нических специальностей сельскохозяйственных вузов. Оно может быть полезно учащимся средних школ, техникумов, абитуриентам при подготовке к вступительным экзаменам, а также преподавателям физики. Ряд задач может быть полезен для студентов первых курсов высших учебных заведений.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С СУММИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Митрохин С.И.

НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, e-mail: mitrokhin-sergey@yandex.ru

Книга посвящена рассмотрению вопросов спектральной теории дифференциальных и функционально-дифференциальных операторов с суммируемыми коэффициентами.

Спектральная теория линейных дифференциальных операторов продолжает интенсивно развиваться в последние годы и она пока далека от своего завершения. Основной задачей спектрального анализа дифференциальных операторов второго либо более высоких порядков является изучение спектра этих операторов и разложение функций из некоторых весовых пространств в ряд по собственным функциям дифференциального оператора. При этом предполагается, что коэффициенты этих операторов имеют некоторую гладкость (непрерывны, дифференцируемы несколько раз, бесконечно дифференцируемы на некотором отрезке или на всей числовой прямой). С уменьшением гладкости свойства оператора сильно ухудшаются. В нашей монографии мы изучаем свойства операторов с суммируемыми коэффициентами. Эта область математики бурно развивается в последние два десятилетия.

В книге рассматриваются также дифференциальные операторы с запаздывающим аргументом и операторы с кратными корнями характеристического определителя. У задач такого типа богатая область различных приложений. К задачам определения собственных значений и изучения свойств собственных функций дифференциальных операторов приводят различные практические задачи математической физики, геофизики и прикладной математики. К аналогичным задачам приходят и в случае изучения вопросов о разложении некоторой заданной функции в ряд или интеграл по собственным функциям дифференциального оператора.

Например, известная задача Штурма-Лиувилля получается в случае применения метода разделения переменных Фурье для нахождения решений дифференциальных уравнений в частных производных (уравнение Лапласа, уравнение теплопроводности, волновое уравнение и т.д.), удовлетворяющих различным начальным и краевым условиям.

Поэтому изучение линейных дифференциальных операторов различных порядков не теряет своей актуальности и в наше время. В последние 30 лет периодически наблюдается всплеск интереса к той или иной области спектральной теории операторов. Сильный интерес сохраняется к вопросам изучения спектральных свойств дифференциальных и функционально-дифференциальных операторов с разрывными коэффициентами и с разрывной весовой функцией. Появилось много работ в нашей стране и за рубежом, посвящённых данным вопросам. Решение поставленных вопросов приведёт к разрешению насущных проблем предсказания природных катастроф: землетрясений, цунами и т.д.

Вопрос об асимптотическом поведении решений обыкновенных дифференциальных уравнений с гладкими коэффициентами возник двести лет назад. Интерес к этому вопросу при условии ухудшения гладкости коэффициентов (разрывные, суммируемые) не угасает до сих пор.

В последнее десятилетие автором разработаны методы изучения спектральных свойств дифференциальных операторов с суммируемыми коэффициентами. Именно этим вопросам и посвящена книга автора.

Первая глава книги посвящена подробному изучению классического оператора Штурма-Лиувилля второго порядка в случае суммируемого потенциала. Изучено асимптотическое поведение решений соответствующего дифференциального уравнения любого порядка точности при больших значениях спектрального параметра. Асимптотические ряды неизбежно возникают во многих вопросах прикладной математики: при изучении теории колебания мембран, при изучении задачи об устойчивости движения, а также во многих вопросах теории упругости, геофизики квантовой механики, электромагнитной теории, теории течения вязкой жидкости.

В первой главе автором получены асимптотические разложения функций Йоста. Изучена асимптотика собственных значений и асимптотика собственных функций оператора Штурма-Лиувилля с суммируемым потенциалом в случае разделённых граничных условий. Важность асимптотических рядов в теории дифференциальных уравнений для понимания структуры решений в случае негладких коэффициентов будет постоянно подчёркиваться автором в различных главах монографии. В настоящее время асимптотические методы продолжают бурно развиваться, несмотря на интенсивное развитие численных методов, связанное с появлением сверхмощных компьютеров второго и третьего поколений. Иногда в спектральной теории численные и асимптотические методы не исключают, а дополняют друг друга.

В первой главе автором изучены также краевые задачи Штурма-Лиувилля с неразделёнными граничными условиями. Изучены свойства спектра оператора Штурма-Лиувилля в случае вхождения спектрального параметра в граничные условия.

Дальнейшая разработка методов первой главы продемонстрирована автором во второй главе при изучении асимптотики решений уравнений высоких порядков с суммируемыми коэффициентами. Получена асимптотика решений дифференциальных уравнений третьего и четвёртого порядков с суммируемыми коэффициентами, а также асимптотика решений дифференциальных уравнений произвольного порядка с суммируемым потенциалом. В отдельном параграфе сформулированы насущные нерешённые проблемы. В качестве приложения разработанной теории приведены следующие результаты, полученные автором: изучена асимптотика собственных значений дифференциального оператора четвёртого порядка с суммируемыми коэффициентами, изучены спектральные свойства дифференциальных операторов произвольного нечётного порядка с суммируемым потенциалом, изучен эффект «расщепления» для дифференциального оператора восьмого порядка с суммируемым потенциалом.

В третьей главе изучаются аналогичные вопросы для функционально-дифференциальных операторов с суммируемыми коэффициентами. Эта область математики пока далека от своего завершения.

В четвёртой главе получены асимптотики решений для дифференциальных уравнений высоких порядков с гладкой весовой функцией. В первом параграфе получены окончательные формулы для решений вспомогательного дифференциального уравнения с нулевым потенциалом с гладкой весовой функцией. Эти формулы могут служить справочным пособием для решения таких дифференциальных уравнений. В случае ненулевого потенциала и гладкой весовой функции также получены некоторые спектральные свойства операторов, изучена асимптотика собственных значений, но спектральная теория таких операторов требует дальнейшей доработки.

В пятой главе изучается спектральная теория дифференциальных операторов с кратными корнями характеристического уравнения (с суммируемым потенциалом, с гладкой весовой функцией, с разрывной весовой функцией и т. д.). Полученные результаты служат хорошей мощной базой для дальнейшего изучения таких дифференциальных операторов.

Шестая глава посвящена изучению так называемых изоспектральных операторов: операторов, имеющих одинаковый спектр, но различные коэффициенты при одних и тех же граничных условиях. Изучение таких операторов необходимо для ответа на вопрос о единственности решения обратной задачи. Данные задачи надо научиться решать для операторов различных порядков (обыкновенных, с кратными корнями характеристического уравнения, функционально-дифференциальных, с запаздывающим аргументом). Решение этих вопросов поможет при решении задачи о предсказании цунами и землетрясений. Эта задача пока что далека от своего практического решения.

В седьмой главе книги получены спектральные свойства дифференциальных операторов с запаздывающим аргументом. Изучена асимптотика решений дифференциальных уравнений второго, четвёртого и произвольного чётного порядка с суммируемым потенциалом с запаздывающим аргументом. Изучена асимптотика собственных значений некоторых таких операторов.

Таким образом, в данной книге мы обобщаем основополагающие результаты Г. Вейля, Э.Ч. Титчмарша, Б.М. Левитана и М.А. Наймарка по спектральной теории дифференциальных операторов и асимптотическим методам решения дифференциальных уравнений на случай разрывных и суммируемых коэффициентов.

Книга будет полезна математикам различных специальностей и доступна студентам старших курсов и аспирантам.

POWER SPECTRUM OF PARTICLES WITH ENERGY MORE THAN 10^{15}ЭВAND A STREAM OF ELECTROMAGNETIC FLASHES IN A GROUND LAYER

Sokurov V.

The Taganrog state pedagogical institute, Taganrog, e-mail: cosmicrays2008@yandex.ru

Space beams generate a stream of secondary radiation in an atmosphere , investigating which, it is possible to receive the objective information on a spectrum of primary radiation.

Space beams should pass a terrestrial magnetic field and a terrestrial atmosphere. The magnetic field of the Earth has complex(difficult) structure.

Hence, the particle will penetrate through Magnetic sphere into an atmosphere of the Earth and starts to cooperate with nucleus of atoms of an atmosphere.

The purpose of work:

1. Studying a stream of electromagnetic flashes in an atmosphere from particles ultrahigh energy**.**

2. Studying of communication(connection) of a stream of primary particles with a stream very low-frequency (VLF) radio impulses and an estimation of the contribution of these sources in general(common) stream VLF of radiowaves.

The stream of secondary relativistic particles – Extensiv Atmospheric Showers (EAS) – generates electromagnetic flash.

Intensity of a stream of electromagnetic flashes in an atmosphere identifies intensity of particles ultrahigh energy, generated EAS.