

УДК 51

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНКА ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РОССИИ

¹Ван Диен Хуа, ²Гаврикова Н.Ю., ¹Носкова Н.С.

¹Тяньцзиньский университет науки и технологий, Тяньцзинь, e-mail: nat-gavrikova@yandex.ru;

²Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

Настоящая статья посвящена исследованию закономерностей функционирования и развития российского продовольственного рынка с помощью аппарата математического моделирования, конкретно, регрессионного анализа. Продовольственный рынок при этом описывается тринадцатью переменными. В результате проведенного «конкурса» регрессионных уравнений получена математическая модель продовольственного рынка России, включающая в себя восемь взаимосвязанных регрессионных нелинейных зависимостей, обладающих высокими значениями критериев адекватности – детерминации, Фишера, Стьюдента, средней относительной ошибки аппроксимации.

Ключевые слова: продовольственный рынок, математическая модель, регрессионный анализ, конкурс моделей, критерии адекватности

MATHEMATICAL MODELING OF FOOD MARKET IN RUSSIA

¹Wang Dian Hua, ²Gavrikova N.Y., ¹Noskova N.S.

¹Tianjin University of Science and Technology, Tianjin, e-mail: nat-gavrikova@yandex.ru;

²Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk

The present article is devoted to the study of the functioning and development of the food market in Russia by mathematical modeling, specifically, regression analysis. Food market is described by the thirteen variables. As a result of the «competition» regression equations derived mathematical model of Russian food market, which includes eight interconnected nonlinear regression dependences of high values of the criteria of adequacy – determination, Fisher criteria, Student criteria, the mean relative error of approximation.

Keywords: food market, the mathematical model, regression analysis, competition models, criteria of adequacy

Как известно [1], методы математического моделирования являются признанным инструментом научного анализа сложных, с множеством внутренних и внешних взаимосвязей, объектов различной природы. Они позволяют на модельном уровне формализовать закономерности, присущие этим объектам, посредством разработки их качественных абстрактных образов, что открывает широкие возможности в повышении эффективности вырабатываемых управляющих воздействий, поскольку при том экспериментирование может проводиться не с «живой» системой а с ее математической моделью.

Прикладная значимость этих методов весьма высока. Он давно и успешно используются в различных отраслях знаний, во многом способствуя лучшему пониманию изучаемых процессов. Традиционно одно из наиболее широких средств применения методов математического моделирования является экономика, которая в силу своей специфики особенно активно и плодотворно потребляет новые достижения, появляющиеся в этой области.

Целью настоящей работы является формализация с помощью методов математического моделирования взаимосвязей факторов, определяющих продовольственный рынок. Мы выделили 13 таких факторов:

- X_1 – производство мяса (млн тонн);
- X_2 – производство зерна (млн тонн);
- X_3 – производство молока (тыс. тонн);

X_4 – потребление продуктов питания на душу населения;

X_5 – стоимость 1 кг говядины;

X_6 – стоимость 1 кг свинины;

X_7 – стоимость 1 кг хлеба;

X_8 – стоимость 1 кг пшеничной муки;

X_9 – стоимость 1 л молока;

X_{10} – стоимость минимального набора продуктов (руб.);

X_{11} – объем импорта мяса (тыс. тонн);

X_{12} – объем импорта зерна (млн тонн);

X_{13} – объем импорта молока (тыс. тонн);

Была собрана статистическая информация о значениях этих показателей за 2000-2013 годы (сайт РОССТАТ [2]). Эти данные приведены в таблице.

В качестве метода моделирования был использован один из основных разделов анализа данных – регрессионный анализ, прикладные аспекты которого изложены, в частности, в работе 1. В соответствии с методологией регрессионного анализа, все перечисленные факторы(показатели, переменные) были разбиты на две группы – выходные (внутренние, зависимые, эндогенные) и входные (внешние, независимые, экзогенные). В первую группу вошли факторы: $X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}$, остальные показатели составили вторую группу. При этом допускалось, что в одних уравнениях одна и та же переменная являлась выходной, а для других уравнений – входной.

Статистические данные показателей рынка продовольствия Российской Федерации

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
X ₁	4 446	4 477	4 733	4 993	5 046	4 972	5 259
X ₂	65,4	85,1	86,5	67,0	77,8	77,8	78,2
X ₃	32 259	32 847	33 462	33 316	31 861	30 826	31 097
X ₄	9,9	10,4	11	11,5	12,6	13,2	14
X ₅	52,72	70,33	72,56	73,90	93,41	115,77	131,67
X ₆	58,45	79,22	80,98	82,42	110,47	131,64	142,00
X ₇	12,19	13,96	14,35	18,69	21,61	22,24	24,92
X ₈	8,08	8,48	8,04	11,40	13,06	12,83	12,83
X ₉	9,70	11,37	11,96	13,48	15,52	17,35	18,76
X ₁₀	700,4	784,28	936,71	1044,78	1116,6	1254,28	1406,65
X ₁₁	2 095	2 554	2 697	2 668	2 705	3 094	3 175
X ₁₂	4,7	1,8	1,6	1,7	2,9	1,5	2,3
X ₁₃	4 178	4 884	4 989	5 617	6 304	7 115	7 293
Окончание таблицы							
	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
X ₁	5 790	6 268	6 720	7 167	7 520	8 090	8 552
X ₂	81,5	108,2	97,1	61,0	94,22	70,9	92,4
X ₃	31 988	32 363	32 570	31 847	31 646	31 810	30 662
X ₄	14,9	15,9	16,4	17,7	20,1	20,5	20,0
X ₅	139,49	174,86	185,60	197,64	234,49	248,47	250,00
X ₆	149,02	189,42	193,66	198,35	210,89	22,09	221,40
X ₇	30,68	39,32	39,65	42,60	45,36	50,51	52,60
X ₈	17,35	21,45	19,49	21,45	19,76	25,19	29,01
X ₉	25,39	28,09	26,75	31,99	32,52	33,88	40,01
X ₁₀	1506,78	1879,99	2159,42	2192,42	2768,69	2437,44	2662,15
X ₁₁	3 177	3 248	2 919	2 855	2 707	2 710	2 448
X ₁₂	1,1	1,0	0,4	0,4	0,7	1,2	1,5
X ₁₃	7 134	7 315	7 005	8 159	7 938	8 516	9 443

Одним из основных достоинств регрессионного анализа является наличие в нем хорошо обоснованных частных характеристик адекватности модели. Мы в нашей работе будем использовать 4 таких критерия: R – критерий множественной детерминации, указывающей на то, какой процент значимых независимых переменных включен в уравнение; F – критерий Фишера, указывающий на значимость предыдущего критерия; E – средняя относительная ошибка аппроксимации, не требующая дополнительных пояснений; t_i – критерий студента, указывающий на значимость i-го фактора. Часть

этих критериев при использовании требует привлечения статистических таблиц соответствующего распределения. В практике же моделирования, при создании конкретных моделей реальных объектов, принято использовать такие величины (смотрите в частности монографию [3]):

$$R > 0,9;$$

$$F > 12;$$

$$E < 10;$$

$$T_i > 1;$$

Ниже приведены полученные восемь уравнений модели и указаны значения критериев их адекватности.

$$x_4 = 12,258 + 5,3124 \cdot 10^{-6} \left(\frac{x_5 + x_6}{2} \right) x_1 - 1,0552 \cdot 10^{-7} \left(\frac{x_7 + x_8}{2} \right)^2 x_2^2 - 1,1906 \cdot 10^6 \frac{1}{x_9 x_3}.$$

Критерии адекватности:

$$R = 0,98803, F = 206,33, E = 1,7581\%, \\ t_0 = 11,58, t_1 = 9,254, t_2 = -1,812, t_3 = -3,156$$

$$\left(\frac{x_5 + x_6}{2} \right) = 439,039 - \frac{1,67446 \cdot 10^6}{x_1}.$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,96406$, $F = 160,93$, $E = 8,8153\%$,
 $t_0 = 26,39$, $t_1 = -17,94$

$$\left(\frac{x_7 + x_8}{2}\right) = 13,092 + 0,0015172x_2^2.$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,9070$, $F = 78,71959$, $E = 6,063\%$,

$$x_{10} = 362,29 + 0,043532\left(\frac{x_5 + x_6}{2}\right)^2 - 0,90105\left(\frac{x_7 + x_8}{2}\right)^2 + 33,321x_9$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,98187$, $F = 135,4$, $E = 5,5719\%$,
 $t_0 = 2,169$, $t_1 = 5,114$, $t_2 = -2,685$, $t_3 = -2,121$

$$x_{11} = 3038,7 - 1,5518 \cdot 10^8 \frac{1}{x_1 \left(\frac{x_5 + x_6}{2}\right)}$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,8889$, $F = 32,4384$, $E = 7,479\%$,
 $t_0 = 22,44$, $t_1 = -2,208$

$$x_{12} = 0,047964 + 2358 \frac{1}{x_2 \left(\frac{x_7 + x_8}{2}\right)}$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,8994$, $F = 28,978$, $E = 10,595\%$,
 $t_0 = 0,11$, $t_1 = 4,237$

$$x_{13} = -32929 + 2971,6 \ln x_3 x_9$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,87972$, $F = 43,884$, $E = 5,7659\%$,
 $t_0 = -7,744$, $t_1 = 9,368$.

При построении каждого уравнения модели проводился так называемый конкурс моделей, состоящий в разработке множества альтернативных вариантов модели и выделении из них наилучшего на основе применения соответствующих методов векторной оптимизации, таких, например, как методы идеальной точки, уступок, взвешивание критериев. Научные основы проведения такого конкурса представлены, в частности, в работах [4–6]. В число альтернативных вариантов уравнения входили в том числе существенно нелинейные варианты, в математическом отношении представляющие собой аддитивные функции.

Технологической основой проведения такого конкурса стал программный комплекс автоматизации процесса построения регрессионных моделей (ПК АППРМ [7–9]). Анализ приведенной модели позволяет выявить закономерности формирования и раз-

$$t_0 = 1,445, t_1 = 1,2$$

$$x_9 = 119,54 - 9,4348 \cdot 10^{-8} x_3^2$$

Критерии адекватности:
 $R = 0,9709$, $F = 92,2293$, $E = 8,703\%$,

$$t_0 = 2,601, t_1 = 2,112$$

вития рынка продовольствия России. Так, в соответствии с 5-м уравнением, стоимость минимального набора продуктов с высокой точностью определяется квадратом средней цены говядины и свинины, средней стоимости произведенных хлеба и муки, а так же стоимостью молока. Этот набор показателей в правой части на 98% определяет стоимость минимального набора продуктов. Если же взять последнее, 8-е уравнение, можно видеть, что объем импорта молока на 87% определяется логарифмом произведения объема произведенного молока и его стоимости. На корректность такого анализа указывают высокие значения критериев адекватности для всех восьми уравнений. Кроме того, эта модель позволяет проводить кратко- и среднесрочное прогнозирование перечисленных выше выходных переменных. В своих последующих работах авторы намерены продолжить изучение рынка продовольствия России путем, в частности, усовершенствования данной модели.

Список литературы

1. Носков С.И. Технология моделирования объектов с нестабильным функционированием и неопределенностью в данных. – Иркутск, 1996. – 320 с.
2. Федеральная служба государственной статистики Росстат [электронный ресурс] // gks.ru (дата обращения 08.08.2014).
3. Матросов В.М., Головченко В.Б., Носков С.И. Моделирование и прогнозирование показателей социально-экономического развития области. – Новосибирск: наука, 1991. – 144 с.
4. Носков С.И. Коррекция параметров регрессионных уравнений по критерию «согласованности поведения» // Кибернетика и системный анализ. – 1994. – № 1. – С. 177–180.
5. Носков С.И., Потороченко Н.А. Диалоговая система реализации «конкурса» регрессионных моделей // Управл. Системы и машины. – 1992. – № 2–4. – С. 111–116.
6. Носков С.И., Потороченко Н.А. Об одном подходе к организации «конкурса» эконометрических моделей // Всес. Конф. «Территориальные неоднородные информационно-вычислительные системы». Тезисы докл. – Новосибирск, 1988. – С. 94–96.
7. Базилевский М.П., Носков С.И. Методические и инструментальные средства построения некоторых типов регрессионных моделей // Системы. Методы. Технологии. – Братск, 2012. – № 1(13). – С. 80–87.
8. Базилевский М.П., Носков С.И. Программный комплекс автоматизации процесса построения регрессионных моделей (Program complex for automation construction process of regression models) // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010617199.
9. Базилевский М.П., Носков С.И. Технология организации конкурса регрессионных моделей // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. – Иркутск, 2009. – Вып. 7. – С. 77–84.