4. «Изучение законов внешнего фотоэффекта» (определение красной границы фотоэффекта и постоянной Планка).

Опыт применения виртуальных лабораторных работ показывает, что помимо наглядности они имеют ряд других преимуществ над натурными. Так существенным недостатком натурных работ является быстрое физическое и моральное устаревание лабораторного оборудования. Кроме того, периферийные вузы зачастую страдают от недостатка хорошей материальной базы, а лабораторное оборудование нередко повреждается при неправильной эксплуатации студентами. В связи с тем, что сегодня аудитории хорошо оснащены компьютерной техникой, а студенты обладают достаточными знаниями и навыками работы на компьютере, представляется целесообразным применение виртуальных лабораторных работ. Компьютерные эксперименты намного дешевле, чем эксперименты с реальными приборами, они обеспечивают полную безопасность и экологическую чистоту. При этом время получения и усвоения знаний максимально уплотняется. Студенты имеют возможность индивидуально выполнять эксперимент, что положительно сказывается на развитии их самостоятельности.

Список литературы

1. Шуваева О.В. Методические аспекты преподавания физики студентам медицинских специальностей в вузах // Сборник трудов II Всероссийской научно-методической конференции.– Самара: СГАСУ, 2008. С. 131–134.

2. Соколков С.В. Средства пакета MS-Office в анимированных презентациях по курсу общей физики // Тезисы доклада V российской научно-методической конференции преподавателей вузов и учителей школ.– Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2008. С. 223–224.

3. Шуваева О.В. Использование компьютерного демонстрационного эксперимента на лекциях по оптике // Сборник трудов конференции «Оптика и образование–2012». – СПб: НИУ ИТМО, 2012. С. 79.

Физико-математические науки

ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ И ПУАНКАРЕ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА ПЛОСКОСТИ

Алдашев С.А., Жантлеуов К.К.

Казакский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, e-mail: aldash51@mail.ru

В работе для линейных гиперболических уравнений в области с отходом от характеристики доказаны корректности задач Дирихле и Пуанкаре.

В теории уравнений частных производных гиперболического типа краевые задачи с данными на всей границе области служат примером некорректно поставленных задач [1]. В данной работе для линейных гиперболических уравнений в области с отходом от характеристики доказаны корректности задач Дирихле и Пуанкаре.

п.1. Постановка задач и результаты. Пусть $D \subset R^2$ – конечная область, ограниченная отрезком AB: $0 \le x \le 1$ оси $y = 0$, а при $y > 0$ – гладкой кривой AC: $y = \gamma(x) < x$, вдоль которой $0 < \gamma'(x) < 1$ и прямой BC: $y = 1 - x$.

В области D рассмотрим уравнение

$$u_{xx} - u_{yy} + A(x,y)u_x + B(x,y)u_y + C(x,y)u = 0, \quad (1)$$

$$A, B \in C^1(\bar{D}) \cap C^2(D), C \in C(D).$$

В качестве задачи Дирихле и Пуанкаре рассмотрим следующие задачи

Задача 1. Найти в области D решение уравнения (1) из класса $C\ (\bar{D}) \cap C^2(D)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u\big|_{AB} = \tau(x); \quad u\big|_{AC} = \sigma(x); \quad u\big|_{BC} = \phi(x) \quad (2)$$

или

$$u_y\big|_{AB} = \nu(x); \quad u\big|_{AC} = \sigma(x); \quad u\big|_{BC} = \phi(x), \quad (3)$$

где

$$\tau(x), \nu(x), \sigma(x), \phi(x) \in C^1(0 \le x \le 1) \cap C^2(0 < x < 1).$$

В характеристических координатах $\xi = x + y$, $\eta = x - y$ уравнение (1) записывается следующим образом

$$u_{\xi\eta} + au_\xi + bu_\eta + cu = 0; \quad (4)$$

$$4a(\xi,\eta) = A + B; \quad 4b(\xi,\eta) = A - B;$$

$$4c(\xi,\eta) = C.$$

При этом краевые условия (2) и (3) соответственно имеют вид

$$u(\eta,\eta) = \tau(\eta); \quad 0 \le \eta \le \frac{1}{2};$$

$$u(\alpha(\eta),\eta) = g(\eta); \quad 0 \le \eta \le \eta_0; \quad (5)$$

$$u\left(\frac{1}{2},\eta\right) = \psi(\eta); \quad \eta_0 \le \eta \le \frac{1}{2}$$

или

$$\left.\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{\partial u}{\partial \eta}\right)\right|_{\xi=\eta} = \nu(\eta); \quad 0 \le \eta \le \frac{1}{2};$$

$$u(\alpha(\eta),\eta) = g(\eta); \quad 0 \le \eta \le \eta_0; \quad (6)$$

$$u\left(\frac{1}{2},\eta\right) = \psi(\eta); \quad \eta_0 \le \eta \le \frac{1}{2},$$

где $g(\eta)=\sigma\left(\frac{\eta}{2}+\frac{\alpha(\eta)}{2}\right)$; $\psi(\eta)=\phi\left(\frac{1}{4}+\frac{\eta}{2}\right)$, а функция $\xi=\alpha(\eta)$ является решением уравнения $\xi=\eta+2\gamma\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right)$, при этом $1<\alpha'(\eta)=\frac{1+\gamma'(x)}{1-\gamma'(x)}$, $0<\eta<1$, а также $\eta_0>0$: $\alpha(\eta_0)=\frac{1}{2}$.

Пусть, в случае задачи (4), (5), выполняется условие

$$\Delta_1(\eta)=\exp\int\limits_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}p_1(\xi_1,\eta)d\xi_1-\alpha'(\eta)\alpha'(\alpha(\eta))\exp\int\limits_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}p_2(\eta,\xi_1)d\xi_1\neq 0; \qquad (7)$$

$$p_1(\xi_1,\eta)=\begin{cases}-b(\xi_1,\alpha(\eta)), & \alpha(\alpha(\eta))\le\xi_1\le\alpha(\eta),\\ -b(\xi_1,\eta), & \alpha(\eta)\le\xi_1\le\eta,\end{cases}$$

$$p_2(\eta,\xi_1)=\begin{cases}a(\alpha(\alpha(\eta)),\xi_1), & \alpha(\alpha(\eta))\le\xi_1\le\alpha(\eta),\\ a(\alpha(\eta),\xi_1), & \alpha(\eta)\le\xi_1\le\eta,\end{cases}$$

а в случае задачи (4), (6) имеет место

$$\Delta_2(\eta)=\exp\int\limits_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}p_1(\xi_1,\eta)d\xi_1-\exp\int\limits_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}p_2(\eta,\xi_1)d\xi_1\neq 0. \qquad (8)$$

Тогда справедлива

Теорема 1. Задача 1 однозначно разрешима.

п. 2. Доказательство теоремы 1. Сначала рассмотрим задачу (4), (5). Используя общее решение уравнения (4) [2], нетрудно показать, что решение задачи Коши для уравнения (4) представимо в виде

$$u(\xi,\eta)=\frac{\tau(\eta)}{2}R(\eta,\eta;\xi,\eta)+\frac{\tau(\xi)}{2}R(\xi,\xi;\xi,\eta)+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\int\limits_{\eta}^{\xi}\left\{\nu(\xi_1)R(\xi_1,\xi_1;\xi,\eta)-\tau(\xi_1)\frac{\partial}{\partial N}R(\xi_1,\eta_1;\xi,\eta)\Big|_{\xi_1=\eta_1}+\right. \qquad (9)$$
$$\left.+2\left[a(\xi_1,\eta_1)\frac{\partial\xi_1}{\partial N}+b(\xi_1,\eta_1)\frac{\partial\eta_1}{\partial N}\right]\Big|_{\xi_1=\eta_1}R(\xi_1,\xi_1;\xi,\eta)\tau(\xi_1)\right\}d\xi_1,$$

где $R(\xi_1,\eta_1,\xi,\eta)$ – функция Римана уравнения (6), а

$$\frac{\partial}{\partial N}\Big|_{\xi_1=\eta_1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\partial}{\partial\xi_1}-\frac{\partial}{\partial\eta_1}\right)\Big|_{\xi_1=\eta_1}.$$

Из (8), при $\xi=\frac{1}{2}$ и $\xi=\alpha(\eta)$, используя краевое условие (5), получим интегральные уравнения первого рода

$$f_1(\eta)=\int\limits_{\eta}^{\frac{1}{2}}\nu(\xi_1)R\left(\xi_1,\xi_1;\frac{1}{2},\eta\right)d\xi_1, \quad \eta_0\le\eta\le\frac{1}{2};$$

$$f_2(\eta)=\int\limits_{\alpha(\eta)}^{\eta}\nu(\xi_1)R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta)d\xi_1, \quad 0\le\eta\le\eta_0,$$

где

$$\sqrt{2}f_1(\eta)=\psi(\eta)-\frac{\tau(\eta)}{2}R\left(\eta,\eta;\frac{1}{2},\eta\right)-\frac{1}{2}\tau\left(\frac{1}{2}\right)R\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{1}{2},\eta\right)+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\int\limits_{\eta}^{\frac{1}{2}}\left\{\frac{\partial}{\partial N}R\left(\xi_1,\eta_1;\frac{1}{2},\eta\right)\Big|_{\xi_1=\eta_1}-2\left[a(\xi_1,\eta_1)\frac{\partial\xi_1}{\partial N}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+b(\xi_1,\eta_1)\frac{\partial\eta_1}{\partial N}\right]\Big|_{\xi_1=\eta_1}R\left(\xi_1,\xi_1;\frac{1}{2},\eta\right)\right\}\tau(\xi_1)d\xi_1;$$

$$\sqrt{2}f_2(\eta) = -g(\eta) + \frac{\tau(\eta)}{2}R(\eta,\eta;\alpha(\eta),\eta) + \frac{\tau(\alpha(\eta))}{2}R(\alpha(\eta),\alpha(\eta);\alpha(\eta),\eta) -$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{\eta}^{\alpha(\eta)}\left\{\frac{\partial}{\partial N}R(\xi_1,\eta_1;\alpha(\eta),\eta)\Big|_{\xi_1=\eta_1} - 2\left[a(\xi_1,\eta_1)\frac{\partial\xi_1}{\partial N} +\right.\right.$$

$$\left.\left. +b(\xi_1,\eta_1)\frac{\partial\eta_1}{\partial N}\right]\Big|_{\xi_1=\eta_1}R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta)\right\}\tau(\xi_1)d\xi_1,$$

которые дифференцированием сводятся, соответственно, к следующему интегральному уравнению Вольтерра второго рода

$$\nu(\eta) = \int_{\eta}^{\frac{1}{2}}\nu(\xi_1)G_1(\eta,\xi_1)d\xi_1 + \mu_1(\eta), \quad (10)$$

и функционально-интегральному уравнению

$$a_1(\eta)\nu(\eta) + b_1(\eta)\nu(\alpha(\eta)) = \mu_2(\eta), \quad (11)$$

$$G_1(\eta,\xi_1) = \frac{\frac{\partial}{\partial\eta}R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta)}{R\left(\eta,\eta;\frac{1}{2},\eta\right)};$$

$$\mu_1(\eta) = \frac{f_1'(\eta)}{R\left(\eta,\eta;\frac{1}{2},\eta\right)};$$

$$a_1(\eta) = R(\eta,\eta;\alpha(\eta),\eta);$$

$$b_1(\eta) = -\alpha'(\eta)R(\alpha(\eta),\alpha(\eta);\alpha(\eta),\eta);$$

$$\mu_2(\eta) = -\int_{\alpha(\eta)}^{\eta}\nu(\xi_1)\frac{\partial}{\partial\eta}R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta)d\xi_1 + f_2'(\eta);$$

$$R\left(\eta,\eta;\frac{1}{2},\eta\right) = \exp\int_{\eta}^{1/2}b(\xi_2,\eta)d\xi_2 > 0.$$

В [3] показано, что, если

$$\Delta_1(\eta) = a_1(\eta)a_1[\alpha(\eta)] - b_1(\eta)b_1[\alpha(\eta)] \neq 0, \quad (12)$$

то функциональное уравнение (11) имеет единственное решение вида

$$\nu(\eta) = \frac{a_1(\alpha(\eta))\mu_2(\eta) - b_1(\eta)\mu_2(\alpha(\eta))}{\Delta_1}. \quad (13)$$

Из определения функции Римана R [2,4], формула (12) записывается в виде (7), а (13) – в следующем виде

$$\nu(\eta) = \int_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}\nu(\xi_1)G(\eta,\xi_1)\nu(\xi_1)d\xi_1 + g(\eta); \quad (14)$$

$$G(\eta,\xi_1) = \begin{cases} -\frac{1}{\Delta_1}\frac{\partial}{\partial\eta}R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\alpha(\eta)),\alpha(\eta))\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\eta}a(\alpha(\eta),\eta_1)d\eta_1, & \alpha(\alpha(\eta)) \le \xi_1 \le \alpha(\eta), \\ -\frac{1}{\Delta_1}\frac{\partial}{\partial\eta}R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta)\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\alpha(\alpha(\eta))}b(\eta_1,\alpha(\eta))d\eta_1, & \alpha(\eta) \le \xi_1 \le \eta, \end{cases}$$

$$g(\eta) = \left[f_2'(\eta)\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\alpha(\alpha(\eta))}b(\eta_1,\alpha(\eta))d\eta_1 + f_2'(\alpha(\eta))\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\eta}a(\alpha(\eta),\eta_1)d\eta_1\right]/\Delta_1.$$

Известно, что функция Римана R по переменным ξ_1, η_1 и ξ, η имеет такую же гладкость, что и коэффициенты уравнения (4) [4], поэтому ядро $G(\xi, \xi_1)$ допускает оценку

$$|G(\eta,\xi_1)| \le M_1. \quad (15)$$

Решение интегрального уравнения (15) будем искать в виде ряда

$$\nu(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty}\nu_k(\eta); \quad (16)$$

$$\nu_0(\eta) = g(\eta);$$

$$\nu_k(\eta) = \int_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}G(\eta,\xi_1)\nu_{k-1}(\xi_1)d\xi_1;\ k = 1, 2, \ldots .$$

Из (15) получим следующие оценки

$$|\nu_0(\eta)| = \max_{[0,\eta_0]}|g(\eta)| = m_1; \quad |\nu_1(\eta)| \le m_1M_1\eta;$$

$$|\nu_2(\eta)| = m_1M_1^2\frac{\eta^2}{2},$$

и вообще $|\nu_k(\eta)| \le m_1\frac{(M_1\eta)^k}{k!} \le m_1\frac{(M_1\eta_0)^k}{k!}$..

Тогда, для ряда (16) будем иметь

$$|\nu(\xi)| \le \sum_{k=0}^{\infty}|\nu_k(\eta)| \le m_1\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(M_1\eta_0)^k}{k!} = m_1\exp M_1\eta_0.$$

Таким образом, интегральное уравнение (14), (а также (11)), при выполнении условия (7), однозначно разрешимо.

Следовательно, задача (4), (5) имеет единственное решение вида (8), в котором $\nu(\eta)$ находятся из уравнений (10) и (14).

Теорема 1 для задачи (1), (2) доказана.

Теперь рассмотрим задачу (1), (3), которая переходит к задаче (4), (6). В этом случае, из (8), при $\xi=\frac{1}{2}$ и $\xi=\alpha(\eta)$, с учетом (6), получим следующее интегральное уравнение Вольтерра второго рода

$$\tau(\eta)=\int_{\eta}^{\frac{1}{2}}\tau(\xi_1)G_2(\eta,\xi_1)d\xi_1+\chi_1(\eta),$$
$$\eta_0\le\eta\le\frac{1}{2} \qquad (17)$$

и функционально – интегральное уравнение

$$a_2(\eta)\tau(\eta)+b_2(\eta)\tau(\alpha(\eta))=\chi_2(\eta),$$
$$0\le\eta\le\eta_0, \qquad (18)$$

где

$$G_2(\eta,\xi_1)=\frac{\left(\frac{\partial}{\partial\xi_1}-\frac{\partial}{\partial\eta_1}\right)R\left(\xi_1,\eta_1;\frac{1}{2},\eta\right)\Big|_{\xi_1=\eta_1}-2\big(a(\xi_1,\eta_1)-b(\xi_1,\eta_1)\big)R\left(\xi_1,\xi_1;\frac{1}{2},\eta\right)}{R\left(\eta,\eta;\frac{1}{2},\eta\right)};$$

$$\chi_1(\eta)=\frac{2\psi(\eta)-\psi\left(\frac{1}{2}\right)R\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};\frac{1}{2},\eta\right)-\sqrt{2}\int_{\eta}^{\frac{1}{2}}\nu(\xi_1)R\left(\xi_1,\xi_1;\frac{1}{2},\eta\right)d\xi_1}{R\left(\eta,\eta;\frac{1}{2},\eta\right)};$$

$$a_2(\eta)=R(\eta,\eta;\alpha(\eta),\eta)=\exp\int_{\eta}^{\alpha(\eta)}b(\xi_1,\eta)d\xi_1;$$

$$b_2(\eta)=R(\alpha(\eta),\alpha(\eta);\alpha(\eta),\eta)=\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\eta}a(\alpha(\eta),\eta_1)d\eta_1;$$

$$\chi_2(\eta)=f(\eta)+\int_{\eta}^{\alpha(\eta)}\tau(\xi_1)H(\eta,\xi_1)d\xi_1;$$

$$f(\eta)=2g(\eta)-\sqrt{2}\int_{\eta}^{\alpha(\eta)}\nu(\xi_1)R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta)d\xi_1;$$

$$H(\eta,\xi_1)=\left(\frac{\partial}{\partial\xi_1}-\frac{\partial}{\partial\eta_1}\right)R(\xi_1,\eta_1;\alpha(\eta),\eta)\Big|_{\xi_1=\eta_1}-2\big(a(\xi_1,\eta_1)-b(\xi_1,\eta_1)\big)R(\xi_1,\xi_1;\alpha(\eta),\eta).$$

Если выполняется условие

$$\Delta_2(\eta)=a_2(\eta)a_2[\alpha(\eta)]-b_2(\eta)b_2[\alpha(\eta)]\ne 0,$$

или, это тоже самое, условие (8), то функциональное уравнение (18) имеет единственное решение вида

$$\tau(\xi\ )=\psi(\eta)+\int_{\alpha(\alpha(\eta))}^{\eta}G(\eta,\xi_1)\tau(\xi_1)d\xi_1,$$
$$0\le\eta\le\eta_0, \qquad (19)$$

$$\psi(\eta)=\left[f(\eta)\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\alpha(\alpha(\eta))}b(\eta_1,\alpha(\eta))d\eta_1-f(\alpha(\eta))\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\eta}a(\alpha(\eta),\eta_1)d\eta_1\right]/\Delta_2;$$

$$G(\eta,\xi_1)=\begin{cases}\frac{1}{\Delta_2}H(\alpha(\eta),\xi_1)\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\eta}a(\alpha(\eta),\eta_1)d\eta_1, & \alpha(\alpha(\eta))\le\xi_1\le\alpha(\eta),\\ -\frac{1}{\Delta_2}H(\eta,\xi_1)\exp\int_{\alpha(\eta)}^{\alpha(\alpha(\eta))}b(\eta_1,\alpha(\eta))d\eta_1, & \alpha(\eta)\le\xi_1\le\eta,\end{cases}$$

при этом

$$\max_{[0,\eta_0]}|\psi(\eta)| = m_2; \quad |G(\eta,\xi_1)| \le M_2.$$

Решение интегрального уравнения (19) будем искать в виде ряда $\tau(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty}\tau_k(\eta)$, для которого имеет место неравенство $|\tau(\eta)| \le m_2 \exp M_2\eta_0$.

Таким образом, интегральное уравнение (19) (а также (18)), при выполнении условия (8), однозначно разрешимо.

Следовательно, задача (4), (6) имеет единственное решение вида (9), в котором $\tau(\xi)$ определяются из уравнений (17) и (19).

Отметим, что, если $A(x, y) = B(x, y) \equiv 0$, то условие (8) не выполняется. В этом случае уравнение (18) имеет вид

$$\tau(\eta) + \tau(\alpha(\eta)) = f(\eta) + \int_{\eta}^{\alpha(\eta)} \tau(\xi_1)H(\eta,\xi_1)d\xi_1; \quad (20)$$

$$H(\eta,\xi_1) = \left(\frac{\partial}{\partial\xi_1} - \frac{\partial}{\partial\eta_1}\right)R(\xi_1,\eta_1;\alpha(\eta),\eta)\Big|_{\xi_1=\eta_1}.$$

Так как интегральный оператор, стоящий в правой части равенства (20), вполне непрерывен, то, как показано в [3], функциональное уравнение (20) имеет единственное решение.

Таким образом, и в этом случае задача (4), (6) однозначно разрешима.

Теорема 1 для задачи (1), (3) доказана.

Отметим, что краевые задачи с отходом от характеристики для уравнения (1) изучены в [5].

Список литературы

1. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. – М.: Наука, 1981. – 448 с.

2. Бицадзе А.В. Уравнения смешанного типа. – М.: Изд. АН СССР, 1959. – С. 164.

3. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. – М.: Наука, 1977. – С. 448.

4. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высшая школа, 1995. – С. 301.

5. Алдашев С.А., Таскалиев А.К. Краевые задачи с отходом от характеристики для линейных гиперболических уравнений второго порядка // Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры: мат-лы IV Межд. научн. конф. (Актобе, АГУ Казахстан, 18-21 окт. 2006 г). – Актобе, 2009. – С. 36–41.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С ОТХОДОМ ОТ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА ПЛОСКОСТИ

Алдашев С.А., Жантлеуов К.К.

Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, email: aldash51mail.ru

В работе для линейных гиперболических уравнений в области с отходом от характеристики доказаны корректности задач Дирихле и Пуанкаре.

В теории уравнений частных производных гиперболического типа краевые задачи с данными на всей границе области служат примером некорректно поставленных задач [1, 2]. В данной работе для линейных гиперболических уравнений, в области с отходом от характеристики, доказаны корректности задач Дирихле и Пуанкаре.

п. 1. Постановка задач и результаты**.** Рассмотрим линейное гиперболическое уравнение

$$u_{xx} - u_{yy} + A(x, y)u_x + B(x, y)u_y + C(x, y)u = 0. \quad (1)$$

Пусть AC: $y = x$, BC: $y = 1 - x$ характеристики уравнения (1), а AB – отрезок $0 \le x \le 1$ прямой $y = 0$.

Пусть далее $D \subset R^2$ – конечная область, ограниченная отрезком AB и при $y > 0$ – гладкой кривой Г: $y = \gamma(x)$ расположенная внутри характеристического треугольника ABC, $\gamma(0) = \gamma(1) = 0$.

В качестве задачи Дирихле и Пуанкаре рассмотрим следующие задачи

Задача 1. Найти в области D решение уравнения (1) из класса $C(\bar{D}) \cap C^2(D)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_{AB} = \tau(x); \quad u|_{\Gamma} = \sigma(x) \quad (2)$$

или

$$u_t|_{AB} = \nu(x); \quad u|_{\Gamma} = \sigma(x), \quad (3)$$

где

$$\tau(x), \nu(x), \sigma(x), \phi(x) \in C^1(0 \le x \le 1) \cap C^2(0 < x < 1).$$

В характеристических координатах $\xi = x + y$, $\eta = x - y$ уравнение (1) записывается следующим образом

$$u_{\xi\eta} + au_{\xi} + bu_{\eta} + cu = 0; \quad (4)$$

$$4a(\xi,\eta) = A + B, 4b(\xi,\eta) = A - B, 4c(\xi,\eta) = C, A, B \in C^1(\bar{D}) \cap C^2(D), C \in C(D).$$

При этом краевые условия (2) и (3) соответственно имеют вид

$$u(\eta, \eta) = \tau(\eta), \; u(\alpha(\eta), \eta) = g(\eta), \; 0 \le \eta \le 1, \quad (5)$$

или

$$\left(\frac{\partial u}{\partial\xi} - \frac{\partial u}{\partial\eta}\right)\Bigg|_{\xi=\eta} = \nu(\eta); \quad 0 \le \eta \le \frac{1}{2};$$