

УДК 519.6, 658.5.012.1,7

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА СРЕДСТВАМИ ИДЕМПОТЕНТНОЙ АЛГЕБРЫ

Черных О.О.

ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет», Липецк,
e-mail: hackibrain@yandex.ru

В работе приводится краткое описание основных принципов идемпотентной алгебры, области использования. Рассмотрен вопрос о моделировании производственного процесса средствами идемпотентной алгебры, обсуждаются результаты апробации и перспективы использования идемпотентного подхода в данной сфере.

Ключевые слова: идемпотентная алгебра, идемпотентное полукольцо, планирование производства

PRODUCTION PROCESS MODELLING BY MEANS OF IDEMPOTENT ALGEBRA

Chernykh O.O.

Lipetsk State Technical University, Lipetsk, e-mail: hackibrain@yandex.ru

This paper presents a brief description of the main principles of idempotent algebra and its area of use. An issue on production process modeling by means of idempotent algebra is discussed; the results of approbation and perspectives of idempotent approach in this sphere are observed.

Keywords: idempotent algebra, idempotent semiring, production planning

Идемпотентная алгебра представляет собой область современной прикладной математики, связанную с изучением идемпотентных полуколец с операцией сложения. Несмотря на то, что идемпотентная алгебра является сравнительно молодой областью прикладных исследований, она уже нашла широкое применение в различных областях экономики, техники, управления, оптимизации и многих других [1-3].

Основным преимуществом идемпотентного подхода является возможность представления ряда нелинейных в обычном смысле задач их линейными в идемпотентном смысле аналогами, что приводит к упрощению их анализа, решения, интерпретации полученных результатов, а также программной реализации.

В прикладной математике и математическом моделировании применение идемпотентного подхода оправданно в ряде задач экономико-математического моделирования, в задачах с использованием графовых структур, при моделировании стохастических систем массового обслуживания [1].

Цель работы – исследование возможности применения идемпотентного подхода в задаче планировании производственного процесса.

При моделировании производственного процесса строится некоторая целевая функция (затрат, прибыли или проч.) вида:

$$\bigoplus \left[\bigotimes_{i=1} (a_i f(x_i)) \right],$$

и решается оптимизационная задача в выбранном согласно прикладной области идемпотентном полукольце. Выделяют следующие идемпотентные полукольца [2]:

1) $R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$ с операциями $\oplus = \min$, $\otimes = +$ и нейтральными элементами $0 = +\infty$, $1 = 0$;

2) $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ с операциями $\oplus = \max$, $\otimes = +$ и нейтральными элементами $0 = -\infty$, $1 = 0$;

3) $R_{\min, \max} = R \cup \{\pm\infty\}$ с операциями $\oplus = \min$, $\otimes = \max$ и нейтральными элементами $0 = +\infty$, $1 = -\infty$.

Рассмотрим постановку задачи моделирования и планирования производственного процесса и ее решение в идемпотентном полукольце $R_{\min}$.

Пусть имеется n видов сырья, которые должны использоваться в любом из m производственных процессов. Для всех процессов заданы нормы времени на потребление каждого вида сырья. Процесс остановится, если сырье хотя бы одного вида будет исчерпано.

Для каждого процесса $i = 1, \dots, m$ введем обозначения:

y_i – максимальная продолжительность процесса;

a_{ij} – среднее время потребления единицы сырья j

Для каждого вида сырья $j = 1, \dots, n$ определим величину x_j – начальное количество сырья. Максимальная продолжительность

процесса определяется равенством в полукольце $R_{\min}$:

$$y_i = a_{i1}x_1 \oplus \dots \oplus a_{in}x_n.$$

В векторных обозначениях имеем равенство:

$$y = Ax. \quad (1)$$

Предположим, что для каждого процесса запланирована определенная продолжительность b_i . Необходимо установить такой минимальный начальный запас сырья, чтобы при запуске любого из процессов обеспечить запланированную продолжительность процесса. Пусть $b = (b_1, \dots, b_n)^T$. Уравнение (1) имеет решение тогда и только тогда, когда $\Delta(A, b) = (A(b^- A)^-)^- b = 1$. При этом $x = (b^- A)^-$ – максимальное решение.

Была построена математическая модель производственного процесса прокатки сляба на непрерывном прокаточном стане («Стан-2000» на ОАО «Новолипецкий металлургический комбинат»). Основными ресурсами, используемыми на каждой стадии технологического процесса, являются топливо и электрическая энергия. В модель также были включены дополнительные потребности в ресурсах на каждой из технологических стадий производства. В результате решения задачи о планировании производства были получены приближенные решения в полукольце $R_{\min}$, среди них выбрано оптимальное в смысле минимальной нормы невязки.

Выводы

Апробация данного подхода на ряде производственных процессов позволила прийти к выводу о том, что идемпотентная алгебра может быть использована в задаче планирования производства, реализация и непосредственные вычисления просты, однако существует ограничение на одновременное использование всех видов сырья в каждом из технологических процессов, нарушение которого может привести к неразрешимости уравнения в полукольце $R_{\min}$. Данное ограничение сокращает область применения идемпотентного подхода в задаче планирования производственного процесса и требует дополнительных исследований в данном направлении.

Работа поддержана РФФИ, проект № 11-07-00580-а.

Список литературы

1. Блюмин С.Л., Сысоев А.С., Черных О.О. Идемпотентный подход к моделированию: транспортные системы и оптимизация подвижных процессов // Вестн. высших учебных заведений Черноземья. – 2012. – № 2. – С. 43–47.
2. Кривулин Н.К. Методы идемпотентной алгебры в задачах моделирования и анализа сложных систем. – СПб: Изд-во СПб ун-та, 2009. – 256 с.
3. Маслов В.П., Колокольцов В.Н. Идемпотентный анализ и его применение в оптимальном управлении. – М.: Физматлит, 1994. – 144 с.