

*«Экология и здоровье человека»,
Маврикий, 17-24 февраля 2014 г.*

Медицинские науки

**ОРГАНОМЕТРИЧЕСКИЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПОДНИЖНЕЧЕЛЮСТНЫХ
СЛЮННЫХ ЖЕЛЕЗ ЧЕЛОВЕКА
В ПЛОДНОМ ПЕРИОДЕ ОНТОГЕНЕЗА
В АРХАНГЕЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ**

Оправин А.С., Ульяновская С.А.,
Афоничева Е.Н., Афоничев В.А.,
Ларионова С.О., Ловцев А.С., Евдокимова Е.Н.,
Резников М.А.

*ГБОУ ВПО «Северный государственный
медицинский университет», Архангельск,
e-mail: usarambler78@rambler.ru*

Слюнные железы играют важнейшую роль в обеспечении нормального состояния полости рта человека. Изучение морфологии поднижнечелюстных слюнных желез актуально и представляет практическую ценность. Выявление закономерностей развития больших слюнных желез может быть полезно как для фундаментальных наук, так и для клинической медицины для разработки мероприятий по предупреждению и лечению целого ряда заболеваний органов пищеварительной системы. Цель работы изучение органомерических характеристик поднижнечелюстных желез плодов человека в Архангельской области.

Исследование выполнено на аутопсийном материале (поднижнечелюстные железы 38 плодов от 10 до 40 недель развития) за период 2012-2013 гг., умерших в родильных отделениях (домах) г. Архангельска, родильном отделении городской больницы № 1 г. Северодвинска. Аутопсийный материал забирался в течение суток после смерти и фиксировался в 10% растворе нейтрального формалина. Затем выполнялось макро- и микроскопическое препарирование с выделением поднижнечелюстных слюнных желез. После чего проводились морфометрические исследования, в ходе которых измерялись масса железы (мг), объем (см³), длина, ширина, толщина (мм). Изучались варианты формы железы по ее контуру (полигональная, овальная, круглая, треугольная). На всех этапах про-

водилась съемка фотоаппаратом Canon D 500. Секционный материал был разделен на группы в зависимости от возраста и от принадлежности к стороне (правая / левая). Данные статистически обработаны с помощью программы SPSS версия 19,0. Критический уровень статистической значимости принимался за 0,05 (p). Работа одобрена комитетом по этике СГМУ протокол № 02/3-13 от 20.03.13.

Органомерические характеристики поднижнечелюстных желез плодов: масса $76,48 \pm 43,025$ мг; длина $7,28 \pm 1,645$ мм; ширина $4,62 \pm 0,956$ мм; толщина $3,06 \pm 0,739$ мм; объем $0,13 \pm 0,093$ см³.

Вариантная анатомия поднижнечелюстных желез: полигональная форма встречалась в 32,43% случаев, овальная и округлая по 24,32%, треугольная – 18,93%. Наиболее часто встречалась полигональная форма поднижнечелюстной железы, что более характерно именно для плодного периода развития человека. В связи с небольшим количеством морфологического материала, не выявлено межгрупповых различий органомерических параметров поднижнечелюстных слюнных желез плодов в возрастных группах ($p > 0,05$).

При сравнении желез в зависимости от принадлежности к стороне определено, что среди левых поднижнечелюстных желез преобладала овальная форма (41,17%), среди правых – полигональная форма (51,44%). Органометрия поднижнечелюстных слюнных желез правой и левой сторон показала, что по всем показателям левая подчелюстная слюнная железа имеет большие размеры, чем правая. Наиболее отчетливо выражена разница в средней массе железы – $84,85 \pm 55,071$ мг (слева), $78,84 \pm 35,592$ мг (справа).

Результаты проведенного исследования предопределяют дальнейшее изучение процесса развития поднижнечелюстных желез в плодном периоде онтогенеза и выявление факторов, которые оказывают наибольшее влияние на морфологию органа.

*«Инновационные технологии»,
Таиланд, 19-27 февраля 2014 г.*

Физико-математические науки

**НОВАЯ ТЕОРЕМА О КРИТЕРИИ
ПРОСТОГО ЧИСЛА**

Акылбаев М.И., Уштенев Е.Р.
*Южно-Казахстанский инженерно-педагогический
университет дружбы народов, Шымкент,
e-mail: musabek_kz@mail.ru*

Простые числа приобретают особую важность в теории чисел в силу «фундаментальной теоремы арифметики», гласящей, что каждое

составное число может быть представимо одним и только одним способом в виде произведения простых множителей [3, 7].

Первая теорема, утверждающая существование бесконечного множества простых чисел, была доказана уже Евклидом в «Началах», в книге 9, предложение 20 [3, 7].

Под критерием простых чисел понимается теоретико-числовое свойство, которое прису-

ще лишь простым числам и наличие которого может быть установлено независимо от предварительной проверки простого числа. Простым примером является соотношение:

$$\sum_{m=1}^{m=n} \left\{ \left[\frac{n}{m} \right] - \left[\frac{n-1}{m} \right] \right\} = 2, \quad (1.1)$$

которое справедливо тогда и только тогда, когда n является простым числом. Так как слагаемые равны 1, если m делитель n , и равны нулю, если это не так, то сумма (конечная) представляет собой число $d(n)$ делителей n , а равенство $d(n)=2$ характеризует простые числа. Естественно, формула (1), как и многие другие критерии, не пригодна для практических целей [6, 30].

Критерием числа на простоту является достаточное условие простоты числа. Кроме достаточных условий простоты числа также существуют необходимые условия.

Необходимым условием простоты числа является теоретико-числовое свойство числа присущее в большей степени простым числам, но это свойство могут иметь некоторые составные числа. Приведем примеры основных необходимых условий простоты числа:

1. Всякое простое число, большее 3, представимо в виде:

$$6k+1 \text{ или } 6k-1. \quad (1.2)$$

2. Если p – число простое, то верно сравнение:

$$p^2-1 \equiv 0 \pmod{24} \quad (1.3)$$

3. Если p – число простое, то верны сравнения:

$$a^p \equiv a \pmod{p}, \quad (a,p)=1, \quad (1.4)$$

$$\text{и} \quad a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}, \quad (a,p)=1, \quad (1.5)$$

что означает, остаток от деления a^{p-1} на p равен 1, и соответственно остаток от деления a^p на p равен a . (Малая теорема Ферма).

Существуют и другие необходимые условия простоты числа. Достаточным условием простоты числа является теоретико-числовое свойство числа присущее простым и только простым числам. Также приведем основные примеры этих условий, основанных на следующих теоремах:

1. Теорема Вильсона. Если p – число простое, то верно сравнение:

$$(p-1)!+1 \equiv 0 \pmod{p} \quad (1.6)$$

Верно и обратное утверждение.

2. Теорема Лейбница. Если p – число простое, то верно сравнение:

$$(p-2)! - 1 \equiv 0 \pmod{p} \quad (1.7)$$

Верно и обратное утверждение.

3. Теорема Серпинского. Если число вида $p=4k+1$ и выполняется условие сравнения:

$$\left(\frac{p-1}{2} \right)!^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}, \quad (1.8)$$

то число p – простое [5, 51-53].

Есть и другие теоремы, дающие условия простоты.

Проверка чисел на простоту на сегодняшний день является одним из самых актуальных задач в теории чисел, так как она связана с такой задачей как факторизация числа. Если проверка на простоту числа даст положительный ответ, то есть проверяемое число окажется простым, то операция факторизации числа отпадает. В случае отрицательного ответа встает задача нахождения нетривиальных делителей испытуемого числа.

Существует много тестов на простоту числа: тест Соловея-Штрассена, тест Миллера-Рабина, алгоритм Адлемана, Померанса, Румеля, алгоритм Ленстры, проверка числа теоремой Ферма, алгоритм Ленстры-Коена, алгоритм Адлемана-Хуанга (1972 г.), алгоритм Агравала, Кайалы, Саксены (2002 г.) и другие. Все вышеперечисленные методы и алгоритмы являются полиномиальными и потому являются вероятностными.

На сегодняшний день в криптографии в системе RSA открытым текстом используют многозначные числа, которые невозможно проверить на простоту числа со 100 процентной гарантией и невозможно разложить на простые множители (факторизация). Это связано с тем, что проверка больших чисел на простоту требует очень большое число операций, что не под силу даже суперсовременным компьютерам.

В этой статье мы хотим привести недостаток одного детерминированного алгоритма проверки числа на простоту, считающегося наиболее совершенным и потому имеющим широкое практическое применение в криптографии, а также представить новую теорему о критерии простого числа.

В книге Василенко О.Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии. Москва, МЦНМО. 2003 г. В главе 1, §1.9 приведен детерминированный алгоритм проверки простоты на туральных чисел индийских математиков Агравала, Кайалы и Саксены (2002 г.). Он имеет сложность $O(\log^6 n \cdot \ln \ln n)$ арифметических операций (n – проверяемое число, c – некоторая абсолютная константа). Алгоритм основан на следующей теореме.

Теорема 1.71. Пусть p – нечетное натуральное число, $a \in Z(a,p)=1$.

Число p является простым тогда и только тогда, когда

$$(x-a)p \equiv xp - a \pmod{p}, \quad [4, 48] \quad (2.1)$$

Мы решили проанализировать эффективность этой теоремы.

Преобразуем левую часть сравнения (2.1) в следующий вид:

$$(x-a)^p = x^p + \sum_{i=1}^{p-1} \binom{p}{i} x^{i+1} (-a)^{p-i} - a^p. \quad (2.2)$$

Если p – простое число, то верно сравнение:

$$\sum_{i=1}^{p-1} \binom{p}{i} x^{i+1} (-a)^{p-i} \equiv 0 \pmod{p}, \quad (2.3)$$

и сравнение (2.1) принимает вид:

$$x^p - a^p \equiv x^p - a \pmod{p}, \quad (2.4)$$

и последнее сравнение равнозначно малой теореме Ферма:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}. \quad (2.5)$$

Теперь рассмотрим другой случай, когда p – составное число и притом является числом Кармайкла (псевдопростое числа), например, $p_1 = 651 = 3 \cdot 11 \cdot 17$, $p_2 = 2821 = 7 \cdot 13 \cdot 31$, $p_3 = 10585 = 5 \cdot 29 \cdot 73$, $p_4 = 15841 = 7 \cdot 31 \cdot 73$ и так далее. Чисел Кармайкла бесконечно много [2, 703-722].

Экспериментальные вычисления показывают, что все эти числа пройдут тест на простоту по алгоритму индийских математиков и по малой теореме Ферма и дадут ложный ответ. Далее. При p – являющимся числом Кармайкла, естественно не найдутся числа q и k такие, удовлетворяющие условиям теоремы 1.71.

В связи с этой темой приводим новую теорему в теории чисел по критерию простого числа, являющейся банальным случаем, но не встречающейся в технической литературе.

Теорема о критерии простого числа. Автор – Ущенов Есенбек Рискулович, авторское свидетельство № 128 от 14.02.2013 год, зарегистрированное в Комитете по правам интеллектуальной собственности Министерства юстиции Республики Казахстан.

Теорема. Пусть n – натуральное нечетное число. Если выполняется условие (2.6), то верно утверждение, что n – простое число.

$$\left[\frac{n}{3} \right]! \not\equiv 0 \pmod{n} \quad (2.6)$$

Исключения составляют только числа $n=9$ и $n=25$.

Доказательство.

Так как любое натуральное нечетное составное число может иметь наименьший делитель число 3, то наибольший делитель может быть равным числу $\frac{n}{3}$. В случае, если это число имеет другие делители, то его делители будут находиться в зоне между числами 3 и $\frac{n}{3}$.

Как известно, простое число n имеет два тривиальных делителя: 1 и самого себя n , и потому, не имея ни одного делителя от числа 3 и до числа $\frac{n}{3}$, при делении этого простого числа на другие натуральные числа меньшие $\frac{n}{3}$, будут давать остатки от 1 до $n-1$.

На основании вышесказанного имеет место выражение (2.6).

Рассмотрим исключительные случаи.

Пример 1. Пусть $n=9$, тогда

$$\left[\frac{9}{3} \right]! \equiv 6 \left[\frac{9}{3} \right]! = 3! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6,$$

$$\text{и} \quad \left[\frac{9}{3} \right]! \equiv 6 \pmod{9}, \quad (2.7)$$

Пример 2.

Пусть $n=25$, тогда

$$\left[\frac{25}{3} \right]! = \left[\frac{25}{3} \right]! = 8! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320,$$

$$\text{и} \quad \left[\frac{25}{3} \right]! \equiv 20 \pmod{25} \quad (2.8)$$

Пример 3. Пусть $n=49$, тогда

$$\left[\frac{49}{3} \right]! = \left[\frac{49}{3} \right]! = 16! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16,$$

$$\text{и} \quad \left[\frac{49}{3} \right]! \equiv 0 \pmod{49}, \quad (2.9)$$

потому что $7 \cdot 14 = 2 \cdot 49$.

Из последнего примера видно, что последующие числа вида n^k , где $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$, $n \geq 7$, $k \geq 2$, будут иметь результат:

$$\left[\frac{n^k}{3} \right]! \equiv 0 \pmod{n^k}, \quad (2.10)$$

и вследствие этого факта будут подчиняться условию (2.6), и соответственно, не будут являться простыми числами.

Теорема доказана.

Мы убедились, что теорема индийских математиков Агравала, Кайаны и Саксены 1.71 равнозначна малой теореме Ферма и поэтому не дает гарантированной простоты проверяемого числа и потому не эффективен.

Список литературы

1. Agrawal M., Kayal N., Saxena N. – PRIMES is in P. Preprint, August 2002. – С. 48-52.
2. Alford W.R., Grenville A., Pomerance C. There are infinitely many Carmichael numbers. // Ann. Math. 1994. V. 140.
3. Ingham A.E. The Distribution of Prime Numbers. Stechert-Hafner Service Agency. – New York and London, 1964. – С. 7-11.
4. Василенко О. Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии. МЦНМО, – М., 2003. – С. 52-54.
5. Серпинский В. Что мы знаем и чего не знаем о простых числах. – М.–Л.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1963. – С. 51-53.
6. Трост Э. Простые числа. – М.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1959. – С. 30-32.