УДК 62-752.534

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СХЕМАХ ПОДВЕСКИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С УСТРОЙСТВОМ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Елисеев С.В., Артюнин А.И., Каимов Е.В.

ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет путей сообщения», Иркутск, e-mail: eliseev s@inbox.ru

Обсуждаются возможности нетрадиционных подходов в построении систем подвески транспортных средств или виброзащитных систем технологического оборудования на основе использования устройств для преобразования движения. Рассматривается несколько вариантов конструктивно-технологических решений. Предлагается метод построения математических моделей для оценки динамических свойств системы в реакциях на периодические возмущения. Динамические эффекты основаны на введении в систему дополнительных связей стержневого типа и механизмов для преобразования движения. Для оценки динамических свойств используется аппарат теории автоматического управления.

Ключевые слова: устройства для преобразования движения, механические колебательные системы, передаточные функции виброзащитных систем, структурные схемы

PARTICULARITIES OF DYNAMICAL INTERACTIONS IN THE SYSTEMS OF VIBROPROTECTION SCHEMES OF TRANSPORT MACHINES WITH ARRANGEMENTS FOR TRANSFORMATION OF MOVEMENT

Eliseev S.V., Artyunin A.I., Kaimov E.V.

FSBEO HPE «Irkutsk State University of Means of Communications», Irkutsk, e-mail: eliseev s@inbox.ru

Possibilities of nontraditional in schemes of approaches in creature vibroprotection systems of transport machines and technological equipment on base of arrangements for transformation of movement are discussed. Some variants of technical decisions are considered. The method of receiving of the mathematical models for estimation of reactions on periodical external disturbances is offered. The dynamical effects are based on introduction in the system of additional ties of level types and mechanisms for transformation of movement. The device of the theory of automatic control is used for an assessment of dynamic properties.

Keywords: arrangements for transformation of movement, mechanical oscillation systems, transfer functions of vibroprotection systems, structural schemes

Защита транспортных средств и технологического оборудования от действия вибрационных возмущений основана на применении широкого спектра специальных упруго-диссипативных элементов в виде амортизаторов, демпферов, виброизоляторов различного назначения [1–3]. Многие вопросы методологического плана достаточно детализированы и нашли отражение в публикациях отечественных и зарубежных авторов [4-6]. Вместе с тем, ряд вопросов, связанных с изучением возможностей введения в структуры механических колебательных систем специальных устройств для преобразования движения, еще не получил должной детализации рассмотрения, что предопределяет интерес к поискам нетрадиционных средств повышения эффективности виброзащитных систем [7-9].

В предлагаемой статье рассматриваются возможности изменения динамических свойств механических колебательных систем при введении в их структуру специальных механизмов, использующих рычажные связи и возникающие при этом эффекты.

Цель исследования. Целью исследования является оценка динамических свойств, приобретаемых системой при введении новых связей, а также построения математических моделей, анализа динамических свойств при различных расположениях устройств для преобразования движения.

I. Общие положения. Постановка задачи исследования

Один из вариантов использования массоинерционного механизма в составе механической колебательной системы с объектом защиты от вибраций в виде твердого тела представлен на рис. 1.

Два шарнирно-рычажных механизма (соответственно l_3 , l_5 и l_4 , l_6) в тт. A_1 и B_1 связаны винтовым несамотормозящимся механизмом, обладающим приведенным моментом инерции L. В процессе изменения положения тт. A_1 и B_1 , лежащих на одной оси, продольные относительные смещения преобразуются в возвратно-вращательные движения элементов винтового соединения. Возникающие инерционные силы формируют дополнительные усилия в тт. A_1 и B_1 .

Силы трения в винтовых парах, а также во всех шарнирах на предварительном этапе изучения динамических свойств являются малыми. Винтовой механизм рассматри-

вается как устройство для преобразования движения и может быть выполнен на другой конструктивной основе, например, с применением зубчатых передач [7, 10].

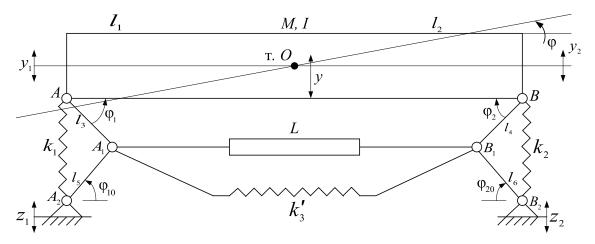


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитной системы с двумя степенями свободы с рычажными взаимодействующими механизмами

Особенности рассматриваемой схемы заключаются во введении нового типа связей колебательной системы с твердым телом. Такие связи определяют несвойственные обычным системам взаимодействия между парциальными системами.

На рис. 1 введены следующие обозначения: l_1 , l_2 — расстояния до центра тяжести т. О; y_1 , y_2 , y и φ — соответственно системы обобщенных координат относительно неподвижного базиса; z_1 , z_2 — кинематические возмущения; M, I —масса и момент инерции объекта защиты (твердого тела); k_1 , k_2 , k_3' — коэффициенты упругих элементов; l_3 — l_6 — длины звеньев рычажных механизмов.

Предполагается, что система совершает малые колебания относительно положения статического равновесия; координаты y_1 и y_2 связаны с неподвижной системой координат; в положении статического равновесия углы наклона звеньев рычажного механизма, согласно рис. 1, определяются углами ϕ_1 , ϕ_{10} и ϕ_{2} , ϕ_{20} . При этом твердое тело совершает только вертикальные движения; точки A_1 и B_1 соединены устройством для преобразования движения, в котором наклон линии A_1B_1 не оказывает существенного влияния. Полагается, что $l_3 = l_4 = l_5 = l_6 = l$, $\phi_{10} = \phi_1$, $\phi_{20} = \phi_2$. Считаем также, что стержни шарнирно-рычажных механизмов являются невесомыми.

На рис. 2 представлена принципиальная схема взаимного расположения стержней шарнирно-рычажного механизма.

Продольное смещение т. A_1 можно определить из очевидного соотношения:

$$\Delta A_1 = A_1' N_2 - A_1 N_1.$$

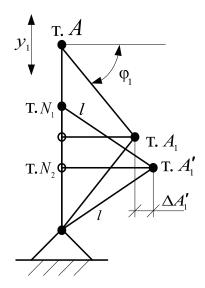


Рис. 2. Схема расположения стержней при малых изменениях угла φ,

В свою очередь:

$$y_1 = l \cdot \sin \phi_1 - l \cdot \sin (\phi_1 - \Delta \phi_1),$$

где $\Delta \phi_1$ — малое изменение угла ϕ_1 , определяющего конфигурацию взаимного расположения стержней [11]. Опуская геометрические детали, отметим, что в соответствии с рис. 2 смещение точки A_1 при изменении координаты y_1 составляет:

$$\Delta A_1 = b_1 \cdot y_1.$$

где b_1 – геометрический параметр.

Кроме этого, при движении по координате y, можно получить, что:

$$\Delta B_2 = b_2 \cdot y_2,$$

где $b_{\scriptscriptstyle 2}$ – также определяется из геометрических соотношений.

Если принять, что $\phi_1 = \phi_2$, то $b_1 = b_2$; устройство для преобразования может работать в зависимости от способа расположения шарнирно-рычажных механизмов (симметрично или однонаправлено), тогда изменение длины A_1B_1 определится:

$$\Delta(A_1B_1)=b_1(y_1\mp y_2).$$

Что касается $b_{_1}$ и $b_{_2}$, то при $z_{_1}=0$, $z_{_2}=0$ $_{\rm H} l = l \left(i = \overline{3.6} \right), b_1 = b_2 = \text{tg}\phi_1.$

II. Построение математических моделей

Найдем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы.

$$T = \frac{1}{2}M\left(\dot{y}\right)^{2} + \frac{1}{2}J\left(\dot{\phi}\right)^{2} + \frac{1}{2}Lb_{1}^{2}\left(\dot{y}_{1} \pm \dot{y}_{2}\right)^{2},$$

где у, ф - координата центра тяжести и угол поворота твердого тела; L – приведенная масса устройства для преобразования движения;

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1 \cdot y_1^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot y_2^2 + \frac{1}{2}k_3 \cdot (y_1 - y_2)^2.$$

$$y = ay_1 + by_2$$
, $\varphi = c(y_2 - y_1)$,

где

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}; \quad b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}; \quad c = \frac{1}{l_1 + l_2};$$

$$L_1 = Lb_1^2; \quad k_3 = k_3'b_1^2.$$
 (1)

При рассмотрении условий симметричного расположения невесомых стержней можно полагать:

$$\Delta A_1 = (y_1 - y_2) \cdot b_1, \tag{1'}$$

тогда кинетическая энергия устройства для преобразования движения

$$T_3 = \frac{1}{2} L_1 \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ y_1 - y_2 \end{pmatrix}, \tag{1"}$$

что соответствует случаю (1'), когда схема расположения стержней симметрична. Таким образом, кинетическая и потенциальная энергии могут быть записаны:

$$T = \frac{1}{2}M\left(ay_1 + by_2\right)^2 + \frac{1}{2}Jc^2\left(y_2 - y_1\right)^2 + \frac{1}{2}Lb_1^2\left(y_1 + z_1 - y_2\right)^2;$$
 (2)

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot y_2 + \frac{1}{2}k_3 \cdot (y_1 + z_1 - y_2)^2.$$
 (2')

В (2) и (2') учтено кинематическое возмущение $z_1(t) \neq 0$ (при $z_2(t) = 0$). Система в координатах y_1 и y_2 примет вид:

$$\overline{y}_{1} \left[\left(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right] + \overline{y}_{2} \left[\left(Mab - Jc^{2} - L_{1} \right) p^{2} - k_{3} \right] = k_{1} \overline{z}_{1} - k_{3} \overline{z}_{1} - L_{1} \overline{z}_{1} p^{2}; (3)$$

$$\overline{y}_{2} \left[\left(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{2} + k_{3} \right] + \overline{y}_{1} \left[\left(Mab - Jc^{2} - L_{1} \right) p^{2} - k_{3} \right] = k_{3} \overline{z_{1}} - L_{1} \overline{z_{1}}.$$
 (4)

Структурная схема системы в соответствии с (3) и (4) имеет вид, как показано на рис. 3.

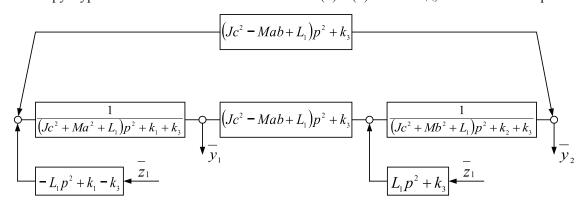


Рис. 3. Структурная схема системы с новыми связями, отражающими влияние введенного устройства (L_i)

функци<u>е</u>й L_1p^2 (здесь $p=j\omega$ — переменная [10], а \mathcal{Y}_1 , \mathcal{Y}_2 , $\overline{\mathcal{Z}}_1$ являются изображениями Отметим, что введение устройств для преобразования движения с передаточной

функций по Лапласу) отразилось на виде передаточных функций парциальных систем, перекрестных связей и преобразованиях внешнего воздействия Z_1 . При этом, в силу механических связей возмущение Z_1 оказывается входным сигналом y_1 и y_2 .

III. Анализ динамических свойств. Структурная схема системы, приведенная на рис.3, отличается от известных тем, что при заданных начальных ограничениях межпарциальные связи имеют не инерционный, а упруго-инерционный характер. Это предполагает возможность появления эффекта «развязки» парциальных систем на частоте внешнего воздействия:

$$\omega^2 = \frac{k_3}{Jc^2 + L_1 - Mab}. ag{5}$$

Отметим также, что приведенная масса инерции $L_{\rm 1}$ устройства для преобразования движения может рассматриваться как на-

строечный параметр. В частности, параметр L_1 входит в выражения для определения парциальных частот:

$$\omega_1^2 = \frac{k_1 + k_3}{Jc^2 + L_1 + Ma^2};$$
 (6)

$$\omega_2^2 = \frac{k_2 + k_3}{Jc^2 + L_1 + Mb^2}. (7)$$

Чем больше значение $L_{\rm 1}$, тем меньше значения парциальных частот. Кроме того, $L_{\rm 1}$ входит в частотное характеристическое уравнение, изменяя его коэффициенты, а это связано со значениями частот собственных колебаний, которые также будут принимать соответствующие заниженные значения.

Так как внешнее возмущение действует одновременно на входы по координатам \mathcal{Y}_1 и \mathcal{Y}_2 , то передаточные функции определяются на основе принципа суперпозиции:

$$W_{1}(p) = \frac{\overline{y}_{1}}{\overline{z}_{1}} = \frac{1}{A_{0}} \cdot \{ (k_{1} - k_{3} - L_{1}p^{2}) \cdot [(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1})p^{2} + k_{2} + k_{3}] + (L_{1}p^{2} + k_{3}) \cdot [(Jc^{2} - Mab + L_{1})p^{2} + k_{3}] \};$$

$$(8)$$

$$W_{2}(p) = \frac{\overline{y}_{2}}{\overline{z}_{1}} = \frac{1}{A_{0}} \cdot \left\{ \left(k_{1} - k_{3} - L_{1} p^{2} \right) \cdot \left[\left(J c^{2} - M a b - L_{1} \right) p^{2} + k_{3} \right] + \left(L_{1} p^{2} + k_{3} \right) \cdot \left[\left(J c^{2} + M a^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right] \right\},$$

$$(9)$$

где

$$A_{0} = \left[\left(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right] \cdot \left[\left(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{2} + k_{3} \right] - \left[\left(Jc^{2} - Mab + L_{1} \right) p^{2} + k_{3} \right]^{2}.$$

$$(10)$$

Характерным для передаточных функций, определяемых выражениями (8) и (9), можно считать одинаковый порядок числителя и знаменателя, что связано с наличием ряда особенностей [11].

Введение связи L_1 , k_3 приводит к тому, что внешнее воздействие $z_1(t)$ преобразуется в одновременное возмущение по двум парциальным системам.

В соответствии со структурой характеристического уравнения (10), в системе можно ожидать возможность двух резонансов на частотах собственных колебаний системы $\omega_{\text{1соб}}$ и $\omega_{\text{2соб}}$, определяемых из уравнения (10). Поскольку L_{1} может рассматриваться как свободно выбираемый параметр, то можно найти такое значение L_{1} , при котором парциальные частоты могут быть равными, что определяется:

$$L_{1} = \frac{1}{(k_{1} - k_{2})} \cdot \left\{ M \cdot \left[\left(k_{1} b^{2} - k_{2} a^{2} \right) + k_{3} \left(b^{2} - a^{2} \right) \right] + Jc^{2} \cdot \left(k_{1} - k_{3} \right) \right\}. \tag{11}$$

При движении по координатам y_1 и y_2 из (8) и (9) следует, что возможны, в общем случае, по два режима динамического гашения колебаний по каждой из координат y_1

и y_2 . Если принять p=0, что соответствует статическому воздействию, то положение определится соотношениями амплитуд колебаний:

$$W_{1}(p)_{p=0} = \frac{\overline{y}_{1}}{\overline{z}_{1}} = \frac{(k_{1} - k_{3}) \cdot (k_{2} + k_{3}) + k_{3}^{2}}{(k_{1} + k_{3}) \cdot (k_{2} + k_{3}) - k_{3}^{2}} = \frac{k_{1}k_{2} - k_{2}k_{3} + k_{1}k_{3}}{k_{1}k_{2} + k_{2}k_{3} + k_{1}k_{3}};$$
(12)

$$W_{2}(p)_{p=0} = \frac{\overline{y}_{2}}{\overline{z}_{1}} = \frac{(k_{1} - k_{3}) \cdot k_{3} + k_{3} \cdot (k_{1} + k_{3})}{(k_{1} + k_{3}) \cdot (k_{2} + k_{3}) - k_{2}^{2}} = \frac{2k_{1}k_{3}}{k_{1}k_{2} + k_{2}k_{3} + k_{3}k_{3}}.$$
 (13)

В свою очередь, при $p \to \infty$

$$W_{1}^{"}(p)_{p\to\infty} = \frac{\left(-L_{1}\right)\cdot\left(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1}\right) + L_{1}\left(Jc^{2} - Mab + L_{1}\right)}{\left(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1}\right)\cdot\left(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1}\right) - \left(Jc^{2} - Mab + L_{1}\right)^{2}};$$
(14)

$$W_{2}''(p)_{p\to\infty} = \frac{(-L_{1})\cdot(Jc^{2} - Mab + L_{1}) + L_{1}(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1})}{(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1})\cdot(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1}) - (Jc^{2} - Mab + L_{1})^{2}}.$$
 (15)

Из анализа (14) следует, что:

а выражение (15) имеет модуль:

$$|W_2''(p)| = \frac{L_1 a}{(Jc^2 + L_1)}.$$
 (15')

Отметим, что по определению a < 1 и b < 1, поэтому значения (14') и (15') также будут меньше единицы.

Что касается влияния параметра k_3 , то при $k_3=0$ выполняется следующее соотношение:

$$W_1\left(p\right)_{p=0}=rac{y_1}{\overline{z}_1}=1;$$
 по координате y_2 по-

(15') лучим соответственно:

$$W_2(p)_{p=0} = \frac{y_2}{z_1} = 0.$$

Если $L_{_{1}}=0$, то

$$W_{1}(p) = \frac{\overline{y}_{1}}{\overline{z}_{1}} = \frac{(k_{1} - k_{3}) \cdot \left[(Mb^{2} + Jc^{2})p^{2} + k_{2} + k_{3} \right] + k_{3} \cdot \left[(Jc^{2} - Mab)p^{2} + k_{3} \right]}{\left[(Ma^{2} + Jc^{2})p^{2} + k_{1} \right] \cdot \left[(Mb^{2} + Jc^{2})p^{2} + k_{2} \right] - k_{3} \cdot \left[(Jc^{2} - Mab)p^{2} + k_{3} \right]^{2}}; (16)$$

$$W_{2}(p) = \frac{\overline{y}_{2}}{\overline{z}_{1}} = \frac{(k_{1} - k_{3}) \cdot \left[\left(Jc^{2} - Mab \right) p^{2} + k_{3} \right] + k_{3} \cdot \left[\left(Ma^{2} + Jc^{2} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right]}{\left[\left(Ma^{2} + Jc^{2} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right] \cdot \left[\left(Mb^{2} + Jc^{2} \right) p^{2} + k_{2} + k_{3} \right] - k_{3} \cdot \left[\left(Jc^{2} - Mab \right) p^{2} + k_{3} \right]^{2}}.$$
 (17)

В этом случае связь между парциальны- гий элемент k_3 . Если принять, что $k_3=0$, ми системами осуществляется через упру- $L_1=0$, то:

$$W_{1}(p) = \frac{\overline{y_{1}}}{\overline{z_{1}}} = \frac{k_{1} \cdot \left[\left(Mb^{2} + Jc^{2} \right) p^{2} + k_{2} \right]}{\left[\left(Ma^{2} + Jc^{2} \right) p^{2} + k_{1} \right] \cdot \left[\left(Mb^{2} + Jc^{2} \right) p^{2} + k_{2} \right] - \left(Jc^{2} - Mab \right) p^{4}}; \quad (18)$$

$$W_{2}(p) = \frac{\overline{y}_{2}}{\overline{z}_{1}} = \frac{k_{1} \cdot (Jc^{2} - Mab)p^{2}}{\left[(Ma^{2} + Jc^{2})p^{2} + k_{1} \right] \cdot \left[(Mb^{2} + Jc^{2})p^{2} + k_{2} \right] - (Jc^{2} - Mab)p^{4}}, (19)$$

что соответствует с результатом, приведенным в [7, 10].

IV. Несимметричный случай расположения механизмов

Будем полагать, что кинетическая энергия, привносимая в механическую систему

устройством для преобразования движения при несимметричном расположении, имеет

$$T_3 = \frac{1}{2} L_1 \begin{pmatrix} \cdot & \cdot \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix}, \tag{20}$$

тогда (1) преобразуется:

$$T = \frac{1}{2}M\left(a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2\right)^2 + \frac{1}{2}Jc^2\left(\dot{y}_2 - \dot{y}_1\right)^2 + \frac{1}{2}Lb_1^2\left(\dot{y}_1 + \dot{z}_1 + \dot{y}_2\right)^2. \tag{21}$$

В свою очередь:

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot y_2 + \frac{1}{2}k_3 \cdot (y_1 + z_1 + y_2)^2.$$
 (22)

Используя обычные приемы составления дифференциальных уравнений, получим:

$$\overline{y}_{1} \Big[\Big(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1} \Big) p^{2} + k_{1} + k_{3} \Big] + \overline{y}_{2} \Big[\Big(Mab - Jc^{2} + L_{1} \Big) p^{2} + k_{3} \Big] = \overline{z}_{1} \cdot \Big(k_{1} - k_{3} - L_{1} p^{2} \Big); (23)$$

$$\overline{y}_{2} \Big[\Big(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1} \Big) p^{2} + k_{2} + k_{3}' \Big] - \overline{y}_{1} \Big[\Big(Mab - Jc^{2} + L_{1} \Big) p^{2} + k_{3} \Big] = -k_{3} \overline{z}_{1} - L_{1} \overline{z}_{1} p^{2}. (24)$$

Система уравнений (23) и (24) описывает движение системы в том случае, когда на расчетной схеме (рис. 1) правая связка стержней повернута на 180° градусов, что делает систему несимме-

Структурная схема механической колебательной системы в этом случае примет вид, как показано на рис. 4.

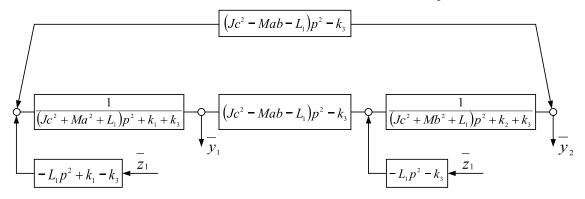


Рис. 4. Структурная схема системы при несимметричном механизме преобразования движения

Отметим, что случай несимметричного расположения имеет совпадения со структурной схемой на рис. 3:

1. Одинаковыми являются парциальные системы: операторы межпарциальной связи в симметричной схеме имеют вид:

$$W_{12} = (Jc^2 - Mab + L_1)p^2 + k_3, \quad (25)$$

а при несимметричном соответственно:

$$W_{12}' = (Jc^2 - Mab - L_1)p^2 - k_3.$$
 (26)

2. Изменилась форма действия внешних сил: если по y_1 при симметричной схеме оператор преобразования внешнего воздействия z_1 имел вид:

$$W_{z_1} = L_1 p^2 + k_1 - k_3, (27)$$

$$A'_{0} = \left[\left(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right] \cdot \left[\left(Mb^{2} + Jc^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{2} + k_{3} \right] - \left[\left(Jc^{2} - Mab + L_{1} \right) p^{2} - k_{3} \right]^{2}.$$
(31)

При сопоставлении (10) и (31), можно отметить, что динамические свойства системы с несимметричной схемой расположения механизмов будут иными, а $\hat{A}_0 = A_0'$.

Передаточные функции системы по ко- $\underline{\text{ор}}$ динатам y_1 и y_2 при входном возмущении Z_{1}^{-} можно, в соответствии со структурной схемой на рис. 4, записать:

$$W_{1}'(p) = \frac{\overline{y_{1}}}{\overline{z_{1}}} = \frac{1}{A_{0}'} \cdot \left\{ \left(k_{1} - k_{3} - L_{1} p^{2} \right) \cdot \left[\left(M b^{2} + J c^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{2} + k_{3} \right] + \left(-L_{1} p^{2} - k_{3} \right) \cdot \left[\left(J c^{2} - M a b - L_{1} \right) p^{2} - k_{3} \right] \right\};$$

$$(32)$$

то при несимметричной схеме соответственно:

$$W_{z_2} = -L_1 p^2 + k_1 - k_3. (28)$$

3. В свою очередь, по координате внешнее воздействие имело оператор преобразования z_1 :

$$W_{z_1}' = L_1 p^2 + k_3, (29)$$

стало:

$$W_{z_1}^{"} = -L_1 p^2 - k_3. \tag{30}$$

В целом, дополнительные связи преизменения динамических допределяют свойств в достаточно большом диапазоне.

ел вид: Если определить характеристическое уравнение A_0 , отражающее свойства системы на рис. 4, то получим:

$$W_{2}'(p) = \frac{\overline{y}_{2}}{\overline{z}_{1}} = \frac{1}{A_{0}'} \cdot \left\{ \left(k_{1} - k_{3} - L_{1} p^{2} \right) \cdot \left[\left(J c^{2} - M a b - L_{1} \right) p^{2} \right] + \left(-L_{1} p^{2} - k_{3} \right) \cdot \left[\left(J c^{2} + M a^{2} + L_{1} \right) p^{2} + k_{1} + k_{3} \right] \right\}.$$

$$(33)$$

Хотя парциальные системы в структурных схемах на рис. 3 и 4 имеют одинаковые парциальные системы, все же режимы динамического гашения колебаний будут разными.

Структурная схема системы, приведенная на рис. 3, отличается от известных тем, что при заданных начальных ограничениях межпарциальные связи имеют не инерционный, а упруго-инерционный характер. Это предполагает возможности появления эффекта «развязки» парциальных систем на частоте внешнего воздействия:

$$\omega^2 = \frac{k_3}{Jc^2 + L_1 - Mab}.$$
 (34)

Отметим также, что приведенный момент инерции L_1 устройства для преобразования движения может рассматриваться как настроечный параметр. В частности, параметр L_1 входит в выражения для определения парциальных частот:

$$\omega_1^2 = \frac{k_1 + k_3}{Jc^2 + L_1 + Ma^2};$$
 (35)

$$\omega_2^2 = \frac{k_2 + k_3}{Jc^2 + L_1 + Mb^2}. (36)$$

Чем больше значение $L_{\scriptscriptstyle 1}$, тем меньше значения парциальных частот. Кроме того, $L_{\scriptscriptstyle 1}$ входит в частотное характеристическое уравнение, изменяя его коэффициенты, а это связано со значениями частот собственных колебаний, которые также будут принимать соответствующие заниженные значения.

V. Возможные формы развития идей о введении дополнительных связей

На рис. 5 а, б, в, г приведены некоторые расчетные схемы механических колебательных систем, в которых реализуются связи балочного типа, обеспечивающие использования эффектов преобразования относительных движений.

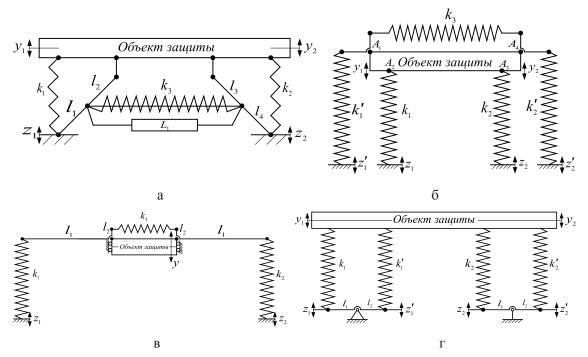


Рис. 5. Возможные формы использования рычажных механизмов в виброзащитных системах

Различные варианты преобразования схем в соответствии с рис. 5а рассмотрены в работах [12, 13]. Схемное решение (рис. 5б) подвески объекта защиты от вибрации основания позволяет преобразовывать

межпарциальные связи в инерционно-упругие, что нашло отражение в результатах исследований, приведенных [8, 14]. Вариант защиты приборного оборудования приведен на рис. 5в, в котором упругие свойства под-

вески обеспечиваются упруго-рычажной системой [8, 15]. В схеме виброзащитной системы на рис. 5г представлены рычажные опоры (тт. А и В), которые могут соединяться между собой через дополнительные упругие связи или через зубчатые передачи. Информация о возможных динамических свойствах приведена в [16].

VI. Введение корректирующих связей

На рис. 6 показаны варианты коррекции виброзащитной системы путем построения упругой системы, обладающей возможностями обеспечивать функциональность даже при отказе одного из элементов.

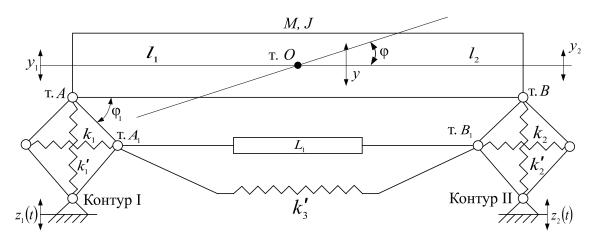


Рис. 6. Расчетная схема системы при введении дополнительных (корректирующих) упругих элементов (k_1' и k_2')

В решении этой задачи (по рис. 6), по сравнению с предыдущей (рис. 1), используется более сложная механическая система. Она состоит из объекта защиты (в виде твердого тела M, J), опирающегося на механизм, образованный двумя контурами (каждый из 4-х одинаковых невесомых стержней длины l), которые соединяются между собой устройством для преобразования движения с приведенным моментом инерции L: параллельно УПД в тт. A_1 и B_1 присоединяется упругий элемент жесткостью K_3' .

Приведенные массоинерционные и упругие параметры системы зависят, в частности, не только от длины невесомых стержней, но и от угла наклона ϕ_1 (рис. 6). Через ϕ_1 определяется параметр b_1 , зависящий нелинейно от ϕ_1 . Однако, рассматривая малые колебания системы относительно положения статического равновесия, можно считать, что параметры системы определяются значениями $L_1 = Lb_1^2$; $k_3 = k_3'b_1^2$.

Учет кинематических возмущений $z_1(t)$ и $z_2(t)$, как было показано выше, имеет свои особенности, проявляющийся в том, что через механическую систему каждое из внешних возмущений $z_1(t)$ и $z_2(t)$, взятое по отдельности, создает воздействия по входам каждой парциальной системы. Решение задачи об определении суммарного отклика,

в данном случае на гармоническое внешнее воздействие, может быть найдено на основе принципа суперпозиции.

Если одновременно действует два возмущения, то приемлемое решение может быть найдено, если между $z_1(t)$ и $z_2(t)$ будет определена некоторая связь. В частном случае можно полагать, что $z_1(t)=z_2(t)$. В противном случае выходная реакция должна находиться в результате векторного суммирования двух динамических процессов. Ряд вопросов теоретического плана нашли отражение в работе [17].

При рассмотрении динамических свойств схемы (рис. 6) определенную роль в оценке условий играют вертикальные упругие элементы с жесткостями k_1 и k_2 . В первом разделе статьи, где k_1 и k_2 были непосредственно связаны с опорными поверхностями и точками A и B на твердом теле, вопросы устойчивости обеспечивались в соответствии с критериями Рауса-Гурвица. Однако при $k_1 = 0$, $k_2 = 0$ устойчивость работы системы нарушается из-за появления в системе циклической координаты.

В рассматриваемом случае (рис. 6), когда элементы k_1 и k_2 находятся внутри замкнутого контура, можно полагать, что упругий элемент приводится к эквивалентной пружине. На рис. 7 представлена принципиальная схема для определения эквивалентной жесткости пружины.

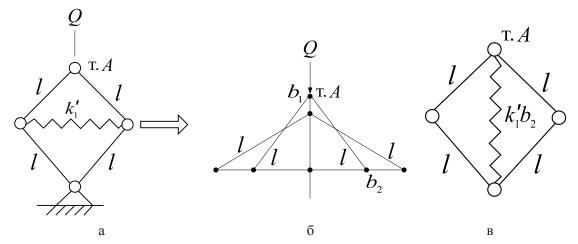


Рис. 7. Расчетная (а), принципиальная (б) и эквивалентная (в) схемы для определения упругих свойств замкнутого контура

Кинетическая энергия системы (рис. 6) определяется выражением:

$$T = \frac{1}{2}M(\dot{y})^2 + \frac{1}{2}J(\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}L(\dot{y}_1 - \dot{y}_2 + \dot{z}_1)^2, (37)$$

где $L_1 = L \cdot b_1^2 \ (b_1$ — геометрический параметр соотношений между элементами системы) при $z_1(t) \neq 0$ и $z_2(t) = 0$.

Потенциальная энергия упругого элемента в контурах I и II:

$$\Pi_{1} = \frac{1}{2}k'_{1} \cdot b_{2}^{2} \cdot (y_{1} + z_{1})^{2};$$

$$\Pi_{2} = \frac{1}{2}k_{2} \cdot b_{3}^{2} \cdot y_{2}^{2};$$

$$\Pi_{3} = \frac{1}{2}k'_{3} \cdot (b_{2}y_{1} + b_{2}z_{1} - b_{3}y_{2})^{2}.$$
(38)

Полагая, что $b_2 = b_3$, после ряда преобразований получим систему дифференциальных уравнений движения в координатах y_1, y_2 :

$$\overline{y}_{1} \Big[\Big(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1} \Big) p^{2} + k_{1}'b_{2}^{2} + k_{3}'b_{2}^{2} \Big] + \overline{y}_{2} \Big[\Big(Mab - Jc^{2} - L_{1} \Big) p^{2} - k_{3}'b_{2}^{2} \Big] = -k_{1}'z_{1}b_{2}^{2} - k_{3}'b_{2}^{2}z_{1} - L_{1}z_{1}p^{2}; (39)$$

$$\overline{y}_{2} \Big[\Big(Ma^{2} + Jc^{2} + L_{1} \Big) p^{2} + k_{2}'b_{2}^{2} + k_{3}'b_{2}^{2} \Big] + \overline{y}_{1} \Big[\Big(Mab - Jc^{2} - L_{1} \Big) p^{2} - k_{3}'b_{2}^{2} \Big] = k_{3}'b_{2}^{2}z_{1} - L_{1}z_{1}p^{2}. (40)$$

Структурная схема в соответствии с (39) и (40) имеет вид, как показано на рис. 8.

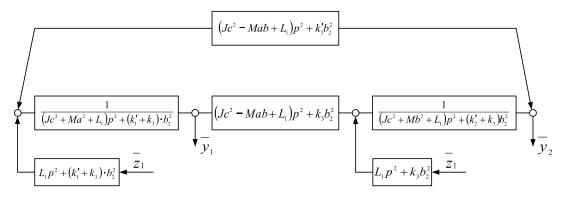


Рис. 8. Структурная схема системы на рис. 6 без упругих элементов k, и k,

Если в опорах (т.т. А и B) не были бы введены вертикальные пружины k_1 и k_2 , то система была бы неустойчивой. Поэтому на структурной схеме на рис. 9 введены упругие элементы k_1 и k_2 .

Из рис. 9 следует, что в парциальных системах, кроме приведенных пружин, обладающих соответственно жесткостями $(k'_1 + k_3) \cdot b_2^2$ и $(k'_2 + k_3) \cdot b_2^2$, параллельно работают пружины с жесткостями k_1 и k_2 .

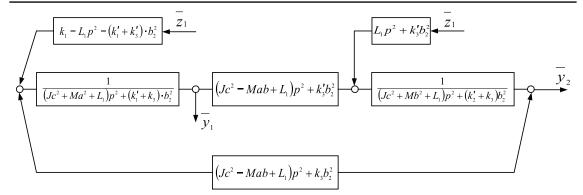


Рис. 9. Структурная схема системы с корректирующими упругими элементами k, и k,

Отметим, что в рассматриваемом конструктивном варианте включения механизмов в структуру механической колебательной системы упругие элементы,, соединяются не последовательно (как это могло бы показаться на расчетной схеме), а параллельно. Дальнейшее исследование проводится по варианту оценки динамических свойств системы с симметричной схемой механизмов (рис. 1).

Результаты исследования.

- 1. Предложен способ применения динамических свойств, основанный на введении в колебательную систему механических стержневых структур, соединяемых механизмом для преобразования движения. Такой прием позволяет изменять характер межпарциальных связей и тем самым настраивать системы на определенные задачи виброзащиты.
- 2. Предложен метод построения математических моделей систем, позволяющий трансформировать исходную математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений в структурную модель, имеющую форму эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления.

Заключение

Таким образом, в механических колебательных системах, имеющих в своем составе объект защиты в виде твердого тела с двумя степенями свободы, возможно введение дополнительных связей, которые привносят существенные изменения динамических свойств.

- 1. Проведенная оценка возможных динамических свойств опирается на технологии частотного анализа с использованием передаточных функций.
- 2. Особенности динамических свойств заключаются в том, что числитель и знаменатель передаточных функций имеют при кинематическом возмущении один и тот же порядок.
- 3. В качестве настроечных параметров системы могут использоваться значения приведенного момента инерции L, жесткости пружины дополнительной связи k, и параметров геометрической природы b, зависящих от конфигурации системы, которая может изменяться независимо.

Исследования выполнены по гранту в рамках федеральной целевой программы «Научные и педагогические кадры Инновационной России» на 2012-2013 гг. (мероприятие 1.3.2. – естественные науки) *№ 14.132.21.1362*.

Список литературы

- 1. Harris C.M. Shock and vibration. Handbook / Cyrie M. Harris ed.; Allan Persol, ed. McGraw Hill. 2008. 763 p.
- 2. Naverel P. Modeling and control of vibration in mechanical structures Upsala Univ.; Sweden. Http://www.it. uu. se / 2005.
- 3. Moheimani S.O.R., Halim D., Fleming A.J. Special control of vibration. Theory and experiments. — Singapure. World Science. Publ. Ptc., Ltd. 2003. — 417 р.
 4. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем — М.: Машиностроение. 1980. — 276 с.
- 5. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. – Новосибирск: Наука. 2011. – 394 с. 6. Nelson P.A., Ellot S.J. Active control of sound: L. acad.
- Press. 2002. 562 p. (UK).
 7. Eliseev S.V. Lukyanov A.V., Reznik Yu. N., Khomen-
- ko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. -Irkutsk: Irkuutsk State University. 2006. – 315 p.
- 8. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем. – Иркутск:
- ИрГУПС. 2012. 155 с.
 9. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи теории виброзащитных систем. - СПб.:
- Политехника. 2013. 362 с. 10. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизолящии технических объектов. – Иркутск: Изд-во Ирк. гос. ун-та, 2008. – 523 с. 11. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Си-
- стемный анализ, математическое моделирование в мехатронике виброзащитных систем. Иркутск: ИрГУПС. 2012. 274 с.
- 12. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В., Упырь Р.Ю., Гозбенко В.Е. Рычажные связи в задачах механических колебательных систем. Теоретические аспекты. – Иркутск: ИрГУПС. 2009. – 159 с. Деп. в ВИНИТИ 27.11.2009. № 737 – В 2009.
- 13. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В. Обобщенные подходы к построению математических моделей механических систем с Г-образными динамическими гасителями //
- Методы. Системы. Технологии. 2011. № 1 (9). С. 9–24. 14. Патент на полезную модель РФ № 103383. МПК. F16. F15/00. 10.04.2011 / Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. и др. Динамический гаситель колебаний. Бюлл. № 10.
- 5. Патент на полезную модель РФ № 83802. МПК. F16. F15/00. 10.05.2009 / Елисеев С.В., Хоменко А.П., Ермошенко Ю.В., Упырь Р.Ю. Динамический гаситель колебаний. Бюлл. № 13.
- 16. Ермошенко Ю.В., Ситов И.С. Рычажно-зубчатые связи в подвесках транспортных средств // Проблемы механики современных машин: материалы IV международной научной конференции. – Улан-Удэ: ВСГТУ. 2009. – Т.3. – С. 173–183.
- 17. Елисеев С.В., Лонцих А.П. Влияние управляющей силы в структуре внешних возмущений // Вестник Иркутского государственного технического университета. $2011. - T. 51. - \cancel{N}_2 4. - C. 20-29.$