

1.3.2. Формулы полной вероятности и Байеса

1.3.3. Схема Бернулли и формула Бернулли

1.3.4. Асимптотические приближения формулы Бернулли.

В разделе 1.3 разобраны задачи, в которых математическая модель опыта со случайным исходом считается построенной и известны вероятности «простых» событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$  при этом требуется вычислить вероятность «сложного» события  $A$ , выраженного в алгебре событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Перечисленные разделы 1.1, 1.2, 1.3 образуют первую главу «Случайные события».

Вторая глава посвящена случайным величинам. Заложенный в первой главе понятийный аппарат позволяет дать определение случайной величины как числовой функции на пространстве элементарных событий. Автор считает, что даже для студентов-немастиков называть определением предложения вроде «величина называется случайной, если в результате испытания она принимает то или иное значение» нельзя. Затем вводятся определения функциональных и числовых характеристик параллельно как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин и рассматриваются их свойства. Довольно традиционно вторая глава разделена на части:

2.1. Одномерные случайные величины

2.2. Основные законы распределения

2.3. Последовательности случайных величин

2.4. Двумерные случайные величины .

В разделе 2.3. идет речь о законе больших чисел, применяемом в математической статистике. Здесь разбираются примеры как на сходимость по вероятности, так и на сходимость по функции распределения. Примеры помогают разобраться не только в теоремах, но и в возможностях их применения.

Целью пособия было построить математически достаточно четкую конструкцию определений и теорем, подкрепленную подробным разбором примеров. При этом, учитывая рамки курса, необходимо было не перегружать изложение математическими выкладками. Большое количество примеров призвано помочь студентам разобраться с классификацией и методами решения задач. Пособие снабжено большим количеством схем, рисунков и таблиц.

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ  
ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЧВ:  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
(монография)**

Золотаревская Д.И.

*Российский государственный аграрный  
университет – МСХА им. К.А. Тимирязева, Москва,  
e-mail: zolot@gagarinclub.ru*

В книге представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований закономерностей деформирования уплотняю-

щихся связных почв и математического моделирования зависимостей между напряжениями и деформациями в почвах. Даны полученные в ряде работ уравнения, описывающие названные зависимости без учета фактора времени, а также с учетом этого фактора. Показаны взаимосвязи между различными типами и видами математических моделей закономерностей деформирования почв. Приведенные в книге математические модели закономерностей деформирования почв применяются в качестве определяющих уравнений для почв в работах, посвященных созданию методов расчета показателей уплотнения почв при работе тракторов и других мобильных машин. Представлены результаты полевых испытаний и компьютерных экспериментов, выявивших влияние основных факторов на характеристики реологических свойств почв и показатели уплотнения почв мобильными машинами.

Книга включает в себя оглавление, введение, четыре главы, заключение, список литературы.

Во **введении** отмечено, что проблема сохранения и повышения плодородия почв является в настоящее время одной из наиболее актуальных в экологии. Для решения этой проблемы необходим комплекс мер, основанный на анализе влияния внешних воздействий, в том числе нагрузки и последующей разгрузки почвы, на изменение ее свойств.

При влажностях почвы, меньших ее полной влагоемкости, и при сжимающих напряжениях, меньших предела ее прочности, почва под действием нагрузки уплотняется и упрочняется. Книга посвящена описанию и обобщению результатов работ по выявлению закономерностей деформирования почв, имеющих такую влажность и при таких напряжениях.

В решении практических задач по разработке комплекса мер, направленных на сохранение и повышение плодородия почв, важную роль должны сыграть разработка и широкое применение уточненных методов расчета показателей, характеризующих изменение свойств почв под действием динамических и статических нагрузок. Точность методов расчета показателей воздействия мобильных машин и других внешних нагрузок на почву определяется в первую очередь выбором математических моделей закономерностей деформирования почв.

Выполнено большое число экспериментальных и теоретических исследований с целью выявления связей между сжимающими напряжениями  $\sigma$  и относительными деформациями сжатия  $\epsilon$  в почвах и выбора уравнений для моделирования этих связей (определяющих уравнений). Данная работа представляет собой описание и обобщение результатов ряда исследований, проведенных с целью выбора уравнений, моделирующих закономерности деформирования уплотняющихся почв в различных условиях их нагружения.

Первая глава «**Физико-механические свойства почв**» содержит сведения о почвах, различных по гранулометрическому составу и по содержанию в них гумуса. Приведены экспериментальные данные, характеризующие связи между напряжениями и деформациями в почвах, полученные в испытаниях без учета фактора времени  $t$  и в испытаниях с учетом этого фактора.

Вторая глава «**Математическое моделирование закономерностей деформирования почв без учета фактора времени**» посвящена выбору на основании обработки экспериментальных данных, полученных в испытаниях, фиксировавших при нагружении почв только их стабилизированные деформации, и теоретическому обоснованию соответствующих определяющих уравнений для почв. В этой главе приведен вывод полученного автором книги уравнения, моделирующего зависимость между сжимающими напряжениями и осадкой почвы под штампом в общем случае, то есть кривых зависимостей  $\sigma = \sigma(\epsilon)$ , имеющих вогнутый и выпуклый участки.

В третьей главе «**Математическое моделирование закономерностей деформирования почв во времени**» рассматривается выбор на основании обработки экспериментальных данных, в которых выявляли связи  $\sigma \sim \epsilon \sim t$ , и теоретическому обоснованию определяющих уравнений для почв на основе теории вязкоупругости. Математическим аппаратом теории вязкоупругости являются интегральные и дифференциальные уравнения. Наиболее общей теорией, позволяющей моделировать закономерности деформирования вязкоупругих сред, является наследственная теория Больцмана-Вольтерра. На основе нелинейной наследственной теории вязкоупругости Больцмана-Вольтерра автором книги найдены определяющие уравнения и их параметры для некоторых почв. В третьей главе приведены экспериментальные кривые ползучести и кривые релаксации напряжений исследованных почв, а также теоретические кривые, полученные с использованием линейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода с нелинейным свободным членом и с ядром Колтунова. Показано, что найденные теоретические кривые описывают экспериментальные зависимости  $\sigma \sim \epsilon \sim t$  с большой точностью.

Автором книги предложено моделировать закономерность сжатия почв дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами, приближенно заменяющим принятое интегральное уравнение при достаточно малых  $t$  и  $\epsilon$ , предложены методы определения параметров этого дифференциального уравнения. В главе 3 описан ряд полевых испытаний, состоявших в многократных проходах колесных тракторов по одному и тому же следу разрыхленных

перед опытами почв, в которых фиксировали связи  $\sigma \sim \epsilon \sim t$  в почвах и измеряли показатели физического состояния почв. В результате испытаний подтверждено, что принятое в качестве определяющего дифференциальное уравнение адекватно моделирует вязкоупругие свойства исследованных почв в рассмотренных интервалах значений их влажности и плотности.

В четвертой главе «**Взаимосвязь различных математических моделей деформирования почв**» на основе применения в качестве определяющего линейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода с нелинейным свободным членом и с ядром Колтунова выявлена взаимосвязь двух различных типов математических моделей деформирования почв: без учета фактора времени и с его учетом, а также взаимосвязь математических моделей теории вязкоупругости – интегральных и дифференциальных уравнений.

Книга предназначена для аспирантов и других научных работников, занимающихся исследованиями реологических свойств почв, уплотняющего воздействия мобильных машин на почвы, созданием методов расчета показателей напряженно-деформированного состояния и уплотнения почв в результате воздействия мобильных машин, разработкой рекомендаций по снижению уплотняющего воздействия мобильных машин на почву с целью сохранения и повышения плодородия почв. Книга может быть полезна преподавателям вузов.

Монография «Закономерности деформирования почв: Математическое моделирование» успешно продается в центральных книжных магазинах Москвы, Санкт-Петербурга, Екатеринбурга, Самары и других городов России. В Москве книга продается в сети книжных магазинов «Московский Дом Книги», в книжных магазинах Торгового Дома «Библио-Глобус», во многих книжных интернет-магазинах (Библио-Глобус, Озон, Библион, Зона ИКС, SetBook, My-Shop Sprinter и других). Книга продается в Белоруссии, на Украине, в Казахстане и в других странах СНГ. Через книжные интернет-магазины (Biblio-Globus USA, Спутник, SetBook, Книжник и другие) она продается в США, Канаде, в Германии, Испании и в других странах Европы.

Эту книгу приобрел ряд библиотек России. Она есть в ГПНТБ, в библиотеках некоторых институтов Российской академии наук (в Центральной научной библиотеке Дальневосточного отделения РАН, в Центральной научной библиотеке Иркутского научного центра СО РАН и других), в Областной научной библиотеке им. Н.К. Крупской (Московская область), в Алтайской краевой универсальной научной библиотеке им. В.Я. Шишкова, в Пермской государственной сельскохозяйственной библиотеке и в других.