где x_t – численность пчелосемей на начало текущего года; z_{t-1} – мед на корм пчелам на одну пчелосемью в предыдущем году

Анализ парных коэффициентов $r_{y_t x_t} = 0{,}601$; $r_{y_t z_{t-1}} = 0{,}458$, показал, что наиболее тесная связь выявлена между результативным признаком и первым факторов, т.е. наличием численности пчелосемей, чем с оставленным запасом кормов.

Как было уже отмечено, для производства продукции пчеловодства исключительное значение имеют показатели численности пчелосемей. Поэтому на втором этапе была изучена зависимость численности пчелосемей от предыдущих цен реализации меда и от индекса потребительских цен за предыдущий год.

В результате решения была получена двухфакторная модель:

$$\tilde{Y}_t = 200{,}97 + 0{,}591 x_{t-1} - 0{,}332 z_{t-1},$$

где x_{t-1} – предыдущие цены реализации меда; z_{t-1} – индексы потребительских цен за предыдущий год

$$R^2 = 0{,}926;\ F = 44{,}1.$$

Парные коэффициенты корреляции $r_{y_t x_{t-1}} = 0{,}954$; $r_{y_t z_{t-1}} = 0{,}709$, т.е. более тесная связь выявлена с ценами реализации.

Следовательно, дальнейшее увеличение объемов товарного меда должно быть связано с организацией рынка продукции пчеловодства. Это вызывает необходимость создания различных потребительских кооперативов – пчеловодов. Произведенная ими продукция пчеловодства может быть использована в качестве залога для обеспечения кредита потенциальных инвесторов и кредитных учреждений.

Производственных процесс носит динамический характер и существенно зависит от погодных условий отдельных лет. В связи с этим был проведен индексный анализ трендов и колеблемости товарной продуктивности пчелосемей в сельскохозяйственных организациях и во всех категориях хозяйств.

На основе отклонений фактической продуктивности пчелосемей от расчетной были определены абсолютный (δ) и относительный (V) показатели колеблемости в разрезе сельскохозяйственных предприятий и всех категорий хозяйств.

$$\delta_{\text{СХП}} = 2{,}076\ \text{кг};\ V_{\text{СХП}} = 18{,}3\,\%;\ \text{кг}$$

$$\delta_{\text{Все кат.х-в}} = 2{,}69\ \text{кг};\ V_{\text{Все кат.х-в}} = 17{,}1\,\%.\ \text{кг}$$

Колеблемость товарной продуктивности пчелосемей, как в сельскохозяйственных организациях, так и во всех категориях хозяйств остается умеренной.

Сочетание индексного анализа с аналитическим выравниванием динамических рядов позволило подтвердить установленную нами устойчивую тенденцию повышения товарной продуктивности пчелосемей в сельскохозяйственных организациях, так и в целом по всем категориям хозяйств.

Устойчивая тенденция повышения товарной продуктивности пчелосемей обусловлена действием организационно-экономических факторов. Они обеспечили рост продуктивности в 2008 г. по сравнению с 1995 г. в 3 раза в сельскохозяйственных предприятиях и в 2 раза во всех категориях хозяйств. Абсолютный прирост товарной продуктивности пчелосемей за 1995–2008 гг. в сельскохозяйственных организациях на 10% выше, чем в целом по всем категориям хозяйств.

Физико-математические науки

ОБ ЭФФЕКТЕ «РАСЩЕПЛЕНИЯ» КРАТНЫХ В ГЛАВНОМ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МНОГОТОЧЕЧНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С СУММИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Митрохин С.И.

НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, e-mail: Mitrokhin-sergey@yandex.ru

В работе [1] изучается эффект «расщепления» кратных в главном собственных значений многоточечных краевых задач (для дифференциальных операторов с гладкими коэффициентами).

Рассмотрим следующую краевую задачу для дифференциального оператора второго порядка с суммируемым потенциалом:

$$-y''(x) + q(x)\cdot y(x) = \lambda \cdot a^2 \cdot y(x), \quad 0 \le x \le \pi,\ a > 0, \qquad (1)$$

где λ – спектральный параметр; $\rho(x) = a^2 = \text{const}$ – весовая функция, с многоточечными грачиными условиями

$$y(0) = \sum_{k=1}^{3} \alpha_k \cdot y\left(\frac{\pi k}{4}\right), \quad y(\pi) = \sum_{k=1}^{3} \beta_k \cdot y\left(\frac{\pi k}{4}\right), \qquad (2)$$

где коэффициенты α_k, $\beta_k \in R$ ($k = 1, 2, 3$), а потенциал $q(x)$ – суммируемая функция на отрезке $[0; \pi]$:

$$q(x) \in L_1[0;\pi] (=) \left(\int_0^x q(t)dt \right)'_x = q(x) \quad (3)$$

почти всюду на [0; π].

Мы подберём коэффициенты α_k, β_k ($k = 1, 2, 3$) таким образом, чтобы наблюдался эффект «расщепления».

Асимптотика решений дифференциального уравнения (1) изучена нами в работе [2]. Подставляя решения дифференциального уравнения (1) в граничные условия (2) и изучая корни получившихся уравнений на собственные значения, доказываем следующие теоремы.

Теорема 1. В случае

$$\alpha_1 + \beta_3 = 6;$$
$$\alpha_2 + \beta_2 + \beta_1 \cdot \alpha_3 - \alpha_1 \cdot \beta_3 = -14;$$
$$\beta_1 + \alpha_3 + \beta_1 \cdot \alpha_2 - \beta_2 \cdot \alpha_1 + \beta_2 \cdot \alpha_3 - \alpha_2\beta_3 = 14$$

асимптотика собственных значений краевой задачи (1)-(3) имеет следующий вид:

$$s_{k,m} = \frac{8k}{a} + \frac{d_{1km}}{a\sqrt[7]{k}} + \frac{d_{2km}}{a\left(\sqrt[7]{k}\right)^2} + \underline{O}\left(\frac{1}{\left(\sqrt[7]{k}\right)^3} \right), \quad m = 1,2,...,7, \quad (4)$$

(в главном приближении уравнение на собственные значения имело вид

$$f_0(z) = \left(z^4 - \frac{1}{z^4} \right) - 6\left(z^3 - \frac{1}{z^3} \right) + 14\left(z^2 - \frac{1}{z^2} \right) - 14\left(z - \frac{1}{z} \right) = 0,$$

где $z = e^{ais\cdot\frac{\pi}{4}}$, и имело корни $z_1 = z_2 = ... = z_7 = 1$ (кратности 7) и $z_8 = -1$ (кратность 1)), причём справедливы формулы:

$$d_{1km} = -\frac{2\sqrt[7]{4}}{\pi} \cdot e^{\frac{a\pi i m}{7}} \cdot \sqrt{\Phi_{1k}}, \quad (5)$$
$$m = 1,2,...,7; \quad k = 1,2,3,...$$

$$\Phi_{1k} = \sum_{j=1}^{4} A_j \cdot \phi_{14}\left(\frac{\pi(j-1)}{4}; \frac{\pi j}{4}; k \right);$$
$$A_1 = 1 - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3;$$
$$A_2 = 1 - \alpha_1 - \beta_2 - \beta_3 - D_1 - D_2;$$
$$A_3 = 1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \beta_3 - D_1 - D_2 - D_3;$$
$$A_4 = 1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3;$$
$$D_1 = \beta_1 \cdot \alpha_2 - \alpha_1 \cdot \beta_2;$$
$$D_2 = \alpha_3 \cdot \beta_1 - \alpha_1 \cdot \beta_3; \quad (6)$$
$$D_3 = \alpha_3 \cdot \beta_2 - \alpha_2 \cdot \beta_3;$$
$$\phi_{14}(b,c;k) = \phi_1(b,c) - \phi_2(b,c;k);$$
$$\phi_1(b,c) = \int_b^c q(t)dt;$$
$$\phi(b,c;k) = \int_b^c q(t)\cos(16kt)\,dt;$$
$$d_{2km} = ...; d_{3km} = ...$$

Из формул (4)-(6) видно, что произошло «расщепление» серии кратных (кратности 7) корней характеристического уравнения на семь однократных серий собственных значений.

В случае

$$\alpha_1 + \beta_3 = 2,$$
$$\alpha_2 + \beta_2 + D_2 = 2,$$
$$\beta_1 + \alpha_3 + D_1 + D_3 = -6$$

корни характеристического уравнения краевой задачи (1)-(2) равны

$$z_1 = ... = z_5 = 1 \text{ (кратности 5)}$$

$$\text{и } z_6 = z_7 = z_8 = -1 \text{ (кратности 3)}$$

и «расщепляются» на пять и три однократных серий собственных значений.

Список литературы

1. Митрохин С.И. О «расщеплении» кратных в главном собственных значений многоточечных краевых задач // Известия ВУЗов. Серия: математика. – 1997. – №3(418). – С. 38-43.

2. Митрохин С.И. Спектральные свойства краевых задач …// Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т.46, №8 – С. 1085-1093.