Основной задачей расчета балок МКЭ было получение границы пластической области в сжатой зоне балки. Расчет производился по программе ИСПА (Интегрированная система прочности анализа). Для этого была выбрана расчетная схема (см. рис. 3 в [1, 2]) для экспериментальных балок Б-8, Б-9, Б-10, Б-11. Для более точного моделирования работы экспериментальных балок в расчетной схеме место приложения нагрузки от штампа пресса сделали закрепленным, а нагрузку прикладывали на ее опорах.

С целью упрощения расчетной схемы балки и в связи с ее симметрией была выбрана расчетная схема в виде половины балки. В месте разреза были установлены закрепления.

Расчет выполнялся с учетом физической нелинейности материала. В расчетную модель была заложена диаграмма растяжения стали, полученная путем испытания образцов из экспериментальных балок.

Глубина зон пластических деформаций (размер 2α), полученная теоретически (столбец 3, см. табл.) и экспериментально (столбец 5) довольно хорошо согласуются между собой. Разница в результатах составляет всего лишь 1,5 %. Однако ширина зоны пластических деформаций (размер β), полученная теоретически (столбец 2) и экспериментально (столбец 4) отличаются почти в два раза. В то время как данные в столбце 2, полученные по предлагаемому механизму разрушения, и в столбце 6, полученные по МКЭ, отличаются всего лишь на 22,6 %.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о возможности применения предложенных методик определения размеров пластической области в сжатой зоне балок при воздействии локальных нагрузок.

Возможности применения методики расчета стальных балок при локальных нагрузках

	Теоретические данные		Экспериментальные данные		Данные расчета на ЭВМ по МКЭ	
	b (мм)	2*a* (мм)	*b* (мм)	2*a* (мм)	*b* (мм)	2*a* (мм)
20Ш1 № 9	25,28	45	51,6	45,7	31	64

Список литературы

1. Ширманов В.С., Пестряков И.В. Несущая способность сжатой зоны стальных балок при воздействии местной нагрузки // Изв. вузов. Стр-во. – 1996. – № 2. – С. 9-11.

2. Ширманов В.С., Пестряков И.В. Влияние сложного напряженного состояния на несущую способность стальных балок // Изв. вузов. Стр-во. – 1997. – № 3. – С. 6-9.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ТЕПЛОВОГО ДВИГАТЕЛЯ, РАБОТАЮЩЕМУ ПО ЦИКЛУ, ПРИБЛИЖАЮЩЕМУСЯ К ЦИКЛУ КАРНО

Гринкруг М.С., Некрасов И.И.

ГОУВПО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», Комсомольск-на-Амуре, e-mail: grin@knastu.ru, geometr.nekrasov@yandex.ru

Предложен многоступенчатый цикл с КПД, приближающемуся к КПД цикла Карно при достаточном количестве ступеней, при этом данный цикл осуществим в тепловых двигателях. Получена функциональная зависимость КПД цикла от начальных параметров. Проведены численные иссследования по влиянию параметров двигателя на КПД.

Известно, что наивысшим КПД среди тепловых двигателей имеет двигатель, работающий по циклу Карно, состоящему из двух изотерм и двух адиабат. КПД такого цикла определяется температурами нагревателя T_1 и холодильника T_2 по формуле:

$$\eta_{\text{Карно}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Трудности осуществления цикла Карно связаны с невозможностью подвода и отвода тепла при изотермических процессах.

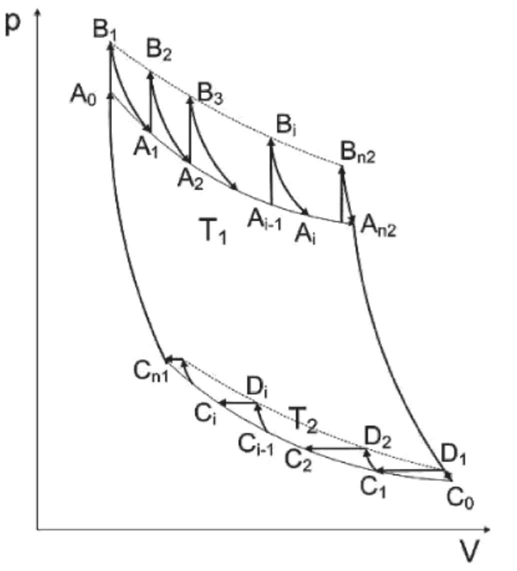
В данной работе предлагается цикл теплового двигателя, в котором подвод и отвод тепла происходит ступенчато (порциями) с использованием изохорных и изобарных процессов, которые можно осуществить в обычном многопоршневом двигателе. Цикл такого двигателя приведён на рисунке, а данная работа посвещенна расчёту его теоретического КПД и сравнения с КПД цикла Карно.

Вместо изотермического процесса отвода теплоты $C_0 - C_{n_2}$ проведём многоступенчатый процесс, в котором n_1 адиабата чередуется с n_1 изобарой, причём начальные и конечные точки каждой «ступени» принадлежат изотерме $C_0 - C_{n_2}$; и вместо изотермы $A_0 - A_{n_2}$ также проведём многоступенчатый процесс, состоящий из n_2 изохорных процессов чередующихся с n_2 адиабатными процессами, причём начальные и конечные точки каждой «ступени» принадлежат изотерме $A_0 - A_{n_2}$ (см. рисунок).

Будем считать известными температуры изотерм T_1 и T_2, числа «ступеней» n_1 и n_2 и i – число степеней свободы молекулы газа, являющегося рабочим телом. Пусть точке A_k соответствует объём V_k ($V_0 \le V_k \le V_{n_2}$), а точке C_j – V_{n_2+1+j} ($V_{n_2+n_1+1} \le V_{n_2+1+j} \ge V_{n_2+1}$), Q_1 – тепло, подведённое при процессе $A_0 - \ldots - A_{n_2}$, Q_2 – тепло, отведённое при $C_0 - \ldots - C_{n_1}$. ν –число молей газа.

Очевидно, что тепло подводится только при процессе $A_0 - \ldots - A_{n_2}$, а отводится только при процессе $C_0 - ... - C_{n_1}$. Поэтому найдём Q_1 и Q_2, а далее найдём КПД по известной формуле:

$$\eta_x = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (1)$$



Предлагаемый цикл

$A_0 - ... - A_{n_2} - C_0 - ... - C_{n_1} - A_0$

1. Найдём Q_1

При адиабатном процессе $B_k - A_k$ $Q = 0$, тогда всё тепло – Q_1 – подводится на $A_{k\text{-}1} - B_k$ для $k = 1, 2, 3, ..., n_2$. Пусть при процессе $A_{k\text{-}1} - B_k$ подводится Q_k тепла, тогда

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{n_2} Q_k,$$

где $Q_k = Q_{A_{k-1}-B_k} = \Delta U_{A_{k-1}-B_k} + L_{A_{k-1}-B_k} = \Delta U_{A_{k-1}-B_k}$; так как $A_{k\text{-}1} - B_k$ – изохорный процесс, то

$$L = \int_{V_{A_{k-1}}}^{V_{B_k}} \rho dV = 0.$$

$$\Delta U_{A_{k-1}-B_k} = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \frac{i}{2}\nu R\left(T_{B_k} - T_{A_{k-1}}\right) = \frac{i}{2}\nu R\left(T_{B_k} - T_1\right).$$

Уравнение адиабаты $TV^{\gamma-1}$ = const для точек B_k и A_k

$$T_{B_k} V_{B_k}^{\gamma-1} = T_{A_k} V_{A_k}^{\gamma-1};$$

$$T_{B_k} V_{A_{k-1}}^{\gamma-1} = T_1 V_{A_k}^{\gamma-1};$$

$$T_{B_k} = T_1\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1},$$

тогда

$$Q_k = \frac{i}{2}\nu R\left(T_1\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1} - T_1\right),$$

откуда

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{n_2} Q_k = \sum_{k=1}^{n_2}\left(\frac{i}{2}\nu R\left(T_1\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1} - T_1\right)\right) = \frac{i}{2}\nu R T_1\left(\sum_{k=1}^{n_2}\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1} - n_2\right).$$

2. Найдём Q_2

Аналогично пункту 1: на «ступени» $C_{j\text{-}1} - D_j - C_j$ процесс $C_{j\text{-}1} - D_j$ адиабатический, то есть $Q_{C_{j-1}-D_j} = 0$, тогда тепло отводится (так как это процесс $C_0 - ... - C_{n_1}$) только на участках D_j–C_j, пусть это тепло равно Q_j. Тогда

$$Q_2 = \sum\nolimits_{j=1}^{n_1} Q_j,$$

где $Q_j = L_{D_j-C_j} + \Delta U_{D_j-C_j} = -p_{C_j}\Delta V + \frac{i}{2}\nu R\Delta T. \quad (2)$

Уравнение Менделеева-Клайперона для точек C_j и $C_{j\text{-}1}$ имеет вид:

$$p_{C_j} V_{n_2+j+1} = \nu R T_2,$$

так как все C_j принадлежат изотерме $C_0 - C_{n_1}$, то

$$p_{C_j} = \frac{\nu R T_2}{V_{n_2+j+1}},$$

аналогично:

$$p_{C_{j-1}} = \frac{\nu R T_2}{V_{n_2+j}}.$$

Также заметим, что $D_j - C_j$ – изобара, то есть

$$p_{D_j} = p_{C_j} = \frac{\nu R T_2}{V_{n_2+j+1}}.$$

Уравнение адиабаты pV^γ = const для точек D_j и $C_{j\text{-}1}$ имеет вид:

$$p_{D_j} V_{D_j}^\gamma = p_{C_{j-1}} V_{C_{j-1}}^\gamma. \quad (3)$$

Подставим в уравнение (3) параметры p_{D_j} и $p_{C_{j-1}}$ получим:

$$\frac{\nu R T_2}{V_{n_2+j+1}} V_{D_j}^\gamma = \frac{\nu R T_2}{V_{n_2+j}} V_{n_2+j}^\gamma,$$

откуда

$$V_{D_j} = V_{n_2+j}\left(\frac{V_{n_2+j+1}}{V_{n_2+j}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Уравнение адиабаты $TV^{\gamma-1}$ = const для точек D_j и $C_{j\text{-}1}$ имеет вид:

$$T_{D_j} V_{D_j}^{\gamma-1} = T_{C_{j-1}} V_{C_{j-1}}^{\gamma-1}. \quad (4)$$

Подставим в уравнение (4) параметры V_{D_j} и $V_{C_{j-1}}$ получим:

$$T_{D_j} = T_2\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{D_j}}\right)^{\gamma-1} = T_2\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j}\left(\frac{V_{n_2+j+1}}{V_{n_2+j}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}\right)^{\gamma-1} = T_2\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Подставляя полученные выражения для p_{C_j}, V_{D_j} и T_{D_j} в (2), находим:

$$Q_j = -\frac{\nu RT_2}{V_{n_2+j+1}}\left(V_{n_2+j+1} - V_{D_j}\right) + \frac{i}{2}\nu R\left(T_{D_j} - T_2\right) =$$

$$= \frac{\nu RT_2}{V_{n_2+j+1}}\left(V_{n_2+j}\left(\frac{V_{n_2+j+1}}{V_{n_2+j}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - V_{n_2+j+1}\right) + \frac{i}{2}\nu R\left(T_2\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_2\right) =$$

$$= \nu RT_2\left(\left(\frac{V_{n_2+j+1}}{V_{n_2+j}}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1} - 1 + \frac{i}{2}\left(\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right) = \nu RT_2\left(\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\left(\frac{i}{2}+1\right).$$

Тогда

$$Q_2 = \sum_{j=1}^{n_1} Q_j = \sum_{j=1}^{n_1} \nu RT_2\left(\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\left(\frac{i}{2}+1\right) = \nu RT_2\left(\frac{i}{2}+1\right)\left(\sum_{j=1}^{n_2}\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - n_1\right).$$

3. Найдём η_x

$$\eta_x = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\nu RT_2\left(\frac{i}{2}+1\right)\left(\sum_{j=1}^{n_2}\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - n_1\right)}{\frac{i}{2}\nu RT_1\left(\sum_{k=1}^{n_2}\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1} - n_2\right)}, \tag{5}$$

преобразовав уравнение (5), получим

$$\eta_x = 1 - \frac{T_2}{T_1}\gamma\frac{\sum_{j=1}^{n_2}\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - n_1}{\sum_{k=1}^{n_2}\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1} - n_2}. \tag{6}$$

Возьмём

$$\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}} = \text{const} = C_1$$

для $C_0 - ... - C_{n_1}$ и $\frac{V_k}{V_{k-1}} = \text{const} = C_2$ для $A_0 - ... - A_{n_2}$ с целью обеспечения равномерного сжатия и расширения газа в цилиндрах двигателя. Если

$$\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}} = C_1 = \frac{V_{n_2}}{V_{n_2+1}} = \frac{V_{n_2+1}}{V_{n_2+2}} = ...$$

решая систему уравнений

$$\begin{cases} V_{n_2+2} = V_{n_2+1}\frac{1}{C_1} \\ V_{n_2+3} = V_{n_2+2}\frac{1}{C_1} = V_{n_2+1}\frac{1}{C_1^2} \end{cases}$$

Получим:

$$V_{n_2+1+j} = V_{n_2+1}\frac{1}{C_1^j}.$$

При $j = n_1$:

$$V_{n_2+n_1+1} = V_{n_2+1}\frac{1}{C_1^{n_1}}$$

или

$$C_1 = \left(\frac{V_{n_2+1}}{V_{n_2+n_1+1}}\right)^{\frac{1}{n_1}}. \tag{7}$$

Аналогично получим:

$$C_2 = \left(\frac{V_{n_2}}{V_0}\right)^{\frac{1}{n_2}}. \tag{8}$$

Уравнение адиабаты $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ для точек A_0 и C_{n_1}, A_{n_2}, и C_0:

$$T_1V_0^{\gamma-1} = T_2V_{n_1+n_2+1}^{\gamma-1};$$

$$T_1V_{n_2}^{\gamma-1} = T_2V_{n_2+1}^{\gamma-1},$$

откуда

$$\frac{V_0}{V_{n_2}} = \frac{V_{n_2+n_1+1}}{V_{n_2+1}}$$

или, учитывая (7) и (8), получим:

$$\frac{1}{C_2^{n_2}} = \frac{1}{C_1^{n_1}}.$$

Пусть

$$\frac{V_{n_2}}{V_0} = \varepsilon,$$

тогда

$$C_1 = \sqrt[n_1]{\varepsilon} \text{ и } C_2 = \sqrt[n_2]{\varepsilon},$$

тогда (6) примет вид:

$$\eta_x = 1 - \frac{T_2}{T_1}\gamma \frac{n_1\left(\varepsilon^{\frac{1}{n_1}\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{n_2\left(\varepsilon^{\frac{1}{n_2}\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}.$$

Обозначим $N_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{1}{n_1}$ и $N_2 = \frac{1}{n_2}(\gamma - 1)$

Тогда

$$\eta_x = 1 - \frac{T_2}{T_1}\frac{(\gamma-1)}{n_2}\frac{\gamma n_1}{\gamma - 1}\frac{\left(s^{N_1}-1\right)}{\left(s^{N_2}-1\right)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}\frac{N_2}{N_1}\frac{\left(s^{N_1}-1\right)}{\left(s^{N_2}-1\right)}.$$

Для $A_0 - ... - A_{n_2}$:

$$T_{B_k} = T_1\left(\frac{V_k}{V_{k-1}}\right)^{\gamma-1} = T_1 C_2^{\gamma-1} = T_1\varepsilon^{\frac{1}{n_1}\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

для j = 1, ..., n и для $C_0 - ... - C_{n_1}$:

$$T_{D_j} = T_2\left(\frac{V_{n_2+j}}{V_{n_2+j+1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_2\varepsilon^{\frac{1}{n_1}\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

для i = 1, ..., n.

Докажем, что при $n_1 \to \infty$ и $n_2 \to \infty$ (или $N_1 \to 0$ и $N_2 \to 0$) КПД этого цикла η_x стремиться к КПД цикла Карно $\eta_{\text{карно с}}$ теми же температурами. Последнее утверждение эквивалентно следующему :

$$\lim_{\substack{N_1\to 0\\ N_2\to 0}} \frac{s^{N_1}-1}{s^{N_2}-1}\frac{N_2}{N_1} = 1. \tag{9}$$

Предварительно докажем:

$$\lim_{z\to 0}\frac{A^z - 1}{z} = \lim_{z\to 0}\frac{z\ln A}{z} = \ln A$$

при $\forall A \in R$, $f(z) = A^z - 1$ при $z \to 0$ – бесконечно малая, тогда $A^z - 1 \sim z\ln A$ и

$$\lim_{z\to 0}\frac{A^z - 1}{z} = \ln A.$$

Вернёмся к доказательству исходного утверждения (9):

$$\lim_{\substack{N_1\to 0\\ N_2\to 0}} \frac{\varepsilon^{N_1}-1}{\varepsilon^{N_2}-1}\frac{N_2}{N_1} = \frac{\lim\limits_{N_1\to 0}\frac{s^{N_1}-1}{N_1}}{\lim\limits_{N_2\to 0}\frac{s^{N_2}-1}{N_2}} = \frac{\ln\varepsilon}{\ln\varepsilon} = 1.$$

Анализ полученных результатов

По полученным формулам были проведены расчётные исследования с изменением следующих параметров цикла: $n_1, n_2 = n \in [1;4], \varepsilon \in [2;9]$, вычисление его КПД и сравнение полученных значений КПД с КПД цикла Карно теплового двигателя, работающего в том же интервале температур. При этом учитывалось, что в предложенном цикле максимальная температура – T_{B_k} – больше чем температура соответствующей изотермы T_1. При расчётах принято: $T_1 = 1000$, $T_2 = 350$, рабочее тело – двухатомный газ $i = 5$. В таблицах приведены значения величины $\frac{\eta_{\text{Карно}}}{\eta_x} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_{B_i}}}{\eta_x}$ (табл. 1) и величины T_{B_i} (табл. 2) при различных значениях переменных.

Таблица 1

Отношение КПД цикла Карно к КПД предложенного цикла при различных значениях ε и n

ε/n	2	3	4
2	1,058310	1,040092	1,030538
3	1,087561	1,061291	1,047106
4	1,106353	1,075389	1,058310
5	1,119880	1,085809	1,066696
6	1,130286	1,094000	1,073355
7	1,138650	1,100704	1,078853
8	1,145584	1,106353	1,083519
9	1,151468	1,111214	1,087561

Таблица 2

Максимальная температура в цикле (T_{B_i}) при различных значениях ε и n

ε/n	2	3	4
2	1047,294	1040,403	1035,265
3	1075,99	1064,790	1056,467
4	1096,825	1082,439	1071,773
5	1113,264	1096,33	1083,798
6	1126,878	1107,811	1093,724
7	1138,518	1117,613	1102,186
8	1148,698	1126,173	1109,569
9	1157,754	1133,778	1116,123

Выводы

1. Предложенный цикл по КПД достаточно близок к циклу Карно, и уже при 4 степенях подвода и отвода теплоты разность составляет не более 4 %.

2. Данный цикл технически осуществим в обычных многоцилиндровых двигателях при соответствующем управлении процессами сжатия и расширения.

Список литературы

1. Кудинов В.А., Карташов Э.М. Техническая термодинамика: учеб. пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 2003. – 261 с.

2. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1975. – 497 с.