

Уточним асимптотические выражения (5) методом последовательных приближений Пикара: находим $y(t, s), y'(t, s), y''(t, s)$ и $y^{(3)}(t, s)$ из формулы (5) и снова подставляем в (5), полу-

чая при этом, что справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Общее решение дифференциального уравнения (1) имеет следующий вид:

$$y(x, s) = \sum_{k=1}^8 C_k \cdot y_k(x, s), \quad y^{(m)}(x, s) = \sum_{k=1}^8 C_k \cdot y_k^{(m)}(x, s), \quad m = 1, 2, \dots, 7, \quad (7)$$

где

$$y_k(x, s) = e^{aw_k sx} - \frac{w_k^3}{8a^4 s^4} \cdot g_k(x, s) - \frac{w_k^2}{8a^5 s^5} \cdot v_k(x, s) - \frac{w_k}{8a^6 s^6} \cdot \phi_k(x, s) - \frac{m_k(x, s)}{8a^7 s^7} + \frac{h_k(x, s)}{64a^8 s^8} + O\left(\frac{e^{|\operatorname{Im} s|x}}{s^9}\right), \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad (8)$$

$$g_k(x, s) = \sum_{n=1}^8 w_n \cdot e^{aw_n sx} \cdot \int_0^x u(t) \cdot e^{a(w_k - w_n)st} dt, \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad (9)$$

$$v_k(x, s) = \sum_{n=1}^8 w_n \cdot e^{aw_n sx} \cdot \int_0^x r(t) \cdot e^{a(w_k - w_n)st} dt, \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad (10)$$

$$\phi_k(x, s) = \sum_{n=1}^8 w_n \cdot e^{aw_n sx} \cdot \int_0^x p(t) \cdot e^{a(w_k - w_n)st} dt, \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad (11)$$

$$m_k(x, s) = \sum_{n=1}^8 w_n \cdot e^{aw_n sx} \cdot \int_0^x q(t) \cdot e^{a(w_k - w_n)st} dt, \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad (12)$$

$$h_k(x, s) = \sum_{j=1}^8 \frac{w_k^3}{w_j^4} \cdot \left[\sum_{n=1}^8 w_n \cdot e^{aw_n sx} \cdot \int_0^x u(t) \cdot e^{a(w_k - w_n)st} \cdot \left(\int_0^t u(\xi) \cdot e^{a(w_k - w_j)s\xi} d\xi \right) dt \right], \quad k = 1, 2, \dots, 8. \quad (13)$$

Аналогичные асимптотические формулы справедливы для функций

$$y_k^{(m)}(x, s), \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad m = 1, 2, \dots, 7.$$

Формулы (7) – (13) позволяют изучить асимптотику собственных значений краевой задачи (1) – (2), как это было сделано ранее в работах [1, 2, 3].

Список литературы

1. Митрохин С.И. Спектральные свойства краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений с суммируемыми коэффициентами // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т.46, № 8. – С.1085-1093.

2. Митрохин С.И. Асимптотика собственных значений дифференциального оператора четвёртого порядка с суммируемыми коэффициентами // Вестник Московского ун-та. Сер.1, математика, механика. – 2009. № 3 – С. 14-17.

3. Митрохин С.И. О спектральных свойствах дифференциального оператора с суммируемым потенциалом и гладкой весовой функцией // Вестник СамГУ – естественнаучная серия. – 2008. № 8/1(67). – С.172-187.

**«Актуальные проблемы науки и образования»,
Дюссельдорф–Кельн, 2-9 ноября 2013 г.**

Физико-математические науки

ОБ АСИМПТОТИКЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С СУММИРУЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Митрохин С.И.

НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, Королёв,
e-mail: mitrokhin-sergey@yandex.ru

Рассмотрим дифференциальный оператор, заданный дифференциальным уравнением четвёртого порядка:

$$(-1)^n \cdot y^{(2n)}(x) + q(x) \cdot y(x) = \lambda \cdot a^{2n} \cdot y(x), \quad (1)$$

$$0 \leq x \leq \pi, a > 0$$

где λ – спектральный параметр, с граничными условиями

$$y(0) = y''(0) = \dots = y^{(2n-2)}(0) = y(\pi) = y''(\pi) = \dots = y^{(2n-2)}(\pi) = 0, \quad (2)$$

причём $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$, а потенциал $q(x)$ является действительной и суммируемой функцией на отрезке $[0; \pi]$:

$$q(x) \in L_1[0; \pi] (=) \left(\int_0^x q(t) dt \right)'_x = q(x) \text{ почти всюду на отрезке } [a, b]. \quad (3)$$

В случае $n=1$ дифференциальный оператор (1)-(2) с условием (3) изучен в работе [1], в случае $n=2$ – в работе [2].

Теорема (основная). Асимптотика собственных значений дифференциально-

го оператора (1)-(2) с условием (3) при $|s| \rightarrow +\infty$ ($\lambda = s^{2n}$, $s = \sqrt[n]{\lambda}$, $\sqrt[n]{\lambda} = +1$) имеет следующий вид:

$$s_{k,m} = \frac{ik}{aw_m} + \frac{d_{2n-1,k,m}}{a \cdot k^{2n-1}} + O\left(\frac{1}{k^{4n-2}}\right), \quad m = 1, 2, \dots, 2n, \quad (4)$$

$$d_{2n-1,k,m} = \frac{i}{2\pi n \cdot w_m} \cdot \left[\int_0^\pi q(t) dt - \int_0^\pi q(t) \cos(2kt) dt \right], \quad w_m^{2n} = (-1)^n, \quad w_m = e^{\frac{\pi i n + 2\pi i(n+1)}{2n}}, \quad m = 1, 2, \dots, 2n. \quad (5)$$

Список литературы

1. Винокуров В. А., Садовничий В. А. Асимптотика любого порядка собственных значений и собственных функций краевой задачи Штурма-Лиувилля на отрезке с сумми-

руемым потенциалом // Известия РАН. Серия: математика. – 2000. – Т.64, № 4. – С. 47-108.

2. Митрохин С. И. Асимптотика собственных значений дифференциального оператора четвертого порядка с суммируемыми коэффициентами // Вестник Московского ун-та. Серия: математика, механика. – 2009. № 3 – С. 14-17.

**«Наука и образование в современной России»,
Москва, 13-15 ноября 2013 г.**

Исторические науки

ТОПОГРАФИЯ КЛАДОВ ВОСТОЧНЫХ, ВИЗАНТИЙСКИХ, ЗАПАДНОЕВРОПЕЙСКИХ И ДРЕВНЕРУССКИХ МОНЕТ VI-XIII ВВ. (ЧАСТЬ 4. ПОДОНСКИЙ ДЕНЕЖНЫЙ РЫНОК. VI-VII ВВ.)

Петров И.В.

Российская правовая академия Министерства
юстиции Российской Федерации, Санкт-Петербург,
e-mail: ladoga036@mail.ru

Настоящая статья продолжает серию работ, целью которых является составление полного свода кладов восточных, византийских, западноевропейских и древнерусских монет VI-XIII вв., выпавших на территории Восточной Европы.

Клад № 16. Лимаровка, 518-527 гг.

Характеристика: в 1872 г. на горе Кридянке (Лимаровка, Беловодский р-н) между курганами крестьянином был выпахан монетно-вещевой клад, состоявший из сасанидского серебра и золотой византийской монеты (солида).

Определенная монета: чеканена в Византии в правление Юстиниана I в 518-527 гг.

Династический состав: Византия – 1 экз. (100%).

Вещевой состав: ваза сасанидская (серебро) – 1 экз. [1, с. 35].

Клад № 17. Луганск, 527-565 гг.

Характеристика: не позднее 1899 г. на территории Луганского завода (Луганск) открыт комплекс, состоявший из нескольких золотых византийских монет (солидов).

Монеты: чеканены в Византии в правление Юстиниана I в 527-565 гг.

Династический состав: Византия, династия Юстиниана – несколько (?) [1, с. 35].

Клад № 18. Белояровка, 527-565 гг.

Характеристика: в 1913 г. в ходе ломки строевого камня в окрестностях урочища «Саур-Могила» (Белояровка, Амвросиевский р-н) крестьянином А.С. Шестаком на глубине полуметра найден клад, состоявший из 50 золотых византийских монет (двадцатикратных солидов).

Монеты: чеканены в Византии в правление Юстиниана I в 527-565 гг.

Династический состав: Византия, династия Юстиниана – 50 экз. (100%) [1, с. 36; 18, с. 151].

Клад № 19. Елизаветинская, 527-565 гг.

Характеристика: в 1901 г. в местности Юрт, в окрестностях Елизаветинской станицы (Азовский р-н), казак И.И. Коробка обнаружил клад, состоявший из 10 золотых византийских монет (солидов).

Монеты: чеканены в Византии в правление Юстиниана I в 527-565 гг.