«Интеграция науки и образования», Мальдивские острова, 15-22 февраля 2012 г.

Физико-математические науки

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОПЕРАТОРОВ В СЛУЧАЕ РАЗДЕЛЁННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Митрохин С.И.

НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, e-mail: mitrokhin-sergey@yandex.ru

Рассмотрим дифференциальные операторы L_1 и L_2, заданные дифференциальным уравнением Штурма-Лиувилля

$$-y''(x)+q(x)\cdot y(x)=\lambda a^2\cdot y(x),\quad 0\le x\le\pi,\quad a>0, \tag{1}$$

с разделёнными граничными условиями вида:

а) $$y(0)=y(\pi)=0; \tag{2}$$

б) $$y(0)=0,\ y'(\pi)=-H\cdot y(\pi),\ H\in R. \tag{3}$$

Предполагаем, что $q(x)\in L_1[0;\pi]$ – суммируемая функция на отрезке $[0;\pi]$.

Методами работы [1] доказываются следующие теоремы.

Теорема 1. Асимптотика собственных значений операторов (1), (2) и (1), (3) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}
a)\ s_k=\sqrt{\lambda_k}=\frac{k}{a}+\frac{d_{1k}}{ak}+\frac{d_{2k}}{ak^2}+\underline{O}\left(\frac{1}{k^3}\right),\quad k=1,2,3,...;\\
d_{1k}=\frac{1}{2\pi}\cdot\left[\int_0^\pi q(t)dt_1-\int_0^\pi q(t)\cdot\cos(2kt)dt_2\right],...;\\
б)\ s_k=\frac{K_1}{a}+\frac{D_{1k}}{aK_1}+\frac{D_{2k}}{aK_1^2}+\underline{O}\left(\frac{1}{k_1^3}\right),\quad K_1=k+\frac{1}{2};\quad k=1,2,3,...;\\
D_{1k}=\frac{1}{2\pi}\left[\int_0^\pi q(t)dt_1-\int_0^\pi q(t)\cos((2k+1)t)dt_3+2H\right],..
\end{gathered} \tag{4}$$

Теорема 2. Асимптотика собственных функций операторов (1), (2) и (1), (3) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}
a)\ y_k(x,s)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\left\{\sin(kx)+\frac{1}{k}\left[\cos(kx)\cdot\left(d_{1k}x-\frac{1}{2}\left(\int_0^x...\right)_1+\frac{1}{2}\left(\int_0^x...\right)_2\right)+\right.\right.\\
\left.\left.+\frac{1}{2}\sin(kx)\left(\int_0^x q(t)\sin(2kt)dt_4-\left(\int_0^\pi...\right)_4+\frac{1}{\pi}\cdot\int_0^\pi tq(t)\sin(2kt)dt_5\right)\right]+\underline{O}\left(\frac{1}{k^2}\right)\right\};\\
б)\ \frac{y_k(x,s)}{C_{1k}}=\frac{y_k(x,s_k)}{C_{1k}}=\sin(K_1,x)+\frac{\psi_1(x,K_1)}{K_1}+\frac{\psi_2(x,K_1)}{K_1^2}+\underline{O}\left(\frac{1}{K_1^3}\right),\\
\psi_1(x,K_1)=D_{1k}\cdot x\cdot\cos(K_1x)+\frac{1}{2}\cos(K_1x)\cdot\left[\left(\int_0^x...\right)_3-\left(\int_0^x...\right)_1\right]+\\
+\frac{1}{2}\sin(K_1x)\cdot\int_0^x q(t)\cdot\sin(2K_1t)dt,...,C_{1k}-\text{const}.
\end{gathered}$$

Список литературы

1. Митрохин С.И. Спектральные свойства краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений с суммируемыми коэффициентами // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т. 46, №8. – С. 1085–1093.