Физико-математические науки

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ МНОЖЕСТВА РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Базилевский М.П., Носков С.И.

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск,
e-mail: noskov_s@irgups.ru

Одной из основных проблем, связанных с разработкой математических моделей объектов различной природы, является структурная спецификация каждого отдельного уравнения, состоящая в выделении наиболее информативного набора объясняющих переменных и выборе наиболее адекватной исследуемому процессу формы связи между ними. Для решения этой проблемы целесообразна организация «конкурса» моделей, состоящего в формировании множества их альтернативных вариантов с заданными заранее свойствами и последующем выборе наиболее приемлемого варианта на основе совокупности формальных и содержательных критериев [1, 2]. В данной работе рассматривается один из возможных подходов формирования множества таких вариантов.

Рассмотрим линейную регрессию:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \ldots + \alpha_m X_m + \varepsilon, \qquad (1)$$

где Y – зависимая переменная (отклик), X_i – i-ая независимая переменная, m – их количество, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ – вектор оцениваемых параметров, ε – ошибка аппроксимации.

С целью формирования множества регрессионных моделей будем преобразовывать левую часть уравнения (1), т.е. зависимую переменную Y. Для этого используем, в частности, следующие элементарные функции:

- *линейная* функция $Z = \beta^Y$, $\beta > 1$.
- *степенная* функция $Z = Y^\beta$.
- *логарифмическая* функция $Z = \log_\beta Y$, $\beta > 1$.

Пусть, например, в качестве элементарной функции для преобразования отклика был выбран натуральный логарифм, тогда из модели (1) получается уравнение:

$$Z = \ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \ldots + \alpha_m X_m + \varepsilon. \qquad (2)$$

Модель (2) является нелинейной по зависимой переменной, но линейной по параметрам, т.е. вектор значений $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_m$ можно вычислить при помощи методов наименьших квадратов (МНК) или модулей (МНМ).

Но прогнозирование по уравнению (2) не будет иметь смысла. Действительно, если подставить вместо переменных $X_1, X_2, \ldots, X_m$ какие-либо числовые значения, то получится прогноз для натурального логарифма зависимой переменной (Z), а нам необходим прогноз для зависимой переменной Y. Избавимся от логарифма, тогда получится экспоненциальная модель с мультипликативной ошибкой:

$$Y = e^{(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \ldots + \alpha_m X_m + \varepsilon)}. \qquad (3)$$

Уравнение (3) также сводится (путем логарифмирования) к нелинейному по зависимой переменной, но линейному по параметрам, а ошибка аппроксимации ε располагается в степени экспоненты, в отличие, например, от следующей модели с аддитивной ошибкой:

$$Y = e^{(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \ldots + \alpha_m X_m)} + \varepsilon. \qquad (4)$$

Для модели (4) обычные методы регрессионного анализа неприемлемы, так как она полностью нелинейна. В этом случае при идентификации неизвестных параметров $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_m$ нужно будет обращаться к длительным по времени итеративным процедурам – методам Ле-

венберга–Марквардта, Гаусса–Ньютона и т.д. Поэтому будем использовать внутренне линейную модель (3).

Вышеизложенный алгоритм формирования уравнений при проведении «конкурса» моделей реализован в программном комплексе автоматизации процесса построения регрессионных моделей (ПК АППРМ). Работающий с этой системой пользователь может выбирать один из трёх типов моделей:

1) Логарифмическая $Y = \log_{\beta}(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \ldots + \alpha_m X_m + \varepsilon), \quad \beta > 1.$

2) □тепенная $Y = (\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \ldots + \alpha_m X_m + \varepsilon)^{\beta}.$

3) Показательная $Y = \beta^{(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \ldots + \alpha_m X_m)} \cdot \varepsilon, \quad \beta > 1.$

При этом для каждой модели может быть указан любой параметр β из области его допустимых значений. □бщее количество уравнений не должно превышать 10. □тсюда следует, что данный алгоритм в сочетании с уже имеющимися встроенными алгоритмами формирования регрессий позволит увеличить общую размерность системы в 10 раз.

Список литературы

1. □азилевский М.П., Носков □.□. □ехнология организации конкурса регрессионных моделей □□□нформационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. – □ркутск: □рГ□П□, 200□ – Вып. □ – С. □□–□□.

2. Носков □.□. □ехнология моделирования об□ектов с нестабильным функционированием и неопределенностью в данных. – □ркутск: □б-линформпечать, 1□□6. – 320 с.

ОСОБЕННОСТИ ЛАЗЕРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ТИТАНА

Морозова Е.А., Муратов В.С.

Самарский государственный технический университет, Самара, e-mail: muratov@sstu.smr.ru

В результате проведения исследований по изменению структуры и свойств технически чистого титана В□1-0 после воздействия импульсного лазерного излучения нами установлено, что облучение поверхности приводит к возрастанию значений микротвердости поверхностного слоя. □тепень упрочнения определяется условиями облучения. □пределено, что максимальный эффект увеличения значений микротвердости наблюдается при минимальном диаметре лазерного пятна □ мм, максимальной плотности мощности лазерного излучения 3,0·10□ Вт□м² и составляет □20 НК по сравнению с исходным значением □□0-□□0НК. □альнейшее увеличение диаметра пятна и уменьшение плотности мощности приводит к менее интенсивному росту значений микротвердости в центральной части лазерного облучения.

Наряду с этим исследования, заключающиеся в изменении величины зерна, показали, что оптимальные характеристики по вязкости, пластичности и минимальному размеру зерна получены при наименьшей температуре в эпицентре, которая достигается при максимальном диаметре пятна и минимальной мощности лазерного излучения. Наилучшим с этой точки зрения является режим при диаметре пятна 13 мм, плотности мощности – 1,□10□ Вт□м², который характеризуется размером зерна на уровне отожженного – 30-□0 мкм.

Проведенный сравнительный анализ по воздействию импульсного и непрерывного источника на структуру и свойства технически чистого титана выявил, что при непрерывном воздействии значение микротвердости увеличивается до □00НК по сравнению с импульсным воздействием, где НК достигает значения 600-□00. □ольший прирост значений микротвердости при непрерывном воздействии обусловлен большей локальностью лазерного излучения и обогащением поверхностного слоя азотом, что приводит к образованию на поверхности твердой фазы – нитрида титана.

□птимальным с точки зрения увеличения микротвердости является режим лазерного поверхностного легирования титановой матрицы медью и последующего воздействия непрерывного лазерного излучения. В данном случае значение микротвердости увеличивается примерно в □ раза по сравнению с исходным значением.