

тивов, соответствующих операциям и действиям, т.е. частным задачам, так как общей цели нет. Лишь участвуя в развернутой деятельности, включающей и планирование действий, и их организацию, и выполнение задач, и обсуждение результатов, и разнообразное общение в референтной группе, воспитанник получает доступ к осознанию её смысла. Только на этой основе у него могут сформировать смыслообразующие мотивы, ценностные ориентации и, в конечном счете, направленность личности. Таким образом, задача воспитания всегда включает задачу организации специальной, созданной для этой цели деятельности, которая называется педагогически организованной деятельностью или организаторской деятельностью.

Между тем, психология и педагогика организаторской деятельности как научная основа эффективного выполнения этих функций и его профессионализации разрозненно описана в различных научных источниках. Педагог, обладающий компетенциями в этой области, сможет использовать свои знания, умения, опыт в учебно-воспитательном процессе образовательных учреждений, научно грамотно организовать свою педагогическую деятельность и руководить деятельностью других субъектов образовательного процесса. Материалы одноименного курса, описанные в учебном пособии, направлены на восполнение и дополнение пробелов в формировании этих компетенций магистрантов.

**Физико-математические науки**

**АСИМПТОТИКА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С РАЗДЕЛЁННЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ**

Митрохин С.И.

НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, Королёв,  
e-mail: mitrokhin-sergey@yandex.ru

Рассмотрим дифференциальный оператор третьего порядка, задаваемый дифференциальным уравнением:

$$y^{(3)}(x) + q(x) \cdot y(x) = \lambda a^3 \cdot y(x), 0 \leq x \leq \pi, a > 0, \quad (1)$$

с разделёнными граничными условиями самого общего вида:

$$\begin{cases} a_{m1} \cdot y''(0) + a_{m2} \cdot y'(0) + a_{m3} \cdot y(0) = 0, m = 1, 2; \\ a_{31} \cdot y''(\pi) + a_{32} \cdot y'(\pi) + a_{33} \cdot a_{31} \cdot y(\pi) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\lambda$  – спектральный параметр,  $\rho(x) = a^3 = const$  – весовая функция, потенциал  $q(x)$  – суммируемая функция:

$$q(x) \in L_1[0; \pi] (= \left( \int_0^x q(t) dt \right)'_x = q(x) \text{ почти всюду на } [0; \pi]). \quad (3)$$

Пусть  $\lambda = s^3, s = \sqrt[3]{\lambda}$  – фиксированная ветвь корня, причём  $\sqrt[3]{1} = +1$ .

Пусть  $w_k^3 = 1$ :  $w_1 = 1, w_2 = \frac{-1 + \sqrt{3} \cdot i}{2}, w_3 = \frac{-1 - \sqrt{3} \cdot i}{2}$ .

В работе [1] нами доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** Общее решение дифференциального уравнения (1) имеет вид:

$$y(x, s) = \sum_{k=1}^3 C_k \cdot y_k(x, s), \quad y^{(m)}(x, s) = \sum_{k=1}^3 C_k \cdot y_k^{(m)}(x, s), \quad m = 1, 2, 3, \quad (4)$$

где  $C_k (k = 1, 2, 3)$  – произвольные постоянные, причём при  $|s| \rightarrow +\infty$  имеем:

$$\begin{aligned} \frac{y_k^{(m)}(x, s)}{(as)^m} &= w_k^m e^{aw_k sx} - \frac{1}{3a^2 s^2} \cdot \sum_{k_1=1}^3 w_{k_1}^{m+1} e^{aw_{k_1} sx} \cdot \int_0^x q(t_1) \cdot e^{a(w_k - w_{k_1})st} dt_{q_{kk_1}} + \frac{1}{9a^4 s^4} \times \\ &\times \sum_{k_1=1}^3 w_{k_1} \left[ \sum_{k_2=1}^3 w_{k_2}^{m+1} \cdot e^{aw_{k_2} sx} \cdot \int_0^x q(t_1) \cdot e^{a(w_k - w_{k_2})st_1} \left( \int_0^{t_1} q(t_2) \cdot e^{a(w_k - w_{k_1})st_2} dt_2 \right) dt_{1, b_k} \right] + \\ &+ O\left(\frac{e^{|\operatorname{Im} s| \cdot x}}{|s|^6}\right), \quad m = 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (5)$$

Изучение граничных условий (2) зависит от коэффициентов и проводится с использованием методики работ [2] и [3]. Например, если

$a_{m1} \neq 0 (m = 1, 2, 3)$ , то граничные условия (2) можно упростить до равносильных условий вида

$$y''(0) = b_{12} \cdot y'(0) + b_{13} \cdot y(0); \quad b_{22} \cdot y'(0) + b_{23} \cdot y(0) = 0; \quad y''(\pi) = b_{32} \cdot y'(\pi) + b_{33} \cdot y(\pi).$$

В качестве примера таких разделённых граничных условий рассмотрим следующие:

$$y(0) = y'(0) = y(\pi) = 0. \quad (6)$$

По терминологии Наймарка М.А. [4, с. 66-77] граничные условия (6) являются нерегулярными. Ранее асимптотика собственных

значений краевых задач с нерегулярными граничными условиями (даже в случае гладкого потенциала) фактически не изучалась.

Теорема 2. Асимптотика собственных значений дифференциального оператора (1)-(2) с граничными условиями (6) имеет следующий вид:

$$s_{k,2} = \frac{2\sqrt{3}}{3a} \cdot \tilde{k} + \frac{d_{2k,2}}{a \cdot \tilde{k}^2} + O\left(\frac{1}{\tilde{k}^4}\right), \quad \tilde{k} = k - \frac{1}{6}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (7)$$

$$d_{2k,2} = -\frac{\sqrt{3}}{6\pi} \left[ \int_0^\pi q(t) dt - \int_0^\pi q(t) \cdot \cos\left((2t - \pi)\left(k - \frac{1}{6}\right)\right) dt \right], \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

#### Список литературы

1. Митрохин С.И. Асимптотика решений дифференциального уравнения третьего порядка с суммируемыми коэффициентами // Вопросы математики, механики сплошных сред и применения математических методов в строительстве: Сб. научных трудов. Вып. 12. – М.: МГСУ, 2010. – С.38-48.
2. Митрохин С.И. Спектральные свойства краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений

с суммируемыми коэффициентами // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т.46, № 8. – С. 1085-1093.

3. Митрохин С.И. Асимптотика собственных значений дифференциального оператора четвертого порядка с суммируемыми коэффициентами // Вестник Московского ун-та. Сер. 1, «Математика, механика». – 2009. № 3 – С. 14-17.

4. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – М.: Наука, 1969. – 528 с.

### Актуальные проблемы образования», Греция (Крит), 18-25 октября 2013 г.

#### Физико-математические науки

#### ОБ ОДНОЙ НЕРЕШЁННОЙ ПРОБЛЕМЕ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОПЕРАТОРОВ С СУММИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Митрохин С.И.

НИИЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, Королёв,  
e-mail: mitrokhin-sergey@yandex.ru

Рассмотрим дифференциальное уравнение четвертого порядка:

$$q_m(x) \in L_1[0; \pi] (=) \left( \int_0^x q_m(t) dt \right)' = q_m(x) \text{ почти всюду на отрезке } [0; \pi]. \quad (3)$$

В случае  $q_3(0) \equiv 0, q_2(0) \equiv 0$  асимптотика решений дифференциального уравнения (1) изучена в работе [1]. В случае  $q_3(x) \neq 0$  в монографии М.А. Наймарка [2, глава 2, с. 53] указана

$$g^{(4)}(x) + 0 \cdot g^{(3)}(x) + \sum_{k=1}^3 \tilde{q}_{3-k}(x) \cdot g^{(3-k)}(x) = \lambda \cdot a^4 \cdot g(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, a > 0.$$

Но это замена осуществима, только если  $q_3(x) \in C^3[0; \pi]$ , в случае  $q_3(x) \in L_1[0; \pi]$  она не проходит. В [1] доказана теорема.

$$y^{(4)}(x) + q_3(x) \cdot y^{(3)}(x) + \sum_{k=1}^3 q_{3-k}(x) \cdot y^{(3-k)}(x) = \lambda a^4 \cdot y(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, a > 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$y(0) = y''(0) = y(\pi) = y''(\pi) = 0, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – спектральный параметр, коэффициенты  $q_m(x) (m = 0, 1, 2, 3)$  – суммируемые функции на отрезке  $[0; \pi]$ :

замена  $y(x, s) = e^{-\frac{1}{4} \int_0^x q_3(t) dt} \cdot g(x, s)$ , позволяющая преобразовать уравнение (1) к более простому виду:

#### Теорема.

Решение  $y(x, s)$  дифференциального уравнения (1) имеет вид: