

В промежуточном поверхностном слое изделия под действием высоких температур происходит дегидратация компонентов с образованием свободного оксида кальция. В процессе последующей автоклавной обработки происходит взаимодействие оксида кальция с оксидом кремния с образованием силиката кальция. В результате химического взаимодействия образуется монолитный материал с высокой прочностью сцепления глазурного слоя с основой без микротрещин в поверхностном слое.

Плазменную обработку производили плазменной горелкой ГН-5р электродугового плазмотрона УПУ-8 при мощности 15 кВт и расходе плазмообразующего газа – аргона – 2,0 м<sup>3</sup>/ч.

Прочность сцепления глазурного слоя с основой составляла 4,3 МПа, морозостойкость – более 40 циклов замораживания–оттаивания. Глазурное покрытие обладало высокими эстетико-потребительскими свойствами. Разработанная технология рекомендуется к широкому промышленному внедрению.

### АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНОГО ПЛАНА ВУЗА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Воробьева Н.А., Носков С.И.

*Иркутский государственный университет путей  
сообщения, Иркутск, e-mail: is041@inbox.ru*

Активное внедрение в вузы федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (далее – ФГОС ВПО) обуславливает необходимость приведения образовательного процесса в соответствие новым требованиям. В этой связи особенно актуальной становится традиционно важная задача обеспечения надлежащего качества формирования учебного плана – документа, являющегося основой образовательной программы. По сути учебный план представляет

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й элемент выполняется в } j\text{-м семестре, т.е. } y_{ij} \neq 0 \\ 0, & \text{если } i\text{-й элемент не выполняется в } j\text{-м семестре, т.е. } y_{ij} = 0 \end{cases}$$

$z_{ABl} = 1$  – «штраф» за нарушение междисциплинарной связи между  $A$  и  $B$  в семестре  $l$ .

Трудоемкость освоения образовательной программы за учебный год равна

$$\sum_{j=1+p(l-1)}^{p-1} \sum_{i=1}^n y_{ij} = f, \quad l = \overline{1, r}. \quad (1)$$

Трудоемкость  $A$ -го элемента изменяется в установленных пределах:

$$x = (y_{1p}, \dots, y_{1e}, y_{21}, \dots, y_{2e}, \dots, y_{n1}, \dots, y_{ne}, \sigma_{11}, \dots, \sigma_{1e}, \sigma_{21}, \dots, \sigma_{2e}, \dots, \sigma_{n1}, \dots, \sigma_{ne}). \quad (4)$$

Оптимальным считается решение задачи  $x^*$ , при котором

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^e \sigma_{ij} \rightarrow \min. \quad (5)$$

собой таблицу, разработанную для каждого направления подготовки, в которой отражена трудоемкость каждого элемента (дисциплины, вида практики и так далее) с разбивкой по семестрам и видам занятий, а также форма контроля в каждом семестре.

Поскольку формирование учебного плана требует учета множества ограничений (требования ФГОС ВПО, содержательные требования к порядку изучения дисциплин (междисциплинарные связи)), то многие исследователи рекомендуют использование методов математического моделирования. Авторами предложен алгоритм формирования учебного плана на основе решения задачи целочисленного линейного программирования, где вектор неизвестных – целочисленные трудоемкости каждого элемента образовательной программы в разрезе семестров, ограничения – требования к учебному плану, целевая функция – выбранный критерий оптимальности. В качестве критерия оптимальности предложена минимизация числа семестров, отводимых под освоение каждого элемента. Если формирование такой последовательности с учетом всех ограничений невозможно, минимизируется суммарное число нарушений междисциплинарных связей.

Введем следующие обозначения:

$r$  – нормативный срок освоения образовательной программы, лет;

$p$  – число семестров в учебном году в вузе, единиц;

$e = pr$  – общее число семестров, отводимое под освоение образовательной программы, единиц;

$f$  – трудоемкость образовательной программы в учебном году, зачетных единиц;

$n$  – число всех видов элементов, единиц;

$(d_{\min}^i; d_{\max}^i)$  – соответственно нижняя и верхняя границы трудоемкости  $i$ -го элемента, ;

$y_{ij}$  – трудоемкость  $i$ -го элемента в  $j$ -м семестре,  $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, e}$ ;

$\sigma_{ij}$  – признак выполнения элемента:

$$d_{\min}^A \leq \sum_{j=1}^e y_{ij} \leq d_{\max}^A. \quad (2)$$

Если в соответствии с заданной междисциплинарной связью изучение  $B$ -й дисциплины может начинаться одновременно с изучением  $A$ -й дисциплины, то

$$\sigma_{Bj} - \sum_{l=1}^j \sigma_{Al} \leq 0, \quad j = \overline{1, e}. \quad (3)$$

Вектор неизвестных записывается как

$$x = (y_{1p}, \dots, y_{1e}, y_{21}, \dots, y_{2e}, \dots, y_{n1}, \dots, y_{ne}, \sigma_{11}, \dots, \sigma_{1e}, \sigma_{21}, \dots, \sigma_{2e}, \dots, \sigma_{n1}, \dots, \sigma_{ne}). \quad (4)$$

Если соблюдение ограничений (1) – (3) невозможно, то (3) заменяется на

$$\sigma_{Bj} - \sum_{l=1}^j \sigma_{Al} - z_{ABj} \leq 0, \quad j = \overline{1, p \cdot r}. \quad (6)$$

В этом случае минимизируется сумма «штрафов»  $z$ :

$$L = \sum_{l=1}^e \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n z_{ijl} \rightarrow \min. \quad (7)$$

Данный перечень ограничений является неполным, он представлен в качестве иллюстративного примера. К преимуществам сведения задачи формирования учебного плана к задаче целочисленного линейного программирования можно отнести возможность «безболезненной» для алгоритма замены ограничений или критерия оптимальности, а также возможности решения данной задачи с помощью средств вычислительной техники.

**ТРЕХМЕРНЫЙ КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ  
ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОИЗВОЛЬНЫХ  
ОБОЛОЧЕК ПРИ УЧЕТЕ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ**

Гуреева Н.А., Ключков Ю.В., Николаев А.П.

*Волгоградская государственная  
сельскохозяйственная академия, Волгоград,  
e-mail: natalya@gureeva.yandex.ru*

Изложен в смешанной формулировке МКЭ алгоритм получения на шаге нагружения матрицы деформирования объемного шестигранного конечного элемента с узловыми неизвестными в виде приращений перемещений и приращений деформаций.

Для численной реализации алгоритма использован функционал, полученный из условия равенства возможной и действительной работ внешних и внутренних сил на шаге нагружения.

Для реализации метода конечных элементов в смешанной формулировке в геометрически нелинейной постановке получен функционал на шаге нагружения из условия равенства возможной и действительной работ внешних и внутренних сил.

Для расчета произвольных оболочек на шаге нагружения разработан объемный шестигранный конечный элемент в смешанной формулировке МКЭ с узловыми неизвестными в виде приращений перемещений и приращений деформаций.

**1. Геометрия оболочек.** Положение произвольной точки  $M^0$  срединной поверхности оболочки в декартовой системе координат определяется радиус-вектором

$$\mathbf{R}^0 = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z(x, y)\mathbf{k}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – орты декартовой системы координат;  $x, y, z$  – координаты точки  $M^0$ .

Векторы локального базиса точки  $M^0$ , касательные к срединной поверхности, определяются выражениями

$$\mathbf{a}_1^0 = \mathbf{R}_{,x}^0 = \mathbf{i} + z_{,x}\mathbf{k}; \quad \mathbf{a}_2^0 = \mathbf{R}_{,y}^0 = \mathbf{j} + z_{,y}\mathbf{k} \quad (2)$$

Базисный вектор точки  $M^0$ , нормальный к срединной поверхности, определяется векторным произведением

$$\mathbf{a}_3^0 = \frac{\mathbf{a}_1^0 \times \mathbf{a}_2^0}{|\mathbf{a}_1^0 \times \mathbf{a}_2^0|}. \quad (3)$$

Выражения базисных векторов (2), (3) можно представить в матричном виде

$$\{\mathbf{a}^0\} = [M]\{\mathbf{i}\}; \quad \{\mathbf{i}\} = [M]^{-1}\{\mathbf{a}^0\}, \quad (4)$$

где  $\{\mathbf{a}^0\}^T = \{\mathbf{a}_1^0 \quad \mathbf{a}_2^0 \quad \mathbf{a}_3^0\}$ ;  $\{\mathbf{i}\}^T = \{\mathbf{i} \quad \mathbf{j} \quad \mathbf{k}\}$ .

Производные векторов (2), (3) с учетом (4) можно представить в матричном виде разложением по векторам локального базиса точки  $M^0$  [2]

$$\{\mathbf{a}^0_{,x}\} = [m]\{\mathbf{a}^0\}; \quad \{\mathbf{a}^0_{,y}\} = [n]\{\mathbf{a}^0\}, \quad (5)$$

где  $\{\mathbf{a}^0_{,x}\}^T = \{\mathbf{a}^0_{,x1} \quad \mathbf{a}^0_{,x2} \quad \mathbf{a}^0_{,x3}\}$ ;

$$\{\mathbf{a}^0_{,y}\}^T = \{\mathbf{a}^0_{,y1} \quad \mathbf{a}^0_{,y2} \quad \mathbf{a}^0_{,y3}\}.$$

Рассмотрим точку  $M^{0t}$ , расположенную на расстоянии  $t$  от срединной поверхности. Ее положение определяется радиус-вектором

$$\mathbf{R}^{0t} = \mathbf{R}^0 + t\mathbf{a}_3^0. \quad (6)$$

Векторы локального базиса точки  $M^{0t}$  определяются дифференцированием (6)

$$\mathbf{g}_1^0 = \mathbf{R}^{0t}_{,x} = \mathbf{R}^0_{,x} + t\mathbf{a}_{3,x}^0 = \mathbf{a}_1^0(1 + tm_{31}) + \mathbf{a}_2^0tm_{32} + \mathbf{a}_3^0tm_{33};$$

$$\mathbf{g}_2^0 = \mathbf{R}^{0t}_{,y} = \mathbf{R}^0_{,y} + t\mathbf{a}_{3,y}^0 = \mathbf{a}_1^0tm_{31} + \mathbf{a}_2^0(1 + tn_{32}) + \mathbf{a}_3^0tn_{33}; \quad (7)$$

$$\mathbf{g}_3^0 = \mathbf{R}^{0t}_{,t} = \mathbf{R}^0_{,t} + (t\mathbf{a}_3^0)_{,t} = \mathbf{a}_3^0.$$

**2. Перемещения и деформации.** При реализации шагового нагружения произвольная точка срединной поверхности рассматривается в трех положениях: исходном  $M^{0t}$ , деформированном после  $j$  шагов нагружения  $M^j$  (вектор перемещения  $\mathbf{V}$ ) и соседнем – после  $(j + 1)$ -го шага нагружения  $M^{j+1}$  (вектор перемещения  $\mathbf{w}$ ).

Перемещение точки  $M^{0t}$  за  $j$  шагов нагружения определяется вектором

$$\mathbf{V} = v^1\mathbf{a}_1^0 + v^2\mathbf{a}_2^0 + v^3\mathbf{a}_3^0 = \{\mathbf{a}^0\}^T \{v\}, \quad (8)$$

где  $\{v\}^T = \{v^1 \quad v^2 \quad v^3\}$ .

Производные вектора (8) с учетом (5) определяются выражениями

$$\mathbf{V}_{,x} = f_1^1\mathbf{a}_1^0 + f_1^2\mathbf{a}_2^0 + f_1^3\mathbf{a}_3^0;$$

$$\mathbf{V}_{,y} = f_2^1\mathbf{a}_1^0 + f_2^2\mathbf{a}_2^0 + f_2^3\mathbf{a}_3^0; \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_{,t} = v_{,t}^1\mathbf{a}_1^0 + v_{,t}^2\mathbf{a}_2^0 + v_{,t}^3\mathbf{a}_3^0,$$

где  $f_1^1, f_1^2, f_1^3, f_2^1, f_2^2, f_2^3$  – функции компонент вектора  $\mathbf{V}$  и их производных.

Положение точки  $M^j$  в деформированном состоянии оболочки можно представить в виде

$$\mathbf{R}^j = \mathbf{R}^{0t} + \mathbf{V}. \quad (10)$$