капрон, и порошкообразные – кислый и нейтральный органический наполнитель на основе целлюлозосодержащего волокна, и микрокристаллическая целлюлоза. На первом этапе эксперимента изучено влияние режимов коагуляции на продолжительность сушки крошки каучука. Подкисление коагулируемой системы осуществляли раствором серной кислоты, серумом с pH = 2-3, серумом с pH = 4-5. При применении серума подкисленного до pH = 2-3 наблюдали увеличение начального влагосодержания. Это косвенно показывает, что крошка каучука, имеет наибольшую поверхность, что способствует снижению продолжительности сушки. При применении волокнистых и органических порошкообразных наполнителей наблюдали снижение продолжительности сушки крошки каучука. Это связано, с тем, что наполнитель, особенно волокнистый, способствует адсорбированию влаги из крошки каучука и выведению ее на поверхность, т.е. так называемым «тоннельным» эффектом.

Таким образом, введение волокнистых и органических порошкообразных наполнителей на основе целлюлозосодержащего волокна и микрокристаллической целлюлозы в латекс бутадиен-стирольных каучуков, снижает продолжительность сушки каучука в 1,3-1,5 раз.

Физико-математические науки

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ОКЕАНА ПО ОДНОЙ ЧАСТОТЕ И СООТВЕТСТВУЮЩЕМУ ЕЙ ВОЛНОВОМУ ЧИСЛУ, В ЗАДАЧЕ О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ОКЕАНА

Потетюнко Э.Н.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, e-mail: mehmat@aaanet.ru

В работе найдено распределение плотности океана по замеренной на свободной поверхности одной частоте и соответствующей ей волновому числу в задаче о свободных колебаниях неоднородной стратифицированной жидкости.

1. Решение прямой спектральной задачи о свободных колебаниях неоднородной жидкости.

В океанологической постановке задачи о свободных колебаниях стратифицированного океана в приближениях Буссинеска и «твёрдой крышки» для амплитудной функции вертикальных колебаний частиц жидкости рассматриваемая задача сводится к следующей краевой [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2W}{dz^2} + \dfrac{\mu(z)-\omega^2}{\omega^2 - f^2} k^2 W(z) = 0, \\ W(-H) = 0;\ W(0) = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

В (1) ω – частота свободных колебаний неоднородной жидкости; k – соответствующее данной частоте волновое число вертикальных колебаний частиц неоднородной жидкости; $H = \mathrm{const}$ – глубина водоёма; $f = 2\Omega\sin\varphi$ – параметр Кориолиса; Ω – угловая скорость вращения Земли; φ – широта местности, для которой исследуются внутренние волны; $\mu(z)$ – квадрат частоты плавучести (квадрат частоты Вяйсяля–Брента): $\mu(z) = -g\rho_{00}^{-1}\rho' > 0$; g – ускорение свободного падения; $\rho_0 = \rho_0(z)$ – плотность жидкости в равновесном состоянии; z – вертикальная координата. Начало координат взято на верхней границе жидкости, ось Oz – направлена вертикально вверх.

Для существования осцилляционных решений в задаче (1) накладываем ограничение $f^2 < \omega^2 < \max\limits_z \mu(z)$.

По функции $\mu(z)$ плотность жидкости находится по формуле:

$$\rho_0 = \rho_* \cdot \exp\left(\int_0^z \mu(\xi)\,d\xi\right), \qquad (2)$$

где ρ_* – плотность жидкости на её верхней границе при $z = 0$.

Целью данной работы является восстановление функции $\mu(z)$ по одной паре значений ω, k лежащей на дисперсионной кривой, соответствующей свободным колебаниям стратифицированной жидкости.

При этом следует отметить, что для жидкости большой глубины имеется частота свободных колебаний, независящая от параметров стратификации, которая при равном нулю параметре Кориолиса f переходит в частоту поверхностной волны однородной жидкости бесконечной глубины. Поэтому её следует исключить из рассмотрения.

В безразмерных переменных, сохраняя за безразмерной вертикальной координатой обозначение z, задачу (1) приводим к следующей:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2W}{dz^2} + \dfrac{\mu(z)-\omega^2}{\omega^2 - f^2} K^2 W(z) = 0, \\ W(0) = 0,\ W(1) = 0;\ \ K = kH. \end{cases} \qquad (3)$$

Стратификацию жидкости возьмем в виде квадратичной функции:

$$\mu(z) = \mu_0 + \mu_1 z + \mu_2 z^2. \qquad (4)$$

Известно, что обратная задача восстановления переменного коэффициента в дифференциальном уравнении задачи Штурма-Лиувилля не допускает однозначного решения без дополнительных предположений. В качестве одного из возможных предположений потребуем, чтобы функция $\mu(z)$ была симметрична относительно середины отрезка, т.е.:

$$\mu\left(\frac{1}{2} - z\right) = \mu\left(\frac{1}{2} + z\right), \qquad (5)$$
$$\mu(z) = \mu_0 + \mu_1 z - \mu_1 z^2.$$

Тогда задача запишется в следующем виде:

$$W''+\left(\tilde{\mu}_0+\mu_1 z-\mu_1 z^2\right)\lambda W=0;$$
$$\lambda=\frac{K^2}{\omega^2-f^2}; \qquad (6)$$
$$\tilde{\mu}_0=\mu_0-\omega^2;$$
$$W(0)=0;\quad W(1)=0.$$

Представим решение W в виде отрезка степенного ряда:

$$W=C_1 z+C_2 z^2+C_3 z^3+C_4 z^4+ +C_5 z^5+C_6 z^6+C_7 z^7+C_8 z^8. \qquad (7)$$

Поставляя (7) в уравнение в (6) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях z, находим:

$$C_2=0,\quad C_3=-\frac{\lambda\tilde{\mu}_0}{6}C_1,\quad C_4=-\frac{\lambda\mu_1}{12}C_1,$$
$$C_5=\left(\frac{1}{120}\lambda^2\tilde{\mu}_0^2+\frac{1}{20}\lambda\mu_1\right)C_1,$$
$$C_6=\frac{1}{120}\lambda^2\tilde{\mu}_0\mu_1 C_1,$$
$$C_7=\frac{1}{42}\left(-\frac{\lambda^3\tilde{\mu}_0^3}{120}-\frac{13}{60}\lambda^2\tilde{\mu}_0\mu_1+\frac{1}{12}\lambda^2\mu_1^2\right)C_1,$$
$$C_8=\frac{1}{56}\left(-\frac{1}{60}\lambda^3\tilde{\mu}_0^2\mu_1+\frac{1}{30}\lambda^2\mu_1^2\right)C_1.$$

Поэтому выражение для $W(z)$ принимает вид:

$$W=C_1\left(\begin{array}{l} z-\frac{1}{6}\tilde{\mu}_0\lambda z^3-\frac{1}{12}\mu_1\lambda z^4+\frac{1}{20}\left(\mu_1\lambda+\frac{1}{6}\tilde{\mu}_0^2\lambda^2\right)z^5+\frac{1}{120}\mu_1\tilde{\mu}_0\lambda^2 z^6+ \\ +\frac{1}{42}\left(\frac{1}{12}\mu_1^2\lambda^2-\frac{1}{120}\mu_0^3\lambda^3-\frac{13}{60}\mu_1\tilde{\mu}_0\lambda^2\right)z^7-\frac{1}{56}\left(\frac{2}{15}\mu_1^2\lambda^2+\frac{1}{60}\mu_1\tilde{\mu}_0^2\lambda^3\right)z^8 \end{array}\right). \qquad (8)$$

Удовлетворив последнему граничному условию в (6) выводим дисперсионное уравнение:

$$1+\lambda\left(-\frac{1}{6}\tilde{\mu}_0-\frac{1}{30}\mu_1\right)+\lambda^2\left(\frac{1}{120}\tilde{\mu}_0^2+\frac{1}{2520}\mu_1^2-\frac{25}{120}\tilde{\mu}_0\mu_1\right)+ +\lambda^3\left(-\frac{1}{5040}\tilde{\mu}_0^3-\frac{1}{3360}\tilde{\mu}_0^2\mu_1\right)=0. \qquad (9)$$

Приближенное значение наименьшего корня уравнения (9) можно найти, оставив в (9) лишь слагаемые λ^0 и λ (первые два слагаемых). Поэтому решаем дисперсионное уравнение (9) итерационным методом, сходимость которого обеспечивается при $\lambda\to 0$ и фиксированных μ_0, ω, μ_1:

$$1+\lambda_{m+1}\left(-\frac{1}{6}\tilde{\mu}_0-\frac{1}{30}\mu_1\right)=\lambda_m^2\left(-\frac{1}{120}\tilde{\mu}_0^2-\frac{1}{2520}\mu_1^2+\frac{25}{120}\tilde{\mu}_0\mu_1\right)+ +\lambda_m^3\left(\frac{1}{5040}\tilde{\mu}_0^3+\frac{1}{3360}\tilde{\mu}_0^2\mu_1\right)=0,\quad \lambda_0=0.$$

В первом приближении имеем:

$$1-\frac{1}{6}\tilde{\mu}_0\lambda-\frac{1}{30}\mu_1\lambda=0. \qquad (10)$$

Заменяя $\tilde{\mu}_0$ его представлением из (6), получаем дисперсионное уравнение в виде:

$$30\left(\omega^2-f^2\right)-5\left(\mu_0-\omega^2\right)K^2-\mu_1 K^2=0. \qquad (11)$$

Решая это уравнение относительно ω^2, находим:

$$\omega^2=\frac{K^2\left(\mu_1+5\mu_0\right)+30f^2}{30+5K^2}. \qquad (12)$$

Формула (12) определяет для неоднородной жидкости частоту свободных колебаний в зависимости от волнового числа при заданных параметров стратификации μ_0 и μ_1.

2. Решение обратной спектральной задачи – определение параметров стратификации жидкости по спектральным характеристикам её свободных колебаний.

Из дисперсионного уравнения (11) в первом приближении для нахождения параметров стратификации функции $\mu(z)$ по заданным спектральным характеристикам и невозможно определить оба параметра μ_0 и μ_1, поскольку в уравнение (11) входит лишь их линейная комбинация. Поэтому для дальнейшего решения полагаем, что средняя стратификация μ_0 нам известна. Тогда из дисперсионного уравнения (11) находим:

$$\mu_1=\frac{5\left(6\,\omega^2-6f^2-K^2\mu_0+K^2\omega^2\right)}{K^2}. \qquad (13)$$

По заданной средней стратификации Мирового океана μ_0 и её флюктуации μ_1, определяемой формулой (13), по формуле (5) находим функцию $\mu(z)$, а по формуле (2) находим распределение плотности в данном районе Мирового океана.

$$\rho_0=\rho_*\cdot\exp\left(\mu_0 z+\mu_1\frac{z^2}{2}-\mu_1\frac{z^3}{3}\right).$$

3. Исследование точности решения обратной задачи.

Из формулы (13), беря логарифмическую производную от левой и правой частей находим:

$$\frac{d\mu_1}{\mu_1}=\frac{K^2}{\left(6\omega^2-6f^2-K^2\mu_0+K^2\omega^2\right)}\times$$

$$\times\left(\frac{\left(\left(12+2K^2\right)\omega d\omega+\left(\omega^2-\mu_0\right)2KdK\right)K^2-2KdK\left(6\omega^2-6f^2-K^2\mu_0+K^2\omega^2\right)}{K^4}\right).$$

Оценивая в последнем равенстве левую и правую часть по модулю, выводим:

$$\left|\frac{d\mu_1}{\mu_1}\right|\le\left|\frac{12+K^2}{6\omega^2-6f^2-K^2\mu_0+K^2\omega^2}\right|\omega|d\omega|+\frac{2(6\omega^2-6f^2)}{K\left(6\omega^2-6f^2-K^2\mu_0+K^2\omega^2\right)}|dK|. \qquad (14)$$

Формула (14) определяет относительную точность параметра стратификации μ_1, в зависимости от $d\omega$ и dK, то есть, от точности измеряемых величин частоты и волнового числа. Из (14) видно, что при малых по модулю значениях величины $(6\omega^2-6f^2-K^2\mu_0+K^2\omega^2)$ относительная погрешность величины флуктуации μ_1 квадрата частоты плавучести от среднего значения μ_0 не может быть малой ни при каких-либо малых значениях погрешностей $d\omega$ и dK измеряемых величин.

Однако, при малых флуктуациях μ_1 от средней стратификации μ_0 квадрат частоты плавучести μ_0 может быть найден самостоятельно.

Исследуем, с какой точностью удовлетворяется исходная краевая задача, если решение дифференциального уравнения в (3) берется в виде полинома восьмого порядка. Для этого вычисляем «невязку» $F(z)$ удовлетворения дифференциального уравнения в (3):

$$F(z)=W''+\left(\mu(z)-\omega^2\right)W.$$

Подставив сюда W из (7) выводим:

$$F(z)=W''+\left(\mu(z)-\omega^2\right)W;$$

$$F(z)=z^7\left(C_7\tilde{\mu}_0\lambda+C_6\mu_1\lambda-C_5\mu_1\lambda\right)+$$
$$+z^8\left(C_8\tilde{\mu}_0\lambda+C_7\mu_1\lambda-C_6\mu_1\lambda\right)+z^9\left(C_8\mu_1\lambda-C_7\mu_1\lambda\right)+z^{10}\left(-C_8\mu_1\lambda\right).$$

Отсюда следует:

$$|F(z)|=O\left(\lambda^2\right).$$

4. Определение средней стратификации μ_0 квадрата частоты плавучести.

Положим в (9) $\mu_1=0$. В первом приближении имеем:

$$1-\frac{1}{6}\tilde{\mu}_0\lambda=0.$$

Уточняем $\lambda\tilde{\mu}_0$ по итерационной схеме:

$$1-\frac{1}{6}\left(\lambda\tilde{\mu}_0\right)_2=-\frac{1}{20}\left(\lambda\tilde{\mu}_0\right)_1^2+\frac{1}{5040}\left(\lambda\mu_0\right)_1^3;$$

$$(\lambda\mu_0)_1=6,$$

$$\left(\lambda\tilde{\mu}_0\right)_2=7{,}543. \qquad (15)$$

Тогда имеем:

$$(\mu_0-\omega^2)\frac{K^2}{\omega^2-f^2}=7{,}543,\quad \mu_0=\frac{7{,}543\left(\omega^2-f^2\right)}{K^2}+\omega^2;$$

$$\left|\frac{d\mu_0}{\mu_0}\right|\le\frac{K^2}{7{,}543\left(\omega^2-f^2\right)+K^2\omega^2}\left(2\omega\left(\frac{7{,}543}{K^2}+1\right)|d\omega|+\frac{15{,}086\left(\omega^2-f^2\right)}{K^3}|dK|\right). \qquad (16)$$

Формула (16) определяет среднее значение квадрата частоты плавучести μ_0 и относительную погрешность величины μ_0 в зависимости от погрешностей измерения частоты свободных колебаний и соответствующему ей волновому числу. По найденному значению μ_0 из формулы (2) определяется распределение плотности по глубине океана.

В случае $\mu(z)=\mu_0=\text{const}$ задача (1) допускает и точное решение:

$$W=C\sin(\sqrt{\lambda\tilde{\mu}_0}z).$$

Тогда согласно второму условию (1) получим:

$$\sin\sqrt{\lambda\tilde{\mu}_0}=0,\quad \sqrt{\lambda\mu_0}=n\pi,$$

$$\lambda\tilde{\mu}_0=n^2\pi^2,\quad n=1,2,3,\ldots \qquad (17)$$

Если разложить функцию $\sin\sqrt{\lambda\tilde{\mu}_0}$ в ряд и удерживать первые четыре слагаемых, то получим дисперсионное уравнение (9). Из (17) при $n=1$ следует $\lambda\tilde{\mu}_0=\pi^2=9{,}8696$.

Сравнивая это значение $\lambda\tilde{\mu}_0$ со значением $\lambda\tilde{\mu}_0$ из (15) находим, что при $\mu_0=\text{const}$ полиномиальная аппроксимация функции $W(z)$ полиномом восьмого порядка с нахождением корня дисперсионного уравнения (9) по итерационной схеме даёт относительную погрешность 23,57 %.

Список литературы

1. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 301 с.

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СФЕРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ ЛЬДА

Чукин В.В., Нгуен Т.Т.

Российский государственный гидрометеорологический университет, Санкт-Петербург, e-mail: chukin@meteolab.ru

В метеорологических измерительных системах широко используется активная локация на основе регистрации рассеянного электромагнитного излучения. Известно, что при взаимодействии с атмосферными частицами электромагнитная волна возбуждает в них внутреннее поле, излучающееся в виде вторичных волн. Основы теории рассеяния электромагнитных волн в свое время были разработаны Лявом и Ми. В данной работе используется математический аппарат (теория Ми) моделирования рассеяния электромагнитных волн на сферических частицах льда. Точность созданной численной модели рассеяния электромагнитных волн сферическими частицами проверялась путем сравнения с известными литературными источниками и показала высокую степень соответствия.

Анализ моделей взаимодействия электромагнитного излучения с кристаллами льда показал, что имеется возможность создания численной модели рассеяния волн на кристаллах льда с дополнительным привлечением математического аппарата теории фрактальных множеств. Учет фрактальных свойств кристаллов льда осуществляется введением понятия эффективной диэлектрической проницаемости, зависящей от фрактальной размерности D кристаллов льда. Как показали результаты проведенной обработки экспериментальных данных, фрактальная размерность кристаллов льда находится в пределах от 2,07 (иглы) до 2,95 (крупа).

Результаты численного моделирования показывают, что учет фрактальных свойств кристаллов льда приводит к уменьшению коэффициента обратного рассеяния, причем его значительное уменьшение наблюдается при больших размерах кристаллов. Этот вывод подтверждает экспериментальные факты о низкой радиолокационной отражаемости от кристаллических облаков.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.».

Филологические науки

КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПОДХОДОВ К КЛАССИФИКАЦИИ ТЕНДЕНЦИЙ РАЗВИТИЯ ПРОИЗНОСИТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЕЛИКОБРИТАНИИ (RP)

Хорошилова С.П.

ГОУ ВПО « Новосибирский государственный педагогический университет», Новосибирск, e-mail: cvx69@mail.ru

Произносительный стандарт, представляя собой орфоэпическую норму литературного произношения, с одной стороны, неоднороден, а, с другой стороны, постоянно развивается и подлежит изменениям. Естественная эволюция языка, различные экстралингвистические факторы приводят к изменению литературного стандарта. Некоторые нормы языка выходят из употребления и сменяются новыми в силу исчезновения одних реалий и появления других. Изменения в норме происходят довольно медленно, в течение жизни нескольких поколений. На данный момент социальная мобильность людей в мире и в частности в Великобритании значительно возросла, в результате фонетические нормы подвергаются большим изменениям. Проблему фонетических изменений произносительного стандарта Великобритании (RP) исследуют многие лингвисты, открывая все новые закономерности (Уэллс Дж., Гимсон А., Кристал Д., Кратенден А., Шахбагова Д.А., Шевченко Т.И., Соколова М.А.).

В нашей статье, посвященной анализу подходов к классификации тенденций развития произносительного стандарта Великобритании, мы рассмотрим изменения стандарта, начавшиеся во второй половине XX века.

В лингвистической литературе существует несколько классификаций тенденций развития произносительного стандарта Великобритании. Так, Соколова М.А. основывает свою классификацию изменений RP на системном подходе и описывает фонетические аспекты языка как систему со своими закономерностями и связями. Рассматривая изменения произносительного стандарта на сегментном уровне, автор представляет сначала вокалическую систему, затем консонантную систему. Изменения в вокалической системе затрагивают количественные и качественные составляющие:

1. Изменения, касающиеся стабильности артикуляции. К ним относится появление дифтонгоидов и монофтонгизация дифтонгов.
2. Изменения, касающиеся горизонтальных и вертикальных передвижений языка, где главной тенденцией в современном английском является централизация, как гласных переднего ряда, так и гласных заднего ряда.
3. Комбинаторные изменения, которые обусловлены взаимовлиянием звуков в потоке речи.