

УДК 519.688

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В СИСТЕМАХ КАТОДНОЙ ЗАЩИТЫ ТРУБОПРОВОДОВ С ПОВРЕЖДЕННОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ

Болотнов А.М., Гарифуллина С.Р., Галияхметова Р.Р.

ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Уфа, e-mail: BolotnovAM@mail.ru

На основе метода фиктивных источников предложен алгоритм решения краевой задачи для потенциала электрического поля катодной защиты подземного трубопровода с поврежденной изоляцией. Разработана программа на языке программирования C++ для проведения численных расчетов электрических полей в системах катодной защиты трубопроводов. Приведены примеры численных результатов, полученных на основе расчетов с реальными исходными данными. Анализ результатов подтверждает эффективность, устойчивость и универсальность разработанного алгоритма.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, электрическое поле, трубопровод, катодная защита, глубокий анод, поврежденная изоляция

COMPUTER SIMULATION OF ELECTRIC FIELDS IN THE SYSTEMS OF CATHODIC PROTECTION OF PIPELINES WITH DAMAGED INSULATION

Bolotnov A.M., Garifullina S.R., Galiakhmetova R.R.

Bashkir State University, Ufa, e-mail: BolotnovAM@mail.ru

Based on the method of fictitious sources an algorithm for solution of boundary-value problem for the capacity of the electric field of cathodic protection of underground pipeline with damaged insulation is proposed. C++ computing code is developed for numerical calculations of electric fields in the systems of cathodic protection of pipelines. Examples of numerical results obtained based on real data conditions are provided. Analysis of the results confirms the effectiveness, stability and versatility of the developed algorithm.

Keywords: computer simulation, electric field, pipeline, cathodic protection, deep anode, damaged insulation

Электрохимическая катодная защита (КЗ) является важнейшим средством prolongации срока службы подземных металлических конструкций, в том числе нефте- и газопроводов. КЗ основана на смещении электрического потенциала защищаемого объекта в отрицательную область относительно потенциала грунта. Постоянное электрическое поле в системе «анод–грунт–защищаемое сооружение» создается катодной станцией с помощью анодных заземлителей, погруженных в грунт. В практике КЗ применяются различные типы заземлителей: гибкие протяженные аноды, длиной в десятки километров, прокладываемые вдоль магистральных трубопроводов при их первичной укладке [1, 5]; глубинные аноды, соединенные из отдельных анодных блоков в «гирлянду», опущенную в вертикальную скважину [6, 7] и другие.

Для обеспечения эффективной защиты от коррозии необходимо, чтобы потенциал металла трубы относительно грунта находился в заданном интервале: при его сдвиге в положительную сторону эффективность КЗ снижается; при смещении в отрицательную сторону возникает «эффект перезащиты», что приводит к повышенному расходу электроэнергии, усиленному газообразованию на поверхности металла, отслоению и преждевременному износу изоляции трубопровода [7, 8].

В начальный период эксплуатации поверхностное сопротивление изоляции имеет максимальное значение и может достигать 30000 Ом·м². С течением времени этот показатель непрерывно падает под действием влияния грунтовых вод, перепадов температуры и других внешних факторов. В этих условиях для обеспечения эффективной защиты необходимо соответствующее повышение напряжения катодной станции, и как следствие, – увеличение плотности тока, стекающего с анода в грунт. В свою очередь, превышение предельной плотности тока приводит к интенсивному растворению анодного материала, и тем самым к сокращению срока службы анода [4, 5]. Локальные повреждения (дефекты) в изоляции трубопровода возникают, как правило, при механических повреждениях в процессе первичной укладки трубы, а также при осадке, промерзании и оттаивании грунта.

Целью данной работы является разработка математической модели, алгоритма и программы для компьютерного моделирования и исследования электрических полей в системах КЗ трубопроводов с поврежденной изоляцией.

Математическая модель электрического поля

Пусть участок длины $2L_i$ горизонтального трубопровода защищен вертикальным

глубинным анодом длины L_a , расположенным на расстоянии L_{at} от средней точки ($x = 0$) защищаемого участка трубы. Тогда потенциал $u(p)$ постоянного электрического поля в области

$$\Omega = \{p \mid p = (x, y, z), \quad x \in [0, L_t], \\ y \in (-\infty, \infty), \quad z \in [0, \infty)\},$$

удовлетворяет уравнению эллиптического типа [3, 5]:

$$\operatorname{div}(\sigma(p) \operatorname{grad} u(p)) = 0; \quad p \in \Omega, \quad (1)$$

где $\sigma(p)$ – удельная электропроводность среды, См/м.

К границам-изоляторам (S_i) отнесем поверхности грунта ($z = 0$), вертикальные плоскости симметрии в грунте ($x = 0$ и $x = L_t$) и нижнюю границу анод-грунт ($z = L_a$), для которых потребуем выполнения краевых условий:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{S_i} = 0, \quad (2)$$

где n – вектор нормали к границе.

На границах «анод-грунт» (S_a) и «грунт-труба» (S_t) должны выполняться краевые условия третьего рода:

$$\left(u \pm c_e \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{S_e} = u_{em}, \quad e = a, t, \quad (3)$$

где u – потенциал в грунте, В; c_a, c_t – удельные сопротивления оболочки анода и изоляции трубы, Ом·м²; σ – электропроводность грунта, См/м; u_{am}, u_{tm} – потенциалы металлов анода и трубы, В; здесь и далее индекс «a» относится к аноду, «t» – к трубе.

В граничных условиях (3) перед вторым слагаемым знак «+» соответствует условиям на аноде, знак «–» на трубе, так как направление электрического тока в системе принято положительным от анода в грунт, и от грунта к трубе.

Если зависимости плотности тока от разности потенциалов на границах S_a и S_t линейны, и при этом параметры анода и трубопровода не зависят от продольной координаты, то c_a, c_t – константы. Параметр c_a зависит от координат точки на поверхности анода ($c_a = c_a(z)$), например, при моделировании составных анодов переменного радиуса, или при учете в модели процесса растворения оболочки анода. Параметр c_t зависит от координат точки трубы ($c_t = c_t(x)$) при наличии неоднородностей изоляции, что является необходимым условием в задаче моделирования КЗ трубопровода с дефектами в изоляции.

Учитывая, что длины анода и трубы на несколько порядков превышают их диаметры, потенциалы металлов будем полагать

постоянными в сечениях, т.е. зависящими только от продольной координаты: $u_{am} = u_{am}(z), u_{tm} = u_{tm}(x)$.

Так как точка подключения анода к катодной станции находится в сечении $z = 0$, а точка подключения трубы – в сечении $x = 0$, то в качестве краевых условий в указанных сечениях примем:

$$\left. \frac{du_{am}}{dz} \right|_{z=0} = \frac{I_0}{\sigma_a S_{am}}; \quad \left. \frac{du_{tm}}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{I_0}{2\sigma_t S_{tm}}, \quad (4)$$

где σ_a, σ_t – удельные электропроводности металлов анода и трубы; S_{am}, S_{tm} – площади их «металлических» сечений; I_0 – ток катодной станции, А.

Полагая, что участок трубы, защищаемый одним анодом, симметричен относительно плоскости YOZ, все расчеты проводятся для одной половины этого участка ($0 \leq x \leq L_t$), поэтому в знаменателе второй формулы (4) присутствует коэффициент «2».

Условием

$$(u - u_{tm}) \Big|_{x=L_t} = u_{protect} \quad (5)$$

обеспечивается необходимое значение защитного потенциала ($u_{protect}$) в точке трубопровода, наиболее удаленной от анода.

Алгоритм решения задачи (1)–(5) состоит из двух этапов. На первом этапе решается трехмерная задача, в которой отыскивается распределение потенциала и плотности тока вдоль трубопровода с учетом имеющихся отдельных дефектов в изоляции (участков с пониженным сопротивлением). На втором этапе алгоритма решается двумерная задача в нормальном сечении к трубопроводу на участке поврежденной изоляции, в которой моделируется электрическое поле с учетом углового расположения дефекта по окружности трубопровода.

Алгоритм решения трехмерной задачи

Для решения задачи (1)–(5) использован метод фиктивных источников, который применяется в расчетах электрических полей параллельных протяженных электродов без учета неоднородностей [8]. Аналогичный подход ранее применялся в [9].

Для перехода от непрерывной модели к дискретной представим глубинный анод в виде N конечных объемных элементов (КОЭ) длины L_a/N , а защищаемый участок трубопровода условно разобьем на M элементов длины L_t/M . Далее для каждого КОЭ будем оперировать средними значениями неизвестных параметров:

U_{am}, U_{tm} – потенциал в металле КОЭ анода или трубы;

U_{ag}, U_{tg} – потенциал в грунте, граничащим с КОЭ;

I_{az}, I_{tx} – продольный ток в металле между соседними КОЭ;

I_{ag}, I_{tg} – ток, протекающий через боковую поверхность КОЭ.

При построении алгоритма каждый КОЭ анода (трубопровода) будем ассоции-

ровать с фиктивным источником (стоком), расположенным в геометрическом центре КОЭ.

Применяя 1-й закон Кирхгофа к каждому КОЭ, с учетом (2), сформируем первый блок $N+M$ уравнений:

$$I_0 - I_{az,1} - I_{ag,1} = 0, \quad I_{az,i} - I_{az,i+1} - I_{ag,i+1} = 0; \quad i = 1, \dots, N-2, \quad I_{az,N-1} - I_{ag,N} = 0, \\ I_0 / 2 - I_{tx,1} - I_{tg,1} = 0, \quad I_{tx,j} - I_{tx,j+1} - I_{tg,j+1} = 0; \quad j = 1, \dots, M-2, \quad I_{tx,M-1} - I_{tg,M} = 0. \quad (6)$$

В соответствии с условиями (3) сформируем второй блок $N+M$ уравнений:

$$U_{ag,i} + c_{a,i} \frac{I_{ag,i}}{S_{a,i}} = U_{am,i}; \quad i = 1, \dots, N, \quad U_{tg,j} - c_{t,j} \frac{I_{tg,j}}{S_{t,j}} = U_{tm,j}; \quad j = 1, \dots, M, \quad (7)$$

где $S_{a,i}, S_{t,j}$ – площади боковых поверхностей КОЭ; $c_{a,i}, c_{t,j}$ – сопротивления боковых поверхностей КОЭ.

Третий блок $N+M-2$ уравнений формируется из условия выполнения закона Ома:

$$U_{am,i} - U_{am,i+1} = \rho_a I_{az,i}; \quad i = 1, \dots, N-1, \quad U_{tm,j+1} - U_{tm,j} = \rho_t I_{tx,j}; \quad j = 1, \dots, M-1, \quad (8)$$

где ρ_a, ρ_t – продольные сопротивления сердечника анода и металла трубы между соседними фиктивными источниками, Ом.

Следующий блок $N+M$ уравнений связывает потенциалы в грунте на границах КОЭ с интенсивностями точечных фиктивных источников (стоков):

$$4\pi\sigma U_{ag,i} = \sum_{k=1}^N \frac{I_{ag,k}}{R(p_i, p_k)} - \sum_{m=1}^M \frac{I_{tg,m}}{R(p_i, p_m)}; \quad i = 1, \dots, N, \\ 4\pi\sigma U_{tg,j} = \sum_{k=1}^N \frac{I_{ag,k}}{R(p_j, p_k)} - \sum_{m=1}^M \frac{I_{tg,m}}{R(p_j, p_m)}; \quad j = 1, \dots, M, \quad (9)$$

где $R(p_i, p_k)$ – расстояние от точки p_i , в которой определяется потенциал, до точки p_k , в которой находится фиктивный источник (сток).

Применение формул (9) обосновано принципом электростатической аналогии [10] для пространственных задач распределения электрического поля. Для корректного применения соотношений (9) в алгоритме дополнительно используется метод зеркальных отражений [10], позволяющий перевести задачу из полупространства в пространство: при вычислении (9) суммируются слагаемые не только от реальных анода и трубы, но и от их зеркально-симметричных отражений относительно поверхности земли. Отметим, что последнее дополнение не увеличивает размерности итоговой системы уравнений.

Из условия (5) имеем последнее уравнение:

$$U_{tg,M} - U_{tm,M} = u_{protect}. \quad (10)$$

Таким образом, сформирована система линейных алгебраических уравнений (6)–

(10), в которой число уравнений и неизвестных равно $4 \cdot (N+M)$.

Моделирование дефектных участков изоляции трубы

Определим *несплошность* изоляции трубопровода на КОЭ (η_{iso}) и коэффициент остаточного сопротивления дефектов (K_{ost}):

$$\eta_{iso} = \frac{S_{def}}{S_{all}}; \quad K_{ost} = \frac{C_{def}}{C_{iso}}, \quad (11)$$

где S_{def} – суммарная площадь дефектов в изоляции КОЭ; $S_{all} = \pi \cdot d \cdot L_j / M$ – площадь боковой поверхности КОЭ трубы; $S_{iso} = S_{all} - S_{def}$ – площадь изоляции КОЭ без дефектов; C_{def} – среднее удельное сопротивление дефектов; C_{iso} – удельное сопротивление изоляции.

Отметим, что безразмерный коэффициент ($0 < K_{ost} \leq 1$) при некоторых упрощающих предположениях можно трактовать как отношение средней толщины дефектной изоляции к толщине изоляции без дефектов.

Учитывая, что сопротивление изоляции без дефектов (R_{iso}) и суммарное сопротивление дефектов на КОЭ (R_{def}) определяются как

$$R_{iso} = \frac{C_{iso}}{S_{iso}}, R_{def} = \frac{C_{def}}{S_{def}}, \quad (12)$$

и, воспользовавшись соотношением для сопротивлений параллельных проводников [10], получим полное сопротивление боковой поверхности КОЭ:

$$R_{all} = \frac{1}{1/R_{iso} + 1/R_{def}}. \quad (14)$$

Численные результаты решения трехмерной задачи

Приведем пример расчета электрического поля КЗ трубопровода с тремя дефектами в изоляции, расположенными на различных расстояниях от точки подключения катодной станции. В таблице приведены значения основных параметров.

Значения основных параметров

Параметр	Значение
Длина защищаемого участка трубы (половина), км	4
Внешний диаметр трубы, м	1.22
Толщина стенки трубы, мм	22
Уд. сопротивление стали, Ом·м	$2.45 \cdot 10^{-7}$
Сопротивление неповрежденной изоляции трубы, Ом·м ²	40000
Коэффициенты K_{ost} для трех дефектов	0.17; 0.16; 0.15
Расстояние между анодом и трубой, м	200
Длина анода, м	24
Диаметр стального сердечника анода, мм	25
Внешний диаметр анода, мм	120
Уд. сопротивление анодного композита, Ом·м	0.01

На рис. 1 представлены функции *трубопровод-грунт* и в верхнем слое грунта распределения потенциала по границе та параллельно оси трубы.

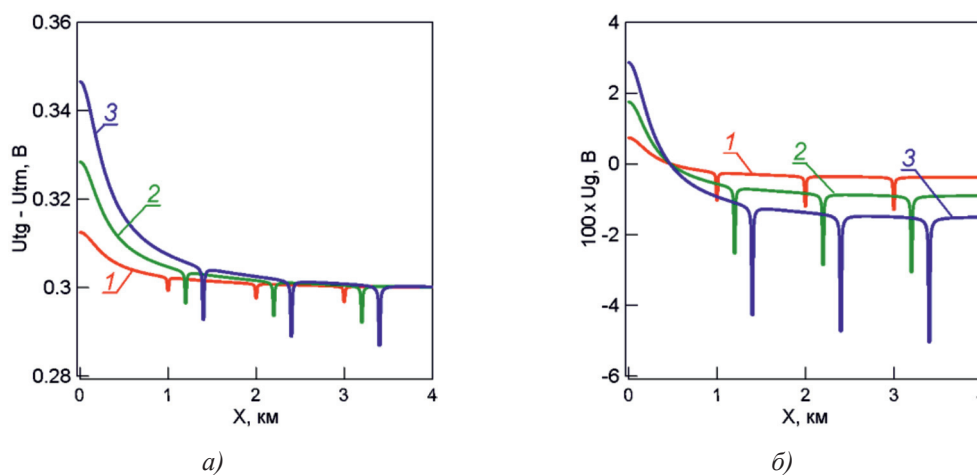


Рис. 1. Распределения потенциала при удельном сопротивлении грунта, равном, Ом·м: 1 – 50; 2 – 120; 3 – 200; и расстояниях от точки подключения до дефектов, равных, км: 1 – 1.0, 2.0, 3.0; 2 – 1.2, 2.2, 3.2; 3 – 1.4, 2.4, 3.4; (а) – на границе грунт-труба, (б) – в верхнем слое грунта над трубой

Из рисунков видно, что при минимальном защитном потенциале 0,3 В (значение потенциала в точке $x = 4$ км) на участках трубопровода с дефектной изоляцией значения защитного потенциала значительно ниже минимального, что является причиной усиленной коррозии.

Алгоритм и результаты численного решения двумерной задачи

Для решения задачи (1)–(5) в двумерном сечении, нормальном к оси трубопровода, применяется метод граничных элементов [2]. Для построения граничного интегрального уравнения

воспользуемся интегральной формулой для точек p и q , лежащих на границе S , Грина, которая с учетом уравнения (1), примет вид:

$$\pi u(p) = \int_{S_q} \left(\ln \frac{1}{r(p,q)} \frac{\partial u}{\partial n_q} - u(q) \frac{\partial}{\partial n_q} \left(\ln \frac{1}{r(p,q)} \right) \right) ds_q, \quad (15)$$

где $r(p,q) = \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$ – расстояние между точками p и q .

Из формулы (15) с учетом граничных условий (3), после некоторых преобразований будем иметь интегральное уравнение относительно неизвестной функции потенциала $u(p)$

$$u(p) = \frac{1}{\pi} \int_{S_q} K(p,q,u(q)) ds_q, \quad (16)$$

в котором ядро $K(p,q,u(q))$ определяется следующими соотношениями (аргументы p и q для краткости опущены):

$$K = \frac{u_{am}}{c_e \sigma} \ln \frac{1}{r} - u \left(\frac{1}{c_e \sigma} \ln \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{r} \right) \right); \quad q \in S_e; \quad e = a, t,$$

$$K = -u \frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{r} \right); \quad q \in S_i.$$

Алгоритм решения построен на основе метода конечных сумм [2, 3] сведением граничного интегрального уравнения (16) к системе линейных алгебраических уравнений.

На рис. 2 представлены графики распределения потенциала по окружности трубы и в верхнем слое грунта по прямой, перпендикулярной оси трубопровода.

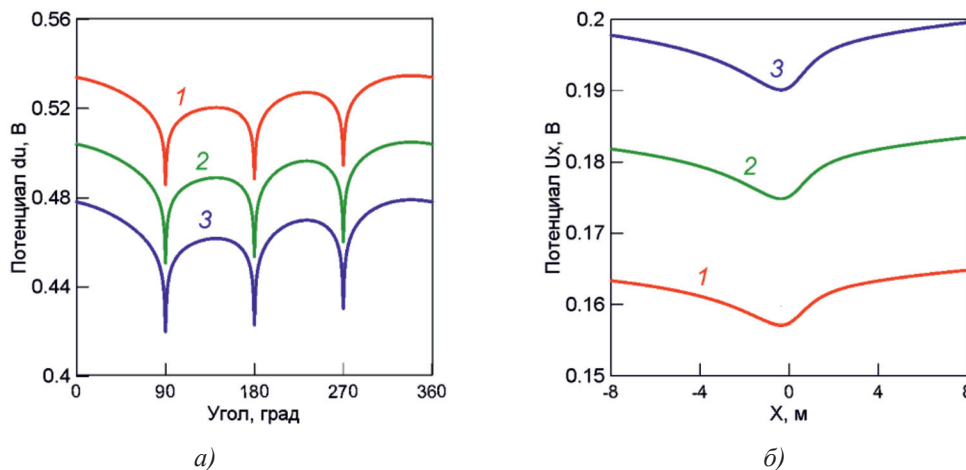


Рис. 2. Распределения потенциала при угловых расположениях дефектов 90, 180 и 270 град; коэффициенте дефектности 0.001 и удельном сопротивлении грунта, равном, Ом·м: 1 – 500; 2 – 600; 3 – 700; (а) – грунт-труба; (б) – в верхнем слое грунта перпендикулярно оси трубопровода

Закключение

Предложена математическая модель и алгоритм расчета электрических полей в системах катодной защиты трубопроводов с повреждениями в изоляции. На основе метода фиктивных источников реализован алгоритм расчета электрического поля КЗ в трехмерной постановке. Уточнение угло-

вого расположения дефекта на окружности трубы осуществляется методом граничных элементов. Алгоритм программно реализован на языке C++ в кроссплатформенной интегрированной среде разработки приложений Code Blocks, распространяемой по лицензии GPL. Приведенные примеры расчетов служат иллюстрацией возможностей программы.

Список литературы

1. Алгоритм построения нейросетевой математической модели процессов коррозии нефтяных трубопроводов / Бесхлебнова Г.А., Болотнов А.М., Горбатков С.А., Башаев М.А. // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2006. – № 2. – С. 22–32.
2. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. – М.: Мир, 1984. – 490 с.
3. Болотнов А.М. Методы граничных элементов в расчетах электрических полей электрохимических систем. – Уфа: РИО БашГУ, 2002. – 144 с.
4. Болотнов А.М., Глазов Н.Н., Гарифуллина С.Р. Алгоритм расчета электрического поля катодной защиты трубопровода методом фиктивных источников // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – № 2 (32). – С. 60–64.
5. Иванов В.Т., Болотнов А.М. Автоматизированная система научных исследований электрических полей в сложных электрохимических системах на основе вычислительного эксперимента // Электрохимия. – 1991. – Т. 27, № 3. – С. 324–331.
6. Иванов В.Т., Болотнов А.М. Пакет прикладных программ для численного исследования электрических полей в неоднородных электрохимических системах // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 1991. – № 6. – С. 21–28.
7. Компьютерное моделирование электрических полей катодной защиты трубопроводов глубинными анодами / Болотнов А.М., Зенцов В.Н., Исламов Р.Р., Мурашов Т.Т. // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 6. – С. 596. URL: <http://www.science-education.ru/106-7548> (дата обращения: 27.11.2012).
8. Математическая модель и алгоритм расчета электрического поля катодной защиты трубопровода протяженными анодами / Болотнов А.М., Глазов Н.Н., Глазов Н.П., Шамшетдинов К.Л., Киселев В.Д. // Физикохимия поверхности и защита материалов. – 2008. – Т. 44, № 4. – С. 438–441.
9. Ткаченко В.Н. Анализ поля токов катодной защиты трубопроводной сети // Защита металлов. – 2006. – Т. 42, № 5. – С. 132–135.
10. Шимони К. Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964. – 773 с.