Ботанический состав сухостепного пастбища разнообразен и представлен видами растений 24 семейств. Наиболее распространенными видами были растения семейств: мятликовые 19,4 %, астровые – 18,0 % и розоцветные – 10,5 %. Основу ботанического состава растительности составляют виды из группы разнотравья 74,7 %. Группа злаковых растений представлена только видами семейства мятликовых и по численности (19,4 %) занимает второе место. Группа бобовых растений представлена тремя видами и составляет 4,5 %, а группа осоковых растений составляла всего лишь 1,4 %.

Пастбищные растения обладают разными экологическими и хозяйственными свойствами [4]. Так, из 10 лекарственных растений рациона аборигенных бурятских овец в июле месяце устойчивые к интесивному выпасу и почвоукрепляющие виды составляли 20,0 %.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать заключение, что при организации технологии использования сухостепных пастбищ для выпаса овец следует учитывать видовой состав, экологическую, лечебно-профилактическую и хозяйственную значимость растений.

Список литературы

1. Тайшин В.А., Николаева М.В. Роль пастбищных растений в рационе бурятских грубошерстных овец // Вестник Российской академии сельскохозяйственных наук. – 2004. – № 1. – С. 79-80.

2. Намзалов Б.Б. Основные этапы взаимоотношений в системе «этносы – природа»/ Б.Б. Намзалов, Л.К. Аракчаа, Н.Г. Дубровский // Этническая экология и традиционное природопользование на рубеже веков: матер. науч.- методол. семинара. – Улан-Удэ: Изд-во БГУ, 2006. – С. 5-10.

3. Определитель растений Бурятии / О.А. Аненхонов, Т.Д. Пыхалова, К.И. Осипов, Н.К. Бадмаев, Б.Б. Намзалов и др. – Улан-Удэ, 2001. – 672 с.

4. Бутуханов А.Б. Давыдов Д.Г. Травы и сенокосы пастбищ Бурятии. – Улан-Удэ: Изд-во ФГОУ ВПО «Бурятская государственная сельскохозяйственная академия им. В.Р. Филиппова», 2007. – 182 с.

Технические науки

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ЭЛЛИПСОИДА ОБЩЕГО ТИПА

Ершов В.И.

Анапа, e-mail: mathsopr@mail.ru

Развивается методика определения моментов инерции сложных тел на основе бесконечно малой массы в виде массы вписываемого в объект цилиндра с тонкой стенкой [1]. Наиболее сложным и ответственным этапом в такой методике является этап формирования подынтегральной функции.

В данной работе рассматривается сложная задача геометрии масс о моменте инерции эллипсоида общего вида с полуосями $a \neq b \neq c$ $(a < b)$. Эта задача не интегрируется в замкнутой форме и построение математических моделей для таких задач, ориентируемых на ЭВМ, является естественным и полезным процессом, если тело не является телом вращения.

Выделим бесконечно тонкий цилиндр радиусом r, вписанный в эллипсоид. Поверхность эллипсоида описывается декартовыми координатами x, y, z:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1. \qquad (1)$$

Цилиндрическая поверхность в цилиндрических координатах r, φ, z имеет вид:

$$x = r\cos\varphi; \quad y = r\sin\varphi. \qquad (2)$$

Находим линию пересечения поверхности эллипсоида с поверхностью цилиндра:

$$r^2\cos^2\varphi/a^2 + r^2\sin^2\varphi/b^2 + z^2/c^2 = 1. \qquad (3)$$

Другая запись этой пространственной кривой:

$$z = c\sqrt{\sin^2\varphi\left(1 - r^2/b^2\right) + \cos^2\varphi\left(1 - r^2/a^2\right)}. \qquad (4)$$

Площадь сложной цилиндрической поверхности, находящейся внутри эллипсоида с учетом симметрии относительно координатных плоскостей:

$$S = 8\int_{\varphi1}^{\varphi2} c\left[\sqrt{\sin^2\varphi\left(1 - r^2/b^2\right) + \cos^2\varphi\left(1 - r^2/a^2\right)}\right] r d\varphi. \qquad (5)$$

Учитывая плотность материала ρ, найдем элементарную масса для этого сложного цилиндра:

$$dm = \rho\left\{8\int_{\varphi1}^{\varphi2} c\left[\sqrt{\sin^2\varphi\left(1 - r^2/b^2\right) + \cos^2\varphi\left(1 - r^2/a^2\right)}\right] r d\varphi\right\} dr.$$

Осевой момент инерции сложного вписанного в эллипсоид тонкостенного цилиндра:

$$dI_z = r^2\rho\left\{8\int_{\varphi1}^{\varphi2} c\left[\sqrt{\sin^2\varphi\left(1 - r^2/b^2\right) + \cos^2\varphi\left(1 - r^2/a^2\right)}\right] r d\varphi\right\} dr.$$

Осевой момент инерции эллипсоида:

$$I_z = \rho 8\int_0^b r^2 dr \int_{\varphi1}^{\varphi2} c\left[\sqrt{\sin^2\varphi\left(1 - r^2/b^2\right) + \cos^2\varphi\left(1 - r^2/a^2\right)}\right] r d\varphi. \qquad (6)$$

Используем интеграл (6) для определения осевого момента инерции шара при $a = b = c = R$:

$$I_z = \rho 8\int_0^R r^2 dr \int_0^{\pi/2} r d\varphi R\sqrt{\left(1-r^2/R^2\right)} = \rho 8\int_0^R r^3\sqrt{\left(R^2-r^2\right)}dr\frac{\pi}{2}.$$

Окончательно получим в цилиндрических координатах.

$$I_z = 4\pi\rho\int_0^R r^3\sqrt{\left(R^2-r^2\right)}dr.$$

Полученная величина $\sqrt{\left(R^2-r^2\right)}$ есть половина высоты цилиндра радиусом r, вписываемого в шар, радиус которого равен R.

В сферических координатах будем иметь:

$$\sqrt{\left(R^2-r^2\right)} = R\cos\theta;$$

$$r = R\sin\theta;$$

$$dr = R\cos\theta\, d\theta.$$

Осевой момент инерции шара в сферических координатах:

$$I_z = 4\pi\rho R^5\int_0^{\pi/2} r^3\sin^3\theta\cos^2\theta d\theta = 4\rho\pi R^5\left(2/15\right) = 2mR^2/5.$$

Этот известный результат свидетельствует о корректности ключевого выражения (4), но не отвечает на вопрос о пределах интегрирования. Исследуем подкоренное выражение, имеющееся в в функции для пространственной кривой (4), приравнивая его нулю:

$$\sin^2\varphi\,(1 - r^2/b^2) + \cos^2\varphi(1 - r^2/a^2) = 0.$$

Преобразуем это выражение к виду:

$$\mathrm{tg}^2\,\varphi = -(1 - r^2/a^2)/(1 - r^2/b^2).$$

Полученное выражение для $r < a$ не имеет смысла. Это означает, что для любого $r < a$ $z \neq 0$. Тогда для переменной φ в первой четверти пределы интегрирования равны 0 и π/2, а для r будут 0 и a.

Для $r \geq a$ *случай* z = 0 возможен для некоторого $\varphi = \varphi_0$, вычисляемого следующим образом:

$$\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,[-(1 - r^2/a^2)/(1 - r^2/b^2)]. \quad (7)$$

В этом случае пределы интегрирования для φ равны φ_0 и π/2,а для r – соответственно a и b. Таким образом, интеграл (6) разбивается на два двойных интеграла:

$$\begin{aligned} I_z = \rho 8\int_0^a r^2 dr\int_0^{\pi/2} c\left[\sqrt{\sin^2\varphi\left(1-r^2/b^2\right)+\cos^2\varphi\left(1-r^2/a^2\right)}\right]rd\varphi + \\ +\rho 8\int_a^b r^2 dr\int_{\varphi 0}^{\pi/2} c\left[\sqrt{\sin^2\varphi\left(1-r^2/b^2\right)+\cos^2\varphi\left(1-r^2/a^2\right)}\right]rd\varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

Возможно вычисление интегралов (8) по формуле Симпсона.

Рассматриваемый эллипсоид не является телом вращения и потому любая методика имеет свои проблемы. Оптимальный путь возможен при совместном использовании методик, скажем, решая вспомогательную задачу безусловно доминирующей методики тела бесконечно малой высоты (широко присутствует в математике и в прикладных дисциплинах) с использованием цилиндра малой толщины стенки.

Список литературы

1. Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. и др. Курс теоретической механики: учебник для вузов; под общ. ред. К.С. Колесникова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – С. 310-315.

ОЦЕНКА ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДИСПЕРСИИ АСИМПТОТИЧЕСКИ НЕСТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

Мадыев А.П.

Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, Улан-Удэ,
e-mail: mapost3@gmail.com

Рассмотрена модель асимптотически нестационарного сигнала (АНСС), представляющей собой реакцию линейного динамического звена (ЛДЗ) с импульсной характеристикой $h_3(t)$ на включение стационарного случайного воздействия (ССВ) с известной дисперсией σ_B^2 и нормированной корреляционной функцией ρ. Решения целого ряда прикладных задач базируются