Предлагаемое пособие прошло апробацию в учебном процессе студентов, обучающихся по специальности «Технология машиностроения».

Представляет интерес для инженеров, занимающихся проектированием новых процессов шлифования и обеспечением абразивным инструментом.

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ДНУ ПРИ НАЛИЧИИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Потетюнко Э.Н.

Южный Федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

В работе найдены распределения скоростей и давления в турбулентном потоке вязкой жидкости по горизонтальной плоскости при наличии свободной поверхности с учётом влияния вязкого подслоя.

Данная работа является дополнительным материалом к курсу «Гидромеханика» при изучении вопроса о турбулентном движении жидкости.

Постановка задачи

Рассмотрим плоское стационарное турбулентное движение тяжёлой вязкой жидкости по горизонтальной плоскости при наличии свободной поверхности с учётом влияния вязкого подслоя.

Аналогичная задача для турбулентного потока тяжёлой жидкости по наклонной плоскости без учёта влияния вязкого подслоя рассмотрена в работе [1].

С учетом всех допущений, предположений и выводов, сделанных в [1], получаем следующую краевую задачу:

$$\frac{\partial}{\partial z}R_{xz}-\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}=0\,,\ -\frac{\partial\overline{p}}{\partial z}-\rho g=0\,,\ \frac{\partial\overline{\upsilon}_x}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\upsilon}_z}{\partial z}=0\,,$$

$$\delta\le z\le h;\ \upsilon_x^i=\frac{Uz}{\delta}\,,\ 0\le z\le\delta \qquad (1)$$

$$\overline{p}=p_0=const\,,\ \overline{\upsilon}_x=\upsilon_*\,,\ z=h;\ \upsilon_x^i=\overline{\upsilon}_x=U\,,$$

$$\mu\frac{\partial\upsilon_x^i}{\partial z}=R_{xz}\big|_{z=\delta}\,,\ z=\delta;\ \upsilon_x^i=0\,,\ z=0. \qquad (2)$$

Здесь функция R_{xz} — добавочное напряжение Рейнольдса [2], $\overline{p}$ — осредненное гидродинамическое давление, $\overline{\upsilon}_x$ — среднее значение горизонтальной скорости турбулентного потока, ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, μ — коэффициент внутреннего трения (коэффициент вязкости), $\mu=\rho\nu$, ν — кинематический коэффициент вязкости, δ — толщина ламинарного подслоя. Начало координат выбрано на неподвижной горизонтальной плоскости *Oxy*. Ось *Oy* — горизонтальна, ось *Oz* направлена перпендикулярно к плоскости вверх, ось *Ox* лежит в горизонтальной плоскости и направлена по направлению потока. Из всех массовых сил действует только сила тяжести: $F_x=0$, $F_z=-g$. Согласно [2] имеем:

$$R_{xz}=k^2\rho\frac{\dot{\overline{\upsilon}}_x^4}{\ddot{\overline{\upsilon}}_x^2}\,,\ \dot{f}=\frac{d}{dz}f\,. \qquad (3)$$

Считаем, что турбулентное движение жидкости в среднем происходит в направлении оси *Ox* и, что средняя скорость этого плоского движения существенным образом зависит лишь от координаты z: $\overline{\upsilon}_x=\overline{\upsilon}_x(z)$.

Считаем, что сверху поток ограничен свободной поверхностью, на которой выполняется динамическое условие равенства нормального напряжения в жидкости атмосферному давлению ρ_0=const. Касательное напряжение на свободной поверхности тождественно равно нулю, так как турбулентный поток рассматривается без учёта внутреннего трения (μ=0). Кинематическое условие на свободной поверхности выполняется автоматически, так как мы полагаем $\overline{\upsilon}_z=0$.

Введём ещё в рассмотрение расход жидкости Q через поперечное сечение потока:

$$Q=\int_0^\delta\upsilon_x^i dz+\int_\delta^h\overline{\upsilon}_x dz \qquad (4)$$

Решение задачи (1)-(3)

Из второго уравнения в (1) с учетом первого условия в (2) находим.

$$\overline{p}=p_0+\rho g(h-z) \qquad (5)$$

Подставляя (5) в первое уравнение в (1) с учётом (3), выводим:

$$R_{xz}-\tau_0=0,\ \tau_0=R_{xz}|_{z=\delta}. \qquad (6)$$

Здесь τ_0 — добавочное напряжение на границе ламинарного пограничного слоя (вязкого подслоя).

Из (3), (6) находим:

$$\frac{\ddot{\overline{\upsilon}}_x}{\dot{\overline{\upsilon}}_x^2}=\pm\frac{k\sqrt{\rho}}{\sqrt{\tau_0}}=-\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\dot{\overline{\upsilon}}_x}\right). \qquad (7)$$

Считая кривизну функции $\overline{\upsilon}_x(z)$ положительной, в (7) выбираем знак плюс.

Интегрируя (7), получаем представление для $\dot{\overline{\upsilon}}_x$:

$$\frac{1}{\dot{\bar{\upsilon}}_x}=-\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}kz+A\,,\ \dot{\bar{\upsilon}}_x=\frac{1}{A-\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}kz}\,. \quad (8)$$

Здесь A — постоянная, подлежащая определению.

Интегрируя (8), находим $\bar{\upsilon}_x$:

$$\bar{\upsilon}_x(z)=\upsilon_*-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\left(\ln\frac{A-B_z}{A-B_h}\right),\ \delta\le z\le h,$$

$$B_h=\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}kh\,,\ B_z=\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}kz\,. \quad (9)$$

Введём теперь в рассмотрение ламинарный подслой толщины δ, в котором необходимо учитывать и вязкое трение. В ламинарном подслое скорость $\upsilon_x=\upsilon_x^i$ меняется по линейному закону [2]:

$$\upsilon_x^i=U\frac{z}{\delta}\,,\ 0\le z\le\delta. \quad (10)$$

Здесь U — скорость потока на границе подслоя. Скорость U находится из (9) при z = δ. Тогда

$$\tau_0=\mu\frac{\partial\upsilon_x^i}{\partial z}=\mu\frac{U}{\delta}\,. \quad (11)$$

Согласно интегральному соотношению Кармана [2] имеем:

$$\nu\left(\frac{\partial\upsilon_x^i}{\partial z}\right)_{z=\delta}=\nu\left(\frac{\partial\upsilon_x^i}{\partial z}\right)_{z=0}. \quad (12)$$

То есть, добавочное напряжение τ_0, участвующее в (6)-(9) совпадает со значением трения в вязком подслое на самой стенке. Далее, будем считать, что на границе вязкого подслоя «сшиваются» не только скорости, но и их первые производные.

Таким образом, согласно (10) и (12), имеем уравнения:

$$\frac{\tau_0}{\mu}=\frac{1}{A-\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}k\delta}\,,\ \frac{\tau_0\delta}{\mu}=U\,,$$

$$U=-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\ln\frac{A-\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}k\delta}{A-\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}kh}+v_*\,. \quad (13)$$

Два уравнения в (13) связывают три величины A, τ_0 и δ.

В настоящее время существуют приборы, позволяющие определять касательные напряжения на поверхностях, по которым движется вязкая жидкость [3]. Поэтому в уравнениях (13) касательное напряжение на дне τ_0 можно считать известным. Тогда из первого уравнения в (13) находится A. Из второго уравнения (13) определяется δ по итерационному процессу, который сходится при значениях $\frac{\delta}{h}$, много меньших единицы:

$$A=\frac{\mu}{\tau_0}+\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}k\delta \quad (14)$$

$$\delta^{(m)}=\frac{\mu}{\tau_0}\left[\upsilon_*-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\ln\frac{1}{1-\beta\left(1-\frac{\delta^{(m-1)}}{h}\right)k}\right],$$

$$\frac{\delta^{(0)}}{h}=0\,,\ \beta=\frac{\tau_0}{\mu}\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}h \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14), а затем найденное выражение для A в (9), выводим:

$$\bar{\upsilon}_x=\upsilon_*-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\ln\frac{1+\beta\left(\frac{\delta}{h}-\frac{z}{h}\right)}{1+\beta\left(\frac{\delta}{h}-1\right)}\,,\ \delta\le z\le h. \quad (16)$$

$$\delta=\frac{\mu}{\tau_0}\left[\upsilon_*-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\ln\frac{1}{1-\beta}\right]. \quad (17)$$

Вычислим теперь расход Q по формуле (4):

$$Q=\int_0^\delta\upsilon_x^i dz+\int_\delta^h\bar{\upsilon}_x dz=\int_0^\delta U\frac{z}{\delta}dz+\left(\bar{\upsilon}_x z\right)_\delta^h-\int_\delta^h z\dot{\bar{\upsilon}}_x dz\,.$$

Учитывая (8), находим:

$$Q=U\frac{1}{2}\delta+h\upsilon_*-\delta U-\int_\delta^h\frac{z}{A-\sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}kz}dz\,. \quad (18)$$

Вычисляя интеграл, выводим:

$$Q=h\upsilon_*-\frac{1}{2}\frac{\tau_0}{\mu}\delta^2-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}(h-\delta)+\frac{\alpha}{k}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\ln\frac{\alpha-h}{\alpha-\delta}\,,$$

$$\alpha=A\frac{\sqrt{\tau_0}}{\sqrt{\rho}k}\,. \quad (19)$$

Формулы (5), (9), (10), (13), (16), (17) и (19) дают решение задачи о турбулентном движении вязкой жидкости по горизонтальному дну при наличии свободной поверхности с учётом вязкого подслоя.

Если касательное напряжение τ_0 на дне неизвестно, но известен расход Q, то равенство (19), с учётом формул (14) и (17) представляет собой уравнение для τ_0, которое должно быть решено численно. При значениях β много меньших единицы выведены асимптотические представления для δ, τ_0, $\bar{\upsilon}_x$ и υ_x^i.

Список литературы

1. Потетюнко Э.Н. Турбулентный поток жидкости по наклонной плоскости // Успехи современного естествознания. — 2010. — №9. — с. 224-226.

2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М.: Физматгиз, 1963.

3. Рябинин А.Н. Моделирование пограничного слоя вблизи морского дна с переносимыми твёрдыми частицами // Труды X Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». — СПб.: Наука, 2010. — С. 264-266.

Экономические науки

ЭКОНОМИКА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Глущенко Л.Ф., Глущенко Н.А.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, Великий Новгород, Россия

В стратегии развития российского государства роль образования первостепенна, ведь именно молодые образованные люди должны преодолеть опасность отставания России от мировых тенденций экономического и социального развития. Образование сегодня можно рассматривать как «локомотив» социальных и экономических преобразований в стране. И этот «локомотив» должен двигаться согласно установленным правилам движения и расписанию, при этом его движение должно быть экономически выгодным как тем, кто в нём находится (студентам, преподавателям), так и тем, кто обеспечивает и управляет этим движением (государству). Государство, несмотря на кризис, из года в год увеличивает расходы бюджетного содержания одного места в высшей школе. Опыт показывает, однако, что без грамотного управления денежными потоками достичь желаемых результатов невозможно. Именно грамотное управление денежными потоками — один из путей, который может привести к успеху. Нам всем хорошо известно, сколько стоит оснастить современным (а лучше современнейшим) оборудованием учебные лаборатории вузов, занимающихся подготовкой инженеров, технологов, медицинских работников и специалистов других специальностей. Сегодня же сложилась такая ситуация в связи с уменьшением приёма студентов, что по той или другой техноёмкой специальности в некоторых вузах обучается всего от 10 до 30-40 студентов. Понятно, что подготовленные в таких условиях специалисты будут просто бриллиантовыми. А если ещё в этой связи обратить внимание на необходимость соответствующей подготовки для проведения учебного процесса профессорско-преподавательского состава, создания научных школ, направлений, то выпускники станут просто бесценными.

На наш взгляд уже вполне созрела ситуация, когда должны быть приняты управленческие решения, согласно которым не может быть организовано обучение в вузе по тем специальностям, приём по которым менее 50-ти студентов. Это один из резервов того, чтобы высшее образование стало более экономичным, более эффективным, более качественным для всех участников процесса.