

УДК 519.85

**ОБ ЭФФЕКТИВНОМ ИНСТРУМЕНТАРИИ АНАЛИЗА  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Медведев А.В.**

*Кемеровский филиал Московского государственного университета экономики,  
статистики и информатики, Кемерово, e-mail: alexm\_62@mail.ru*

В статье описываются результаты использования эффективного инструментария для анализа экономических систем, основанного на использовании многокритериальной, многошаговой задачи линейного программирования (ММЗЛП), позволяющего реализовать системно-аналитическую концепцию исследования, включающую всю цепочку от математических моделей в форме ММЗЛП и методов их анализа, основанных на операционном подходе, до разработки автоматизированных программных продуктов и систем поддержки принятия решений. Кратко обсуждаются концептуальные положения о выборе количества и содержательного наполнения переменных и ограничений, количества критериев в ММЗЛП, описаны некоторые преимущества предлагаемого подхода, позволяющего использовать его в различных приложениях экономического анализа, включая бизнес-планирование деятельности участников экономической системы.

**Ключевые слова:** экономическая система, системный анализ, многошаговая задача линейного программирования, операционный метод, система поддержки принятия решений

**ABOUT AN EFFECTIVE TOOL OF ECONOMIC SYSTEMS ANALYSIS**

**Medvedev A.V.**

*Kemerovo branch of Moscow State University of Economics, Statistics and Informatics,  
Kemerovo, e-mail: alexm\_62@mail.ru*

This article describes the results of the use of effective tools for the analysis of economic systems based on the use of multicriteria, multi-step linear programming problem. The use of this tool allowed to implement a system-analytical concept study of economic systems, including the entire chain of mathematical models and operational methods of their analysis to the development of automated software and decision support systems focused on the end user – the entrepreneur, businessman, financial analyst. Briefly discusses the conceptual provisions of choosing the number and substantive content of variables and constraints, the number of criteria in the task, described some of the advantages of the proposed approach can be used both for the analysis of investment projects, and for business planning and analysis of financial and economic activities of the agents of economic system. It is provided the links to review papers outlining the results of the described tools.

**Keywords:** economic system, system analysis, multi-step problem of linear programming, operation method, decision support systems

Функционирование любой сложной системы, включая экономические (ЭС), целесообразно описывать с использованием системно-аналитического подхода, который предполагает не только наличие исследовательской концепции, содержательных и математических моделей, но и возможность проведения их эффективного численного анализа, позволяющих решать практически

значимые задачи и разрабатывать автоматизированные средства поддержки принятия решений при управлении ЭС.

Одним из эффективных инструментов изучения динамических систем, отвечающих указанным системно-аналитическим требованиям, является многокритериальная, многошаговая задача линейного программирования (управления) ММЗЛП:

$$x(t + 1) = A(t)x(t) + B(t)u(t); x(t) = a;$$

$$C(t)x(t) + D(t)u(t) \leq h(t); u(t) \geq 0 (t = 0, \dots, T-1);$$

$$\bar{J} = \{J^1, \dots, J^K\} \rightarrow \max,$$

где  $u(t) = [u_l(t)]$  и  $x(t) = [x_i(t)]$  – соответственно управляющий и фазовый векторы; матрицы  $A(t) = [a_{ij}(t)]$ ;  $B(t) = [b_{il}(t)]$ ;  $C(t) = [c_{kj}(t)]$ ;  $D(t) = [d_{kl}(t)]$ ; векторы  $a(t) = [a_i(t)]$ ;  $b(t) = [b_l(t)]$ ;  $s(t) = [s_i(t)]$ ;  $h(t) = [h_k(t)]$ ;  $(i, j = 1, \dots, n; l = 1, \dots, r;$

$k = 1, \dots, m; t = 0, \dots, T)$ ;  $J^v = \sum_{t=0}^{T-1} [a^v(t), x(t) + (b^v(t), u(t))] + a^v(T), x^v(T)$  –  $v$ -тый целевой

критерий ( $v = 1, \dots, K$ );  $K$  – количество критериев;  $r, m, T$  – размерность управляющего вектора, число ограничений и временных шагов соответственно;  $(\alpha_0, \beta_0)$  – скалярное произведение векторов  $\alpha_0, \beta_0$ .

Предположим, что задача (1) описывает развитие некоторой ЭС. При большом количестве шагов (горизонте планирования)  $T$  в ЭС справедлив закон временной

стоимости денежных потоков, который для (1) может быть смоделирован применением

операции дисконтирования коэффициентов целевых критериев:

$$\overline{a^v(t)} = \frac{a^v(t)}{(1+r)^t}, \quad (t=0, \dots, T); \quad \overline{b^v(t)} = \frac{b^v(t)}{(1+r)^t}, \quad (t=0, \dots, T-1; v=1, \dots, K).$$

При математическом моделировании стратегического развития ЭС возникает ряд принципиальных вопросов: 1) какие минимально необходимые группы содержательных переменных целесообразно включить в вектора  $u(t)$  и  $x(t)$  для отражения основных потребностей аналитиков при прогнозировании стратегического развития ЭС; 2) каков минимально необходимый набор содержательных ограничений, которым подвергается функционирование ЭС. Ответ на первый вопрос, очевидно, определяет размерности  $n$ ,  $r$  управляющего, фазового вектора и матриц в уравнениях динамики, а на второй – размерности матриц в ограничениях-неравенствах задачи (1). Кроме того, учитывая, что ЭС является сложной системой, ее изучение без учета интересов нескольких участников будет ограничивать практическую значимость результатов исследования. Последнее порождает еще один принципиальный вопрос о минимально целесообразном значении параметра  $K$  (количество критериев в ММЗЛП).

Будем исходить из, вообще говоря, аксиоматического положения о том, что функционирование ЭС невозможно без производителя (Р), порождающего «основу ее существования» путем производства заданного количества товаров и услуг. В своей деятельности (Р) мотивирован и ограничен

существенными интересами, как правило, еще двух участников ЭС – потребителя (С) и управляющего (налогового) органа (Т), что позволяет выдвинуть гипотезу о целесообразном для анализа ЭС значении  $K=1,2,3$ . Отметим, что данный вывод не исключает построения ЭС с большим значением  $K$ , с учетом функционирования, например, коммерческого (Сом), финансового (Ф) и других институциональных посредников. Вместе с тем, указанные посредники могут трактоваться и как составляющие (Р), производящие соответствующие услуги: (Сом) – по доставке произведенного (Р) товара для (С), а (Ф) – по аккумулярованию временно свободных финансовых ресурсов (Р), (С), (Сом) и (Т) с целью последующего предоставления их, например, в виде инвестиционных кредитов.

Предположим, что структурно неоднородный экономический агент (Р) представлен производственной фирмой, деятельность которой делится на три составляющие – инвестиционную, производственную и финансовую [1]. В соответствии с этим разделим переменные и ограничения ММЗЛП (1) на инвестиционные, производственные и финансовые. В таблице отражена информация о взаимодействии ограничений и переменных в математических моделях ЭС, многочисленные реализации которых описаны в работах [2, 3].

Матрица «ограничения-переменные» для математической модели ЭС

Ограничения	Переменные					
	Инвестиционные (И)		Производственные (П)		Финансовые (Ф)	
	Управляющие (УИ)	Фазовые (ФИ)	Управляющие (УП)	Фазовые (ФП)	Управляющие (УФ)	Фазовые (ФФ)
Инвестиционные (ОИ)						
Производственные (ОП)						
Финансовые (ОФ)						

Тонированные клетки в таблице указывают, какие переменные задействуются в соответствующих ограничениях

математических моделей. Переменные имеют следующий содержательный смысл. УИ – инвестиции в текущий момент вре-

мени на приобретение комплекта основных производственных фондов (ОПФ), ФИ – накопленные инвестиции в ОПФ; УП – стоимость в текущий момент времени реализуемой продукции, ФП – накопленные амортизационные отчисления, стоимость реализованной продукции; УФ и ФФ – стоимостное выражение (соответственно, в текущий момент и накопленных) потоков кредитов, депозитов, дотаций и других финансовых инструментов. Ограничения, описывающие функционирование ЭС, имеют следующий содержательный смысл. Уравнения: динамика фазовых переменных ФИ, ФП, ФФ. Неравенства: ОИ – по суммарному объему инвестиций, ОП – по фондоотдаче ОПФ и по спросу на продукцию, ОФ – по суммарному объему финансовых инструментов.

Следует отметить, что использование переменных таблицы позволяет строить критериальные функционалы качества в форме производственных функций, алгоритмически соответствующих бухгалтерским правилам учета доходов и затрат, что благосклонно воспринимается финансовыми аналитиками и отличает данный подход от часто используемого исследователями построения производственных функций на основе функций типа Кобба-Дугласа и других идеализированных функционалов каче-

ства. Использование указанных в таблице переменных позволяет:

- рассчитывать основные показатели финансово-хозяйственной деятельности фирмы: потоки прибыли, амортизации, оплаты труда, кредитов, штрафов, основные виды налогов и сборов и т.п.;

- описывать ограничения функционирования ЭС, связанные с производственными возможностями и финансовыми возможностями ЭС: платежеспособность (Р), (С), (Т) и других участников ЭС, ограниченность выпуска спросом на продукцию и возможностями ОПФ, кредитно-депозитные, страховые, дотационные и т.п. ограничения.

Отметим, что алгоритмы расчета показателей финансово-хозяйственной деятельности фирмы корректно описываются линейными функциями от указанных в таблице переменных, что, на наш взгляд, является важным аргументом в пользу использования задачи (1) для реализации системно-аналитической концепции изучения ЭС.

В работе [2], в частности, обоснована возможность математически корректного превращения задачи (1), путем применения к векторам  $x(t)$  и  $u(t)$  (доопределенным нулевыми компонентами на бесконечном горизонте планирования)  $z$ -оператора:

$$Z(x(t)) = \sum_{t=0}^{\infty} x(t)z^{-t} = X(z), \quad Z(u(t)) = \sum_{t=0}^{\infty} u(t)z^{-t} = U(z),$$

(здесь  $z = 1+r$ )

в статическую,  $z$ -параметрическую задачу линейного программирования, сохраняющую основные качественные свойства исходной (оптимальные пропорции инвестиций, выпуск продукции, структуру, параметрические зависимости Парето-множеств и т.п.). Помимо указанного преимущества, применение операционного метода позволяет значительно упростить процедуру доказательства существования решения исходной динамической задачи. Полученная статическая задача допускает эффективный численный анализ и может быть решена для практически значимых размерностей, определяемых в ЭС, прежде всего, количеством видов производимой продукции.

Описанный выше подход к моделированию ЭС, в части классификации переменных и ограничений, применения операционного метода и других элементов концепции, позволил построить и проанализировать многочисленные модели ЭС

в форме ММЗЛП (см. обзор [4]), а также добиться их эффективной численной реализации с выходом на поддержку принятия решений, опирающихся на программные системы [5].

Полученный опыт системного анализа ЭС позволил параллельно разработать подход, связанный с непосредственным конструированием и анализом многокритериальных одношаговых задач линейного программирования (МОЗЛП). При использовании данного подхода принципиально сохраняется классификация переменных и ограничений таблицы, но модифицируется их структура (устраняется деление переменных на фазовые и управляющие) и содержательная трактовка. А именно, инвестиционные переменные трактуются как суммарная стоимость ОПФ (суммарные инвестиции), а производственные переменные – как суммарная стоимость произведенной продукции на всем горизонте планирования. Основанный на

использовании МОЗЛП подход позволил построить и проанализировать (см. обзор [6]) математические модели ЭС в форме многопараметрических ЗЛП практически значимых размерностей. В работе [7] предложена модель регионального развития в форме МОЗЛП, наиболее полно реализующая классификацию переменных и ограничений таблицы. Численная реализация МОЗЛП на основе симплекс-метода дала возможность выйти на разработку полноценных систем поддержки принятия решений, позволивших решить различные задачи анализа реальных ЭС микро- и мезоуровня, инвестиционных проектов и финансово-хозяйственной деятельности предприятий, что подтверждается актами об апробации и использовании программных систем и другими приложениями разработанного системно-аналитического подхода, включающего всю цепочку от математических моделей и методов их анализа до автоматизированных программных продуктов [5] и систем поддержки принятия решений [8], ориентированных на конечного пользователя – предпринимателя, бизнесмена, финансового аналитика.

#### Список литературы

1. Моделирование производственно-инвестиционной деятельности фирмы / Под ред. Г.В. Виноградова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 319 с.
2. Медведев А.В. Применение z-преобразования к исследованию многокритериальных линейных моделей регионального экономического развития. Монография / А.В. Медведев. – Красноярск: Изд-во СибГАУ имени академика М.Ф. Решетнева. – 2008. – 228 с.
3. Победаш П.Н. Модели оптимального управления и операционного исчисления для многокритериального анализа экономических систем: монография / П.Н. Победаш, Е.С. Семенкин. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012. – 260 с.
4. Медведев А.В. Концепция оптимизационно-имитационного моделирования регионального социально-экономического развития / А.В. Медведев // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – № 7. – С. 21–25.
5. Программа для решения многошаговой задачи линейного программирования методом последовательных приближений («Линейная динамика») / Программа для ЭВМ. Свидетельство о регистрации в Роспатенте №2004611491 от 17.06.2004. Правообладатели: А.В. Медведев, П.Н. Победаш. 2. Конструктор и решатель дискретных задач оптимального управления («Карма») / Программа для ЭВМ. Свидетельство о регистрации в Роспатенте №2008614387 от 11.09.2008. Правообладатели: А.В. Медведев, П.Н. Победаш, А.В. Смольянинов, М.А. Горбунов.
6. Медведев А.В. Концепция оптимизационно-имитационного бизнес-планирования / А.В. Медведев // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – №1. – Ч.2. – С.198-201.
7. Медведев А.В. Анализ экономики региона на основе многокритериальной математической модели / А.В. Медведев, А.В. Смольянинов, Л.С. Аврова, Е.Г. Колесникова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. URL: <http://www.science-education.ru/113-11290> (дата обращения: 01.11.2014).
8. Медведев А.В. Система поддержки принятия решений при управлении региональным экономическим развитием на основе решения линейной задачи математического программирования / А.В. Медведев, П.Н. Победаш, А.В. Смольянинов // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – № 12. – С. 110–115.