УДК 530.1.076

РАБОТА ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ТЕЛА

Иванов Е.М.

Димитровградский институт технологии, управления и дизайна, Димитровград, e-mail: ivanov-dgrad@mail.ru

Формула для определения работы $A = F \times S$ справедлива только для силы F, вызывающей ускоренное движение тела. Для других случаев работу следует вычислять через импульс силы $A = \frac{F^2 t^2}{2m}$ или $A = \frac{I^2}{2m}$, где импульс силы $I = \int F dt$.

Ключевые слова: работа, импульс силы, горизонтальное движение тела

Формула для вычисления работы

$$dA = F_a dS \tag{1}$$

была получена на основе II закона Ньютона. Она определяет изменение кинетической энергии за счет действия результирующей силы $F_a = \sum F_i = ma$, вызывающей ускоренное движение тела. Векторы F_a, V и a имеют одинаковое направление. Кто-то предложил рассмотреть силу F, действующую под углом а к горизонту, и переписал формулу в виде

$$dA = FdS\cos\alpha\,, \tag{2}$$

и работу определили как скалярное произведение векторов F (сила) и dS (вектор бесконечно малого перемещения). На самом же деле надо было найти результирующую силу F_a (кроме силы на тело действует сила тяжести $P = mg$ и сила реакции опоры N), и тогда не стали бы говорить о скалярном произведении. Формула (2) запрещает работу центростремительным силам (например, гравитационной силе при движении спутника по круговой орбите вокруг Земли или силе Лоренца при круговом движении электрического заряда в магнитном поле).

Покажем, что формулы (1) или (2) нельзя применять для вычисления работы сил трения. Преобразуем формулу (1). Для постоянной силы F_a ускорение $a = \text{const}$ и $dS = atdt = F_a tdt/m$. Тогда $dA = F_a^2 tdt/m$ или $A = F_a^2\, t^2/2\, m$. Обозначим $F_a t = I_a$ – импульс силы F_a. Для переменной силы $I_a = \int F_a dt$. Работу любой силы можно вычислить по формуле:

$$A = \frac{I^2}{2m}. \tag{3}$$

Формулу (3) можно получить другими методами [1]. Таким образом, работа силы пропорциональна квадрату её импульса, т.е. работа пропорциональна квадрату силы и квадрату времени. Величина работы зависит не только от величины силы, но и от длительности действия силы. Поскольку $A \sim F^2$, то аддитивны только работы ортогональных сил (например $F = F_x + F_y$), работы же сил, действующих вдоль одной координаты (например $F = F_{x1} + F_{x2}$), не будут аддитивны, т.е. их нельзя найти простым арифметическим сложением. Рассмотрим это на примере движения тела по горизонтальной поверхности с учетом силы трения.

Пусть на тело массы m = 1 кг на пути S = 100 м действует горизонтальная сила F = 100 Н. Сила совершает работу

$A = F \times S = 10000$ Дж, квадрат времени движения $t^2 = \frac{2S}{a} = \frac{2mS}{F} = 2$ с^2. Импульс силы $I = 14142$ Н×с.

Рассмотрим тот же случай, но включим силу трения $F_{тр} = 20$ Н. Тогда тело будет совершать ускоренное движение под действием силы $F_a = F - F_{тр} = 80$ Н Н. Квадрат времени движения $t_a^2 = 2mS / F_a = 2{,}5$с^2. Согласно учебников физики работа $A' = (F_a + F_{тр})S = 10000$ Дж. Импульс силы $I' = 15811$ Н· с.

Получается, что два разных импульса силы I и I' совершили одинаковые работы, т.е. выработали одинаковое количество энергии, что противоречит законам сохранения.

Рассчитаем работу с трением, пользуясь формулой (3)

$$A'' = \frac{F^2 t_a^2}{2m} = \frac{(F_a^2 + 2F_a F_{тр} + F_{тр}^2)t^2}{2m} = 12500 \text{ Дж.}$$

Таким образом, на том же самом пути $S = 100$ м сила $F = 100$ Н производит работу, равную 12500 Дж, а не 10000 Дж, когда трение отсутствует. Величина работы зависит от времени действия силы. Работы сил, действующих вдоль одной координаты, нельзя складывать арифметически.

Тело действует на опору своей силой тяжести $P = mg$, а опора действует на тело силой реакции опоры N. Причем точка приложения этих сил перемещается. Считают, что работа силы тяжести равна нулю – она перпендикулярна направлению перемещения, а cos 90° = 0. Но сила тяжести вызывает деформацию опоры в области контакта. Область деформации перемещается вместе с движущимся телом. Энергия деформации переходит в теплоту (внутреннюю энергию). Работу силы тяжести можно рассчитать по импульсу силы тяжести: $A_P = \frac{P^2 t^2}{2m}$. Если трение отсутствует, то время t связано с пройденным путем S и силой F соотношением $t^2 = \frac{2mS}{F}$. Тогда работа силы тяжести

$$A_P = \frac{m^2 g^2 S}{F} = \frac{P^2 S}{F} = \frac{A_N^2}{A_F}. \quad (4)$$

где $A_F = F \cdot S$, $A_N = N \cdot S = mgS$.

Недавно (март 2009) прошло сообщение: два израильских профессора (выходцы из бывшего Советского Союза) практически реализовали эту работу, вмонтировав в дорожное покрытие пьезоэлектрические элементы (наподобие железнодорожных шпал). Несколько километров такого автомобильного полотна способны обеспечить электроэнергией небольшой поселок.

Список литературы

1. Иванов Е.М. Работа и энергия в классической механике и I закон термодинамики. – Димитровград, ДИТУД УлГТУ, 2007.

2. Ivanov E.M. Work of Centripetal and Gyroscopic forces. // European Journal of Natural History. – 2006. – №1. – P. 80–81.

WORK AT HORIZONTAL MOVEMENT OF A BODY

Ivanov E.M.

Dimitrovgradsky institute of technology, management and design, Dimitrovgrads, e-mail: ivanov-dgrad@mail.ru

The formula for definition of work $A = F \times S$ is fair only for force F calling accelerated movement of a body. For other cases work should be calculated through an impulse of force $A = \frac{F^2 t^2}{2m}$ or $A = \frac{I^2}{2m}$, where an impulse of force $I = \int F dt$.

Keywords: work, a force impulse, horizontal movement of a body