

го следует учесть целый ряд взаимосвязанных факторов наиболее важными из которых являются: цель применения метода, его педагогические функции, положительные и отрицательные стороны, уровень образовательной подготовки обучаемых и др. Если им, например, необходимо запомнить определенное ката, то целесообразно использовать метод показа (демонстрации) учебного материала. В зависимости от содержания изучаемого материала и способа действий обучаемых применяются различные виды показа: личный показ изучаемых приемов и действий; показ с помощью специально подготовленных обучаемых; показ реального оборудования, материалов, инструментов; показ изобразительных средств наглядности; демонстрация видеофильмов и другие. Однако дидактика требует оптимальной дозировки показываемых средств и строгой последовательности их предъявления. По нашим данным, подобный подход к организации занятий по каратэ способствует повышению качества обучения, усиливает личностную сопричастность каждого каратэка к происходящему, создает общий побудительный фон к деятельности, учит спортсмена работать с источниками информации.

Каждый из рассмотренных методов в учебном процессе реализуется через соответствующие приемы и с применением необходимых средств обучения.

Средства обучения в каратэ-до являются обязательным элементом оснащения учебных залов (додзё) и их информационно-предметной среды, а также важнейшим компонентом учебно-материальной базы образовательных и научных учреждений, особенно с общероссийским статусом, таких как Российская академия каратэ-до Шотокан. К ним относят различные материальные объекты, в том числе искусственно созданные специально для учебных целей, и вовлекаемые в учебный процесс в качестве носителей учебной информации и инструмента деятельности педагога-тренера и учащихся. Особый вид составляют технические средства обучения. По назначению они объединяются в следующие основные группы:

- а) технические средства тренажа (машины-тренажеры);
- б) технические средства передачи учебной информации (видеопроекторы, телевизоры, магнитофоны и другие);
- в) технические средства контроля знаний (машины-контролеры, компьютеры);
- г) технические средства самообучения (обучающие машины, компьютеры).

Рассмотренные формы, методы, приемы и средства обучения используются преимущественно для передачи учебной информации. Однако образовательный процесс в каратэ также предусматривает контроль и оценку уровня, полноты и качества знаний, навыков и умений обучаемых. Эта задача решается в рамках спец-

ифического процесса, обозначаемого в дидактике понятием «диагностика обучения». Квалификационный экзамен проводится при решении вопроса о присвоении спортсмену квалификационной степени – кю или дана. Диагностика обучения в каратэ многоуровневая, требования к экзаменуемому – высокие. Например, минимальные требования для сдачи квалификационного экзамена на 1 дан: спортсмен должен тренироваться с коричневым поясом (1 кю) не менее 1 года и заниматься каратэ не менее 3-х лет (три раза в неделю). От экзаменуемых ожидается демонстрация силы, концентрации, контроля техники дыхания, формы и скорости, полное понимание выполняемой техники, которая должна выполняться в любой последовательности, заданной экзаменатором. Исходя из этого, так же очевидно, что поиск новых эффективных методов обучения в каратэ крайне актуален.

Активные методы обучения в карате обеспечивают образование в коре больших полушарий нервных связей, которые создаются в процессе обучения единоборству, в результате сочетания многочисленных, действующих на организм раздражений. В результате вырабатываются прочные связи между тактическими и техническими действиями, воспитывается способность спонтанно создавать тактико-техническую комбинацию, соответствующую изменениям ситуации в кумите. Умение каратэка создавать и эффективно действовать в благоприятных ситуациях, зависит от многих взаимосвязанных факторов, например, таких как уровень и разносторонность физической и технической подготовленности, степень развития тактического мышления, уровень психологической подготовленности и так далее. Одни из перечисленных качеств дают возможность спортсмену обострять кумите, другие – способствуют рациональному выходу из критических ситуаций.

В современном спорте ситуация с подготовкой специалистов такова, что требуется оптимизация стратегии и тактики обучения. Главными характеристиками выпускника академии каратэ являются его компетентность и мобильность. В этой связи акценты при изучении разных граней каратэ-до переносятся на сам процесс познания, эффективность которого полностью зависит от познавательной активности самого учащегося.

РАЗВИТИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ

¹Салий В.П., ²Тимохин В.М.

¹СОШ №40, Новороссийск; ²Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф. Ушакова», Новороссийск, e-mail: t.v.m@inbox.ru

Одной из целей математического образования, нашедшей отражение в федеральном компоненте государственного стандарта по ма-

тематике, является интеллектуальное развитие школьника. Эта цель выходит на одно из ведущих мест при изучении математики на повышенном уровне. В программе средней школы одним из требований, предъявляемым к выпускникам 9-х и 11-х классов является умение решать уравнения и неравенства, а также геометрические задачи, *требующие* пространственного мышления. Кроме того, на ЕГЭ у большинства учащихся возникают трудности при решении задач повышенного уровня С как по алгебре, так и по геометрии.

Предлагаем несколько примеров уровня С, позволяющих развить мышление учащихся и подготовить их к ЕГЭ. Решая предлагаемые задачи, школьник развивает умение аналитически обрабатывать информацию и умение строить новые для себя логические конструкции.

Вариант 1

С1. Решите уравнение:

$$\sin \frac{5\pi x}{4} = x^2 - 4x + 5$$

Решение:

Рассмотрим функции

$$f(x) = \sin \frac{5\pi x}{4} \quad \text{и} \quad g(x) = x^2 - 4x + 5.$$

Так как $\left| \sin \frac{5\pi x}{4} \right| \leq 1$, для всех $x \in R$, а

$$x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1,$$

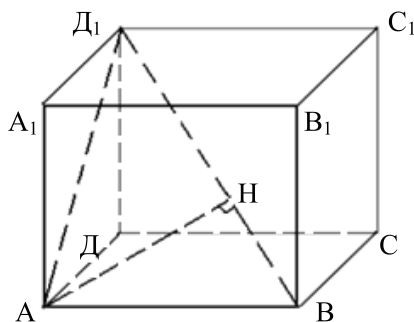
$(x - 2)^2 \geq 0$, то $(x - 2)^2 + 1 \geq 1$, для всех $x \in R$.
Имеем: $g(x) \leq 1$, $f(x) \geq 1$, $g(x) = f(x)$, значит данное уравнение имеет те же решения, что и система

$$\begin{cases} \sin \frac{5\pi x}{4} = 1 \\ (x - 2)^2 + 1 = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} \sin \frac{5\pi x}{4} = 1 \\ x = 2 \end{cases}; \quad x = 2;$$

Ответ: $x = 2$.

С2. В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние от точки А до прямой BD_1 .

Решение:



Рассмотрим $\triangle D_1AB$, так как $AB \perp (AA_1)$, то $AB \perp AD_1$, значит $\angle AD_1B = 90^\circ$ и расстоянием от точки А до BD_1 будет высота, проведённая из вершины А.

Так как куб единичный, то $AB = 1$, $AD_1 = \sqrt{2}$ (из прямоугольного $\triangle AA_1D_1$ $\angle A_1 = 90^\circ$, $AA_1 = A_1D_1 = 1$), $BD_1 = \sqrt{3}$ (из $\triangle D_1AB$ по теореме Пифагора).

$$S_{\triangle D_1AB} = \frac{AD_1 \cdot AB}{2};$$

$$S_{\triangle D_1AB} = \frac{D_1B \cdot AH}{2};$$

откуда получим

$$AD_1 \cdot AB = D_1B \cdot AH;$$

$$AH = \frac{AD_1 \cdot AB}{D_1B};$$

$$AH = \frac{AD_1 \cdot AB}{D_1B} = \frac{\sqrt{2} \cdot 1}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Ответ $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_2(\log_4(x+1))}{x^2 - 6x + 8} \cdot (25^x - 130 \cdot 5^x + 625) \geq 0.$$

Решение:

Применим обобщённый метод интервалов. Найдём нули выражений

$$\log_2(\log_4(x+1));$$

$$(x^2 - 6x + 8) \quad \text{и} \quad (25^x - 30 \cdot 5^x + 625);$$

$$\log_2(\log_4(x+1)) = 0, \quad (x^2 - 6x + 8) = 0;$$

$$\log_4(x+1) = 1, \quad x_1 = 2 \quad \text{или} \quad x = 4;$$

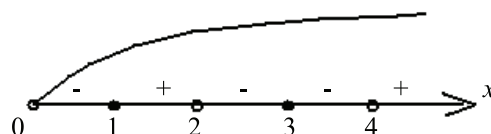
$(x+1) = 4$, откуда $x = 3$, учитывая, что

$$\log_4(x+1) > 0, \quad (x+1) > 1, \quad x > 0$$

$$(25^x - 30 \cdot 5^x + 625) = 0; \quad 5^x = t, \quad t > 0$$

$$t^2 - 130t + 625 = 0$$

Отсюда $t = 5$; или $t = 125$.



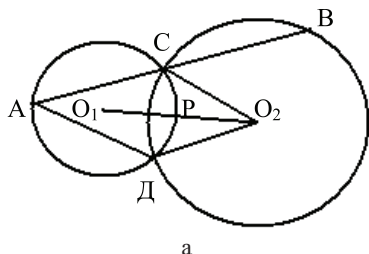
Тогда $5^x = 5$ или $5^x = 5^3$ $x = 1$ или $x = 3$.

При переходе через точку $x = 3$ два выражения меняют знак:

$$\log_2(\log_4(x+1)) \quad \text{и} \quad (25^x - 30 \cdot 5^x + 625),$$

поэтому левая часть неравенства знак не меняет $[1; 2) \cup \{3\} \cup (4; +\infty)$.

С4. Через одну из точек пересечения двух окружностей проведена прямая, пересекающая одну из этих окружностей в точке А, а другую –



Пусть O_1 и O_2 – центры первой и второй окружностей, С и D – точки пересечения этих окружностей друг с другом, АВ – прямая, проходящая через точку С, Р – точка пересечения прямой O_1O_2 с первой окружностью (рисунок а).

Тогда $\angle CAD = \frac{1}{2} \widehat{CPD}$ (вписанный угол, опирающийся на дугу CPD), $\angle O_2O_1D = \angle PO_1D = \widehat{PD}$ (центральный угол, опирающийся на дугу CD). Окружности симметричны относительно прямой O_1O_2 , то $\widehat{PD} = \frac{1}{2} \widehat{CPD}$, значит $\angle CAD = \angle O_2O_1D$. Аналогично доказываем, что $\angle CBD = \angle O_1O_2D$. $\triangle ABD \sim \triangle O_1O_2D$ по двум углам,

$$\frac{AB}{O_1O_2} = \frac{AD}{DO_1}; \quad AB = d \frac{AD}{DO_1}.$$

Следовательно, отрезок АВ имеет наибольшую длину, если отношение $\frac{AD}{DO_1}$ – наибольшее. Но

$\frac{AD}{DO_1} \leq 2$ (DO_1 – радиус окружности, АД – не длиннее диаметра). Отсюда $AB \leq d$ и $AB = 2d$ т.к. АД и ВД – диаметры первой и второй окружностей (см. рисунок б).

Ответ: $2d$.

С5. Найти все значения параметров а, при которых область определения функции

$$y = \log_3 \left(7 \log_x (a + 2\sqrt{a-1}) - 3 - 2 \log_{1+\sqrt{a-1}} 2 \right)$$

содержит число 5 и не содержит число 9.

Решение:

Найдём область определения данной функции:

$$7 \log_x (a + 2\sqrt{a-1}) - 3 - 2 \log_{1+\sqrt{a-1}} x > 0;$$

$$7 \log_x (a + 2\sqrt{a-1})^2 - 3 - 2 \log_{1+\sqrt{a-1}} x > 0;$$

$$14 \log_x |a + 2\sqrt{a-1}| - 3 - 2 \log_{1+\sqrt{a-1}} x > 0.$$

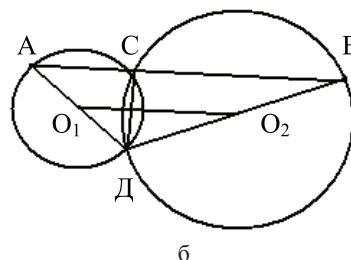
Учитывая, что $1 + \sqrt{a-1} > 0$

$$14 \log_x (a + 2\sqrt{a-1}) - 3 - 2 \log_{1+\sqrt{a-1}} x > 0;$$

$$14 \frac{1}{\log_{1+\sqrt{a-1}} x} - 3 - 2 \log_{1+\sqrt{a-1}} x > 0.$$

в точке В. Найдите наибольшее возможное значение длины отрезка АВ, если расстояние между центрами данных окружностей равно d .

Решение:



Пусть $\log_{1+\sqrt{a-1}} x = t$, получим

$$\frac{14}{t} - 3 - 2t > 0; \quad \frac{2t^2 + 3t - 14}{t} < 0$$

или

$$\frac{2(t-2)\left(t+\frac{7}{2}\right)}{t} < 0, \quad t \in \left(-\infty; -\frac{7}{2}\right) \cup (0; 2).$$

Рассмотрим

$$t < -\frac{7}{2}; \quad \log_{1+\sqrt{a-1}} x < -\frac{7}{2}$$

$$\log_{1+\sqrt{a-1}} x < \log_{1+\sqrt{a-1}} (1 + \sqrt{a-1})^{\frac{7}{2}}.$$

Из условия

$$0 < t < 2, \quad 0 < \log_{1+\sqrt{a-1}} x < 2$$

$$\log_{1+\sqrt{a-1}} 1 < \log_{1+\sqrt{a-1}} x < \log_{1+\sqrt{a-1}} (1 + \sqrt{a-1})^2.$$

Так как $1 + \sqrt{a-1} > 1$, то функция $f(t) = \log_{1+\sqrt{a-1}} t$ – монотонно возрастает при $t > 0$, отсюда

$$0 < x < (1 + \sqrt{a-1})^{\frac{7}{2}}$$

или

$$1 < x < (1 + \sqrt{a-1})^2.$$

Получим при $a > 1$

$$D(y) = \left(0; \frac{1}{(1 + \sqrt{a-1})^{\frac{7}{2}}} \right) \cup \left(1; (1 + \sqrt{a-1})^2 \right).$$

Чтобы $5 \in D(y)$, а $9 \notin D(y)$, а необходимо, чтобы $5 < (1 + \sqrt{a-1})^2 \leq 9$.

Так как $y = \sqrt{t}$ монотонно возрастает, где $t > 0$, то

$$\sqrt{5} < 1 + \sqrt{a-1} \leq 3,$$

т.к. $1 + \sqrt{a-1} > 0$, то

$$\sqrt{5} < 1 + \sqrt{a-1} \leq 3;$$

$$\sqrt{5} - 1 \leq \sqrt{a-1} \leq 2.$$

Функция $y = t^2$ монотонно возрастает при $t > 0$, то

$$(\sqrt{5}-1)^2 \leq a-1 \leq 4;$$

$$5 - 2\sqrt{5} + 1 + 1 < a \leq 4 + 1;$$

$$7 - 2\sqrt{5} + 1 + 1 < a \leq 5.$$

ОТВЕТ: $(7 - 2\sqrt{5}; 5)$.

Вариант 2

C1. Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos(2\sqrt{2}x) = 2.$$

Решение:

$$|\cos 2x| \leq 1 \implies |\cos(2\sqrt{2}x)| \leq 1$$

для всех $x \in R$, значит уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos(2\sqrt{2}x) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2\sqrt{2}x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n, n \in Z \\ \sqrt{2}x = \pi k, k \in Z \end{cases}$$

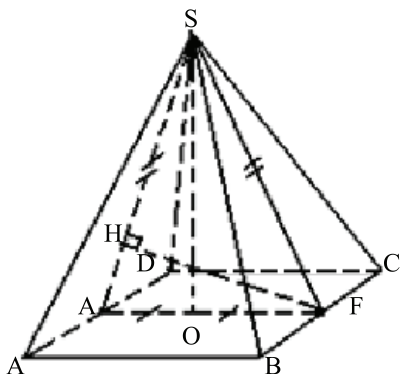
Если $n = 0$ то $x = 0$ – решение системы; если $n \neq 0$ то $x \neq 0$. Поделим почленно уравнения последней системы, получим

$$\frac{\sqrt{2}x}{x} = \frac{\pi k}{\pi n}; \quad \sqrt{2} = \frac{k}{n}, \quad (1)$$

где $\sqrt{2}$ – иррациональное число, $\frac{k}{n}$ – рациональное число, значит равенство (1) невозможно и при $n \neq 0$ система (уравнение) решений не имеет.

О т в е т : 0.

C2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BC .



Решение:

Прямые BC и SA – скрещивающиеся ($BC \in ABC$, $SA \cap (ABC) = A$, $A \notin BC$, признак скрещивающихся прямых). Прямая $BC \parallel AD$ (пирамида правильная, то $ABCD$ квадрат), а

$AD \in ADS$, значит $BC \parallel (ADS)$, $SA \in (ADS)$, следовательно, расстояние от прямой BC до плоскости ASD , равно расстоянию между скрещивающимися прямыми.

Построим сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середины рёбер BC и AD , F и E , соответственно. Получим равнобедренный $\triangle ESF$ ($SE = SF$ – апофемы пирамиды $SABCD$). Проведём $FH \perp SE$, FH – расстояние от BC до плоскости ASF ($HF \perp ES$, $EF \perp AD$, $SE \perp AD$), $AB = DC = \dots = AD = 1$, $AS = SB = \dots = SD = 1$, $EF = 1$, $SE = EF = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (из $\triangle SFC$ ($\angle F = 90^\circ$) по теореме Пифагора). Высота пирамиды

$$SO = \sqrt{SF^2 - OF^2} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

 $(\text{из } \Delta SOF).$

$$S_{\Delta SEF} = \frac{1}{2} SE \cdot HF,$$

$$SO \cdot EF = SE \cdot HF, \quad HF = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

ОТВЕТ: $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

С3. Решите неравенство

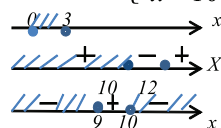
$$\log_{\frac{x}{3}} \left(\log_3 \frac{x-12}{x-10} \right) \geq 0$$

Решение:

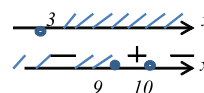
$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{x}{3} < 1 \\ \log_3 \frac{x-12}{x-10} \leq 1 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{3} > 1 \\ \log_3 \frac{x-12}{x-10} \geq 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 0 < x < 3 \\ \frac{x-12}{x-10} > 0 \\ \frac{x-12}{x-10} \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3 \\ \frac{x-12}{x-10} \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 3 \\ \frac{x-12}{x-10} > 0 \\ \frac{18-2x}{x-10} \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3 \\ \frac{18-2x}{x-10} \geq 0 \end{cases}$$



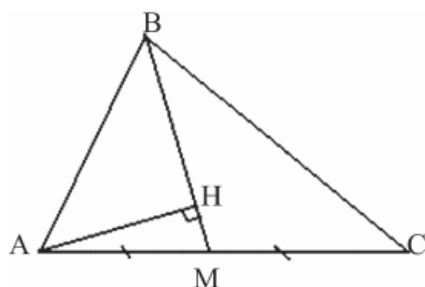
$$x \in (0; 3)$$



$x \in [9; 10)$

Значит, решением данного неравенства являются $x \in (0; 3) \cup [9; 10)$.

С4. Площадь $\triangle ABC$ равна $60\sqrt{2}$. Найдите длину AC , если длина AB равна 11 и они больше половины длины AC , а длина медианы BM равна 10.



Пусть H проекция точки A на прямую BM . По условию $AB > AM$, значит $\angle AMB < \angle ABM$, а потому $\angle ABM$ является острым. Из этого следует, что точка H лежит на луче BM , а не на его продолжении. Так как M – середина AC , то

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 30\sqrt{2};$$

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AH \cdot BM;$$

$$AH = \frac{2S_{\triangle ABM}}{BM} = \frac{60\sqrt{2}}{10} = 6\sqrt{2}.$$

Из $\triangle ABH$ по теореме Пифагора

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{121 - 72} = 7;$$

$$MH = BM - BH = 10 - 7 = 3.$$

Из $\triangle AMH$ ($\angle H = 90^\circ$) по теореме Пифагора

$$AM = \sqrt{AH^2 + MH^2} = \sqrt{72 + 9} = 9;$$

$$AC = 2AM = 18.$$

Ответ: 18.

С5. При каких значениях p уравнение

$$5 \cos 2x + \frac{2p}{\sin x} = -29$$

имеет решение?

Решение:

$$5 \cos 2x + \frac{2p}{\sin x} = -29 / \sin x \quad \text{ОДЗ } \sin x \neq 0;$$

$$5 \cos 2x \cdot \sin x + 2p = -29 \sin x;$$

$$5(1 - 2 \sin^2 x) \sin x + 2p = -29 \sin x;$$

$$p = 5 \sin^3 x - 17 \sin x.$$

Полученное уравнение будет иметь корни тогда и только тогда, когда p будет принимать значения из области значений функции

$$y(x) = 5 \sin^3 x - 17 \sin x.$$

Обозначим $\sin x = t$, с учетом ОДЗ $t \in [-1; 0) \cup (0; 1]$.

Рассмотрим функцию $f(t) = 5t^3 - 17t$, где $t \in [-1; 0) \cup (0; 1]$; т.к. $f(-t) = -f(t)$, то функция

нечётна. Поэтому, достаточно найти $E(f)$, для $t \in [0; 1)$.

$$f(t) = 5t^3 - 17t.$$

$$f'(t) = 15t^2 - 17,$$

для $t \in [0; 1)$, справедливо неравенство $f'(t) < 0$, т.е. $f(t)$ убывает и непрерывна на $[0; 1)$, то $f(t) = -12$ – минимальное значение, а $f(0) = 0$ – максимальное, следовательно $t \in [0; 1)$, $E(f) = [-12; 0)$, т.к. $f(t)$ – нечётная, то для $t \in [-1; 0)$ $E(f) = (0; 12]$ значит $p \in [-12; 0) \cup (0; 12]$.

Ответ: $p \in [-12; 0) \cup (0; 12]$.

При подготовке к ЕГЭ необходимо обратить внимание на оформление работы и чёткость ответа.

Список литературы

1. Кушнир И. Уравнения. Задачи и решения. – Киев: Астарта, 1996.
2. Шарыгин И.Ф. Геометрия (планиметрия) Задачник 9-11 классы. – М.: Дрофа, 2001.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ В ЗАДАНИЯХ С6 ЕГЭ

¹Салий В.П., ²Тимохин В.М.

¹СОШ №40, Новороссийск;

²Государственный морской университет
имени адмирала Ф.Ф. Ушакова», Новороссийск,
e-mail: t.v.m@inbox.ru

Одним из основных отличий заданий уровня С6 от остальных заданий ЕГЭ является их явно выраженный нестандартный характер, а сведения, необходимые для решения этих заданий могут относиться к самым различным разделам школьного курса, построение решения может потребовать нетривиальных идей и методов. Умение доказывать, умение рассуждать, которому можно научиться, изучая математику, даст возможность потратить на рутинную работу значительно меньше сил и времени, чем предполагают составители заданий ЕГЭ. Чрезвычайно полезная информация, связанная с делимостью чисел, свойствами чисел и операциями над ними, методами рационального счёта. Здесь предлагаются задания, которые содержат теоретический материал не входящий в школьный курс математики (для тех, кто интересуется математикой), поэтому для подготовки учащихся предлагаем следующую группу задач. Например:

1. Доказать, что $15892 - 1$ – составное число.

Доказательство:

1589 – нечётное число, то его квадрат тоже нечётное число, значит $1589^2 - 1$ чётное, т.е. делится на 2, значит оно составное.

2. Является ли число $648732^{38} - 3$ простым?

Доказательство:

Сумма цифр числа 648732 равна

$$6 + 4 + 8 + 7 + 3 + 2 = 30$$

делится на 3, значит 648732 делится на 3, и $648732^{38} - 3$ делится на 3 (каждое слагаемое делится на 3) и $648732^{38} - 3$ является составным.