение изотермы адсорбции; D_i — коэффициент внутренней диффузии; ∇ — оператор Лапласа.

Уравнение (2) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial t} = \nabla(D_i^* \nabla C) + \nabla(D_\alpha^* \nabla \alpha) \quad (4)$$

Здесь учитывается в явном виде перенос вещества в адсорбционной фазе с коэффициентом диффузии D_α^* , а под D_i^* понимается коэффициент диффузии в подвижной фазе. Нетрудно видеть, что (4) сводится к (2), если под D_i понимать величину:

$$D_i = D_i^* + D_\alpha^* (df / dC). \quad (5)$$

В рассмотренных уравнениях, является допущение о наличии локального равновесия между фазами в каждой макроточке зерна адсорбента (3). Это справедливо для однопористых адсорбентов, таких, как силикагели, алюмогели и некоторые типы активных углей. В тоже время его нельзя считать оправданным для таких

адсорбентов, как цеолиты и ионообменные смолы.

Осредненное уравнение баланса массы диффузанта записано в форме (2), в котором D_i , имеет смысл коэффициента диффузии в каналах вторичной пористой системы, а C и α — осредненные по физически малому объему $\Delta\Omega$ вещества гранулы.

Считаем, что в отдельных кристалликах адсорбента уравнение внутренней диффузии равно:

$$\frac{\partial(r\alpha^*)}{\partial t} = D_\alpha \frac{\partial^2(r\alpha^*)}{\partial r^2}. \quad (6)$$

Здесь D_α — коэффициент диффузии в кристаллах адсорбента, $\alpha^*(x, y, z, r, t)$ — локальная концентрация диффузанта в точке кристаллика со сферической координатой; $r^*(x, y, z)$ — координата выделенного физически малого объема $\Delta\Omega$.

В микропорах теряет физический смысл разделение введенного туда вещества на находящийся в свободном и адсорбированном состоянии. Не трудно видеть, что:

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial\alpha_2}{\partial t}; \quad \frac{\partial\alpha_2}{\partial t} = 4\pi ND_\alpha \left(\frac{\partial\alpha^*}{\partial r} \right)_{r=r_0} \quad (7)$$

где α_1 — осредненная по $\Delta\Omega$ концентрация рассматриваемого вещества на стенках вторичных пор, α_2 — осредненная по $\Delta\Omega$ концентрация рассматриваемого вещества в кристалликах адсорбента.

На стенках вторичных пор и на поверхности кристалликов должно иметь место условие локального равновесия:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x, y, z, t) &= f_1[C(x, y, z, t)] \\ \alpha^*(x, y, z, t) &= f_2^*[C(x, y, z, t)] \end{aligned} \quad (8)$$

где f_1 и f_2^* — изотермы адсорбции на стенках вторичных пор в кристаллах адсорбента (осредненные по $\Delta\Omega$).

Если гранула вначале не содержит диффузанта, то

$$\begin{aligned} \alpha^*(x, y, z, r, 0) &= 0; \quad \left(r^2 \frac{\partial\alpha^*}{\partial r} \right)_{r=0} = 0; \\ C(x, y, z, 0) &= 0; \quad \alpha_2|_{t=0} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

На внешней поверхности гранулы S должно выполняться условие для концентрации C . В частности, в случае внутридиффузионной кинетики $C(S, t) = C_0$.

Используя (6) — (9) и применяя преобразование Лапласа, исключим из этих соотношений α^* . При условии $\alpha_2|_{t=0} = 0$ получим:

$$\alpha_2(x, y, z, t) = A \int_0^\infty f_2^*[C(x, y, z, \sigma)] \Psi(\theta - \sigma) d\sigma. \quad (10)$$

$$A = 4\pi r_0^3 N; \quad \theta = \frac{t}{t_0}; \quad t_0 = \frac{r_0^2}{D_\alpha} \quad \text{и}$$

$$\Psi(\theta) = 2 \sum_{n=1}^\infty \exp(-\pi^2 n^2 \theta); \quad \Psi(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^\infty \exp\left(-\frac{n^2}{\theta}\right) \right] - 1.$$

Учитывая (7), (8), (10) и условие $\alpha_1|_{t=0} = 0$, окончательно имеем:

$$\alpha(x, y, z, t) = f_1(C) + A \int_0^\theta f_2^*[C(x, y, z, \sigma)] \Psi(\theta - \sigma) d\sigma. \quad (11)$$

Здесь $C(x, y, z, \sigma)$ — задано на поверхности включения и не зависит от r .

Рассмотренные системы имеют два характерных времени диффузионной релаксации τ и T . Первое из них $\tau \approx r_0^2 / D_\alpha$ определяет установление равновесия в отдельных кри-

сталликах адсорбента, второе — T определяет установление равновесия во вторичной пористой структуре. Поэтому в кинетике адсорбции в указанных системах могут реализоваться три различных случая.

1). Кинетика адсорбции лимитируется внутренней диффузией в кристаллах адсорбента ($\tau \gg T$, $D_\alpha \rightarrow \infty$). Тогда уравнения (2) и (3) вырождаются в (11) и условие $C(x, y, z, t) = C_0$, тогда

$$\alpha(x, y, z, t) \equiv \bar{\alpha}(t) = f_1(C_0) + \frac{Af_2^*(C_0)}{3} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-n^2 \pi^2 \theta)}{n^2} \right]. \quad (12)$$

2). Кинетика адсорбции лимитируется диффузией во вторичной пористой структуре ($T \gg \tau$, $D_\alpha \rightarrow \infty$). Тогда

$$\alpha(x, y, z, t) = f_1(C) + \frac{4}{3} \pi r_0^2 N f_2^*(C) \equiv f(C), \quad (13)$$

предложенная система уравнений эквивалентна системе уравнений (2) и (3).

3). Промежуточный случай (T и τ сравнимы) описывается полностью системой уравнений (2) и (3). Диффузия в гранулах адсорбента зависит от вида изотермы адсорбции.

Для определения D_α необходимо экспериментально исследовать процесс внутренней диффузии в отдельных кристаллах адсорбента, что возможно лишь в лабораторных условиях.

Уравнения кинетики для однороднопористых адсорбентов получаются из (2) и (11) как частный случай, если считать в них $D_\alpha = 0$. В общем случае решение указанных уравнений можно получить численными методами.

Рассмотрим модель транспортного потока цианидного раствора в цилиндриче-

ском капилляре, ось которого z направлена вниз. Нестационарное уравнение Лапласа для плотности потока $\rho(r, z, t)$ (при его изменении вдоль оси и по радиусу) в подвижной цилиндрической системе координат, движущейся по закону $\beta(t)$, имеет вид:

$$\frac{\partial \rho(r, z, t)}{\partial t} = a^2 \left[\frac{\partial^2 \rho(r, z, t)}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \rho(r, z, t)}{\partial r} \right) \right], \quad (14)$$

где коэффициент a^2 будет обсуждаться ниже. Отметим также, что радиус цилиндра R равен радиусу капилляра.

Начальное и граничное условие выберем в общем виде:

$$\begin{aligned} \rho(r, z, t) \Big|_{t=0} &= \varphi(r, z) & \rho(r, z, t) \Big|_{z=0} &= \gamma_1(r, t) \\ \rho(r, z, t) \Big|_{r=R} &= \gamma(z, t) & \rho(r, z, t) \Big|_{z=\beta(t)} &= \gamma_2(r, t) \end{aligned} \quad (15)$$

Функции

$\beta(t)$, $\varphi(r, z)$, $\gamma(z, t)$, $\gamma_1(r, t)$, $\gamma_2(r, t)$ будем

считать непрерывными, причем $\beta(0) \neq 0$.

Решение задачи ищем в виде

$$\rho(r, z, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\rho}_k(z, t) J_0(\lambda_{0k} r) \quad (16)$$

где λ_{0k} - корни уравнения $J_0(\lambda_{0k} R) = 0$, - функция Бесселя нулевого порядка, удовлетворяющая уравнению:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left[r \frac{dJ(\lambda_{0k} r)}{dr} \right] + J_0(\lambda_{0k} r) = 0, \quad (17)$$

$$\bar{\rho}_k(z, t) = \int_0^r \rho_k(r, z, t) J_0(\lambda_{0k} r) r dr, \quad (18)$$

Применяя интегральное преобразование (18) и учитывая (16), уравнение (14) получим:

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial \bar{\rho}_k}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{\rho}}{\partial z^2} + \bar{\Phi}_k(z, t) - \bar{\rho}_k(z, t) \quad (19) \quad \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{\beta(t)^2}{4a^2(t-\tau)}} K_1(\tau) d\tau;$$

Заменяя $\bar{\rho}_k = \tilde{\rho}_k e^{-a^2 t}$ и преобразуя аналогично граничные условия, получим следующую задачу в области D ($t > 0, 0 < z < \beta(t)$):

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial \tilde{r}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \tilde{r}_k}{\partial z^2} + \tilde{\Phi}_k(z, t) \quad (20)$$

$$\tilde{\rho}_k(z, t)|_{t=0} = \tilde{\varphi}(z) \quad (21)$$

$$\tilde{\rho}_k(z, t)|_{z=0} = \tilde{\gamma}_1(t) \quad (22)$$

$$\tilde{\rho}_k(z, t)|_{z=\beta(t)} = \tilde{\gamma}_2(t) \quad (23)$$

Решение задачи (20) — (23) ищем в виде суммы потенциалов I и II рода, а также двух потенциалов двойного слоя:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_k(z, t) = & \frac{1}{2a} \int_0^e \frac{\tilde{\varphi}(\xi)}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi + \\ & + \int_0^t \int_0^e \frac{\tilde{\Phi}_k(\xi, \tau)}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} d\xi + \\ & + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{z}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} \cdot K_1(\tau) d\tau + \\ & + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{z - \beta(\tau)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{(z-\beta(\tau))^2}{4a^2(t-\tau)}} K_2(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (24)$$

где ζ — текущая координата по z .

Используя условия (22) и (23), получим систему интегральных уравнений:

$$\tilde{\gamma}'_1 = \frac{K_1(t)}{2a^2} - \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{\beta(t)^2}{4a^2(t-\tau)}} K_2(\tau) d\tau;$$

$$\tilde{\gamma}'_2 = \frac{K_2(t)}{2a^2} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t) - \beta(\tau)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{(\beta(t)-\beta(\tau))^2}{4a^2(t-\tau)}} K_2(\tau) d\tau +$$

где

$$\tilde{\gamma}'_1(t) = \tilde{\gamma}_1(t) - \frac{1}{2a} \int_0^e \frac{\tilde{\varphi}(\xi)}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{\xi^2}{4a^2 t}} d\xi - \int_0^t \int_0^e \frac{\tilde{\Phi}_k(\xi, \tau)}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} e^{-\frac{\xi^2}{4a^2(t-\tau)}} d\xi;$$

$$\tilde{\gamma}'_2(t) = \tilde{\gamma}_2(t) - \frac{1}{2a} \int_0^e \frac{\tilde{\varphi}(\xi)}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{(\beta(t)-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi -$$

$$- \int_0^t \int_0^e \frac{\tilde{\Phi}_k(\xi, \tau)}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} e^{-\frac{(\beta(t)-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} d\xi. \quad (25)$$

Исключая из первого уравнения системы (25) и подставляя в следующее уравнение

$K_1(t)$, имеем:

$$\tilde{\gamma}'_2 = \frac{K_2(t)}{2a^2} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t) - \beta(\tau)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{(\beta(t)-\beta(\tau))^2}{4a^2(t-\tau)}} K_2(\tau) d\tau +$$

$$+ \frac{2a^2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{\beta(t)^2}{4a^2(t-\tau)}} \tilde{\gamma}'_1(\tau) d\tau +$$

$$+ \frac{a^2}{8\pi} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{\beta(t)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot$$

$$\left(\int_0^{\tau} \frac{\beta(\tau_1)}{(a^2(t-\tau_1))^{3/2}} e^{-\frac{\beta(\tau_1)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot K_2(\tau_1) d\tau_1 \right) d\tau. \quad (26)$$

обозначив

$$q(t) = \tilde{\gamma}'_2(t) - \frac{a^2}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} \tilde{\gamma}'_1 e^{-\frac{(\beta(t)-\beta(\tau))^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau, \quad (27)$$

и вычисляя интеграл в (26), получим:

$$- \frac{K_2(t)}{2a^2} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t) - \beta(\tau)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{(\beta(t)-\beta(\tau))^2}{4a^2(t-\tau)}} K_2(\tau) d\tau +$$

$$\frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} e^{-\frac{\beta(t)^2}{4a^2(t-\tau)}} K_2(\tau) d\tau = q(t), \quad (28)$$

Обозначаем,

$$\lambda = \frac{1}{2a}, f(t) = 2a^2 q(t) \quad K(t, \tau) = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\beta(t) - \beta(\tau)}{(t - \tau)^{3/2}}.$$

$$e^{-\lambda^2 \frac{(\beta(t) - \beta(\tau))^2}{4a^2(t - \tau)}} + \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\beta(t)}{(t - \tau)^{3/2}} \cdot e^{-\lambda^2 \frac{\beta(t)^2}{(t - \tau)}},$$

(29)

получаем интегральное уравнение

$$K_2(t) - \int_0^t K(t, \tau) K_2(t, \tau) d\tau = f(t) \quad (30)$$

Интегральное уравнение (30) вольтерво

в $C(0, \ell)$ тогда и только тогда, когда

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t K(t, \tau) d\tau = 0.$$

При $e^{-z} < 1$ и $z > 0$, выше приведенное равенство выполняется. Для уравнения (30) существует единственное решение, которое имеет вид

$$K_2(t) = \sum_{n=0}^{\infty} K_{2,n}(t);$$

где $K_{2,0}(t) = f(t)$

$$K_{2,1}(t) = \int_0^t K(t, \tau) K_{2,0}(\tau) d\tau;$$

$$K_{2,2}(t) = \int_0^t K(t, \tau) K_{2,1}(\tau) d\tau; \dots$$

$$K_{2,n}(t) = \int_0^t K(t, \tau) K_{2,n-1}(\tau) d\tau \dots \quad (31)$$

причем ряд (31) сходится абсолютно

и равномерно в топологии $C(0, \ell)$. Тогда

$$K_1(t) = 2a^2 \tilde{\gamma}_1(t) + \frac{a^2}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\beta(t)}{(a^2(t - \tau))^{3/2}} e^{-\frac{\beta^2(\tau)}{4a^2(t - \tau)}} \sum_{n=0}^{\infty} K_{2,n}(\tau) d\tau, \quad (32)$$

Выполняя обратное преобразование, имеем:

$$\rho(r, z, t) = \sum_{K=0}^{\infty} J_0(\lambda_{0K} r) \left\{ e^{-a^2 t} \left[\frac{1}{2a\sqrt{\pi}} \int_0^t \int_0^e e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2 \tau}} d\tau \cdot \right. \right.$$

$$\left. \left. \int_0^e \varphi(r, \xi) J_0(\lambda_{0K} r) r dr \right] d\xi + \right.$$

$$\left. + \frac{R J_1(\lambda_{0K} R)}{2a\sqrt{\pi}} \int_0^t d\tau \int_0^e \frac{\gamma(\xi, \tau)}{\sqrt{t - \tau}} e^{-a^2 t} \cdot e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2(t - \tau)}} d\xi + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{z}{[a^2(t - \tau)]^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4a^2(t - \tau)}} K_1(\tau) d\tau + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{z - \beta(\tau)}{[a^2(t - \tau)]^{3/2}} e^{-\frac{[z - \beta(\tau)]^2}{4a^2(t - \tau)}} K_2(\tau) d\tau \right\}, \quad (34)$$

Получено аналитическое решение задачи для плотности потока цианидного раствора, просачивающегося сверху вниз через руду при самых общих начальных и граничных условиях.

Список литературы

1. Меретуков М.А., Орлов А.М. Металлургия благородных металлов. — М.: Металлургия, 1991. — 415 с.
2. Хабиров В.В., Забельский В.К., Воробьев А.Е. Прогрессивные технологии добычи и переработки золотосодержащего сырья. — М.: Недра, 1994. 272 с.
3. Воробьев А.Е., Каргинов К.Г., Козырев Е.Н., Ашихмин А.А. Физико — химическая геотехнология золота. — Владикавказ: Ремарко, 2001. — 568 с.