УДК 532.546:536.421

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКАЧКИ ГАЗА В ПОРИСТУЮ СРЕДУ КОНЕЧНОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

Хасанов М.К.

Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Стерлитамак, e-mail: hasanovmk@mail.ru

Рассматриваются некоторые особенности процессов образования газовых гидратов в пористых средах конечной протяженности при инжекции в них холодного газа. Построена математическая модель для прямолинейно-параллельного случая. Методом ловли фронта в узел сетки получено численное решение задачи. Проанализировано влияние температуры закачиваемого газа на особенности протекания процесса. Установлено, что если при продувке газом пористой среды конечной протяженности температура нагнетаемого газа становится больше, чем равновесная температура гидратообразования, то образование гидрата прекращается, т.е. образуется «висячий» скачок гидратообразования.

Ключевые слова: фильтрация, гидратообразование, метод ловли фронта в узлы сетки

NUMERICAL SIMULATION OF GAS INJECTION IN A POROUS MEDIUM OF FINITE EXTENSION

Khasanov M.K.

Sterlitamak branch of Bashkir State University, Sterlitamak, e-mail: hasanovmk@mail.ru

Some features of the formation of gas hydrates in porous media of finite length in the injection of cold gas in them. A mathematical model for parallel rectilinear case. Method of catching the front in the grid node the numerical solution of the problem. The effects of temperature on the characteristics of the injected gas flow process. It has been established that if the purge gas porous medium of finite extent the discharge gas temperature becomes higher than the equilibrium temperature of hydrate formation, hydrate formation is terminated, i.e. formed «hanging» jump hydrate.

Keywords: filtration, hydrate, method of fishing in front of the grid nodes

Задачи, связанные с образованием газогидратов, в настоящее время представляют значительный научный и практический интерес, что обусловлено перспективой использования газовых гидратов в различных технологиях [1, 4].

В данной работе рассматривается образование газогидрата в насыщенном газом и водой пористом пласте конечной протяженности при закачке холодного (с температурой меньшей исходной температуры пласта) газа. В работах [2, 3, 5-9] данная задача решалась в автомодельной постановке. Такая постановка применительно к задаче об образовании газовых гидратов в пористых пластах конечной протяженности соответствует начальному этапу процесса, когда влияние границ пласта несущественно.

Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим горизонтальный пористый пласт ($x \ge 0$) длины L, насыщенный в начальный момент времени газом (метаном) и водой. Давление p_0 и температура T_0 пласта соответствуют условиям существования их в свободном состоянии, т.е. $p_0 < p_{s0}$, где $p_{s0} = p_s(T_0)$ – равновесное давление гидратообразования, соответствующее исходной температуре T_0 . Пусть в момент времени t = 0 через левую границу пористого пласта (x = 0) начинается закачка газа (одно-именного исходному) под давлением p_s

и температурой T_e . Причем величины p_e и T_e соответствуют условиям стабильного существования гидрата ($p_e > p_s(T_e)$). Требуется определить изменение во времени полей давления, температуры и гидратонасыщенности в пласте при t > 0.

При нагнетании газа в пористой среде возможно образование трех областей: ближней, примыкающей к границе нагнетания, в которой поры заполнены газом и гидратом; промежуточной, где газ, гидрат вода находятся в состоянии термодинамического равновесия и происходит процесс образования гидрата, и дальней, которая заполнена газом и водой. Промежуточную область будем называть гидратной волной. Соответственно могут возникнуть две фронтальные границы: между ближней и промежуточной областями (ближняя граница), где оставшаяся вода в объемной области полностью перешла на этой границе в состав гидрата, и между дальней и промежуточной областями (дальняя), на которой начинается процесс гидратообразования. Такое положение соответствует начальному этапу процесса образования газогидрата, когда влияние правой границы (x = L) не существенно. Однако в ходе дальнейшей эволюции, объемная область может вырождаться во фронтальную поверхность, на которой полностью происходит образование газогидрата из находящейся в пористой среде воды перед фронтом.

Для описания процессов тепло- и массопереноса при нагнетании в пласт газа, сопровождающееся образованием газовых

 $m, \rho_{sk}, \rho_l, \rho_h = const, \quad \upsilon_{sk} = \upsilon_l = \upsilon_h = 0,$

Здесь и далее индексы *sk*, *l*, *g*, *h* относятся к параметрам скелета пористой среды, воды, газа и гидрата соответственно; *m* – пористость, ρ_j и υ_j (*j* = *sk*, *l*, *h*) соответственно истинная плотность и скорость *j*-й фазы, *p* – давление, *T* – температура, *R*_g – газовая постоянная,. Будем полагать, что процесс однотемпературный, т.е. температура пористой среды и насыщающего ее вещества (газа, воды и гидрата) в каждой точке совпадают. Гидрат является двухкомпонентной системой с массовой концентрацией газа *G*.

С учетом сделанных допущений уравнения сохранения масс газа и воды в плоскоодномерном случае можно записать в виде [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(m S_g \rho_g \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(m S_g \upsilon_g \rho_g \right) = -m G \rho_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, (1)$$

гидратов, примем следующие допущения: пористость постоянна, скелет пористой среды, вода, газогидрат несжимаемы и неподвижны, газ калорически совершенный:

р Л

$$\begin{aligned}
\upsilon_{sk} &= \upsilon_l = \upsilon_h = 0, \quad p = \rho_g R_g I \\
\overset{\text{T-}}{=} & \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_l S_l) = -m (1 - G) \rho_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \quad (2)
\end{aligned}$$

$$S_g + S_h + S_l = 1$$
, (3)

где S_j (j = g, h, l) –насыщенности пор j-й фазой, v_a – скорость газовой фазы.

Фйльтрация газа описывается законом Дарси:

$$mS_g \upsilon_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x}.$$
 (4)

Уравнение притока тепла, пренебрегая баротермическим эффектом, можно записать в виде:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + c_g \rho_g m S_g \upsilon_g \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t} .$$
(5)

Здесь

$$\rho c = (1-m) \rho_{sk} c_{sk} + m \sum_{j=g,l,h} S_j \rho_j c_j$$

и $\lambda = (1-m) \lambda_{sk} + m \sum_{j=g,l,h} S_j \lambda_j$ –

удельная объемная теплоемкость и теплопроводность системы, c_j и λ_j – удельная теплоемкость и теплопроводность *j*-й фазы, L_h – удельная теплота разложения газогидрата.

Так как основной вклад в величины ρc и λ вносят параметры скелета пористой среды, то будем полагать их постоянными и равными:

$$\rho c = (1-m)\rho_{sk}c_{sk}, \ \lambda = (1-m)\lambda_{sk}.$$

Зависимость коэффициента проницаемости для газа от газонасыщенности, зададим на основе формулы Козени [8]:

$$k_g = k_* \frac{(mS_g)^3}{(1 - mS_g)^2} \approx k_0 S_g^3 \ \left(k_0 = k_* m^3\right), \ (6)$$

где k_0 – абсолютная проницаемость пласта.

Температура и давление в области существования гидрата связаны условием фазового равновесия [4]:

$$T = T_0 + T_* \ln(p/p_{so}),$$
 (7)

где T_0 – исходная температура системы, p_{s0} – равновесное давление, соответствующее исходной температуре, T_* – эмпирический параметр, зависящий от вида газогидрата.

При образовании газогидрата в пористом пласте возникают зоны, в которых газ, гидрат и вода могут находиться в различных состояниях. Поэтому на границах между этими зонами, являющихся передним и задним фронтом гидратной волны, для потока массы и тепла, должны выполняться следующие законы сохранения:

$$\begin{bmatrix} m \left(S_h \rho_h \left(1 - G \right) + S_l \rho_l \right) \dot{x}_{(i)} \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} m \left(\rho_g S_g \left(\upsilon_g - \dot{x}_{(i)} \right) - \rho_h S_h G \dot{x}_{(i)} \right) \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} = m \rho_h L_h S_h \dot{x}_{(i)}.$$

Здесь [f] – скачок величины f на границе $x_{(i)}$ между областями, $\dot{x}_{(i)}$ – скорость движения границы фазового перехода; индексы i = n и d соответствуют ближней и дальней границам. Температуру и давление на них будем полагать непрерывными.

INTERNATIONAL JOURNAL OF APPLIED AND FUNDAMENTAL RESEARCH №9, 2014 Из уравнения неразрывности для воды (3) имеем:

$$\rho_l \left(S_l - S_{l0} \right) + \left(1 - G \right) \rho_h S_h = 0, \quad (9)$$

где S_{l_0} – начальная водонасыщенность пористой среды. Тогда, учитывая соотношение (3), получаем:

$$S_l = S_{l0} - \frac{\rho_h (1-G)}{\rho_l} S_h,$$

Начальные условия примем в виде:

$$T = T_0, \ p = p_0, \ S_l = S_{l0}, \ S_h = 0, \ S_g = 1 - S_{l0} \ (t = 0, \ 0 \le x \le L)$$

Решение с фронтальной границей фазовых переходов. Предположим при нагнетании газа в пористом пласте возникают две области. В первой ($0 \le x < x_{(n)}$), находящейся вблизи границы пласта, вода полностью перешла в гидратное состояние, поэтому в порах присутствует только газ и газогидрат. Во второй, дальней области ($x_{(n)} < x \le L$), поры заполнены газом и водой. Таким образом, согласно принятой модели образование гидрата происходит только на фронтальной поверхности ($x = x_{(n)}$), а промежуточная область отсутствует.

Используя соотношения (1)–(7), можно получить следующие уравнения пьезои теплопроводности, описывающие распределения давления и температуры в обеих областях:

 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{T} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\chi^{(p)}}{T} \frac{\partial p}{\partial x} \right),$

$$S_g = 1 - S_{l0} - \left(1 - \frac{\rho_h (1 - G)}{\rho_l} S_h\right)^{-1}$$

На правой границе пласта (x = L) поставим условия, моделирующие отсутствие кондуктивного потока тепла и постоянное, равное p_{0} , давление:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad p = p_0 \quad (t > 0, \ x = L).$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi^{(T)} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\rho_g k_g c_g}{\mu_g \rho c} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (11)$$

где $\chi^{(T)} = \lambda / \rho c$ и $\chi^{(P)} = k_g p / m S_g \mu_g$ – коэффициенты температуропроводности и пьезопроводности.

На поверхности, разделяющей ближнюю и дальнюю области, происходит скачок гидратонасыщенности от $S_{h(n)}^{-} = S_{he}$ до $S_{h(n)}^{+} = 0$, а гидратонасыщенность первой области определяется из условия (9):

$$S_{he} = \frac{\rho_l S_{l0}}{\rho_h (1 - G)}$$
(12)

Давление и температура на границе между областями связаны условием фазового равновесия (7).

Из (8) с учетом соотношения (4) запишем систему уравнений для нахождения основных параметров пласта на границе фазового перехода $x = x_{(n)}$:

$$-\frac{k_{g(n)}^{-}}{\mu_{g}}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{(n)}^{-}+\frac{k_{g(n)}^{+}}{\mu_{g}}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{(n)}^{+}=m\dot{x}_{(n)}\left(S_{g(n)}^{-}-S_{g(n)}^{+}+\rho_{h}GS_{h(n)}^{-}/\rho_{g(n)}\right),$$
(13)

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{(n)}^{-} - \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{(n)}^{+} = m \rho_h L_h S_{h(n)}^{-} \dot{x}_{(n)},$$

$$k_{g(n)}^{-} = k_0 (S_{g(n)}^{-})^3 = k_0 (1 - S_{he})^3, \ k_{g(n)}^{+} = k_0 (S_{g(n)}^{+})^3 = k_0 (1 - S_{l0})^3$$

Верхними индексами «минус» и «плюс» снабжены терпящие разрыв параметры перед и за границей.

Для решения задачи (11) с граничными условиями (13) введем равномерную сетку с шагом *h*. Так как решение ищется в областях с неизвестной границей фазовых переходов ($x = x_{(n)}$), то использовался метод ловли фронта в узел сетки, причем из уравнений (11) находятся распределения давле-

ния и температуры в обеих областях, а давление, температура на границе, а также шаг временного слоя находятся из (13).

Результаты численных расчетов. На рис. 1 представлена зависимость координаты границы фазового перехода от времени при нагнетании газа под давлением $p_e = 5 \text{ M}\Pi a$ и температурой $T_e = 278 \text{ K в}$ пласт длины L = 1 м. Исходные параметры системы полагались равными $p_0 = 4 \text{ M}\Pi a$,

 $T_0 = 280$ К, $S_{10} = 0.2$; абсолютная проницаемость и пористость пласта – $k_0 = 10^{-14}$ м², m = 0.1. Для остальных параметров, характеризующих систему, приняты следующие значения: G = 0.12, $T_* = 10$ К, $p_{s0} = 5.5$ МПа, приведенная газовая постоянная

плотности

$$ρsk = 2 \cdot 103 \text{ Kr/ } \text{M}^3, ρh = 900 \text{ Kr/ } \text{M}^3$$

 $ρt = 1000 \text{ Kr/ } \text{M}^3.$

$$p_l = 1000 \text{ km}/$$

удельные теплоемкости

$$c_{sk} = 1000 \ \text{Дж/(K·кг)}, c_h = 2500 \ \text{Дж/(K·кг)}, c_l = 4200 \ \text{Дж/(K·кг)}, c_g = 1560 \ \text{Дж/(K·кг)}, \rho c = 2,5 \cdot 10^6 \ \text{Дж} / (\text{K·кг}), \rho c = 2,5 \cdot 10^6 \ \text{Дж} / (\text{K·кг}),$$

коэффициенты теплопроводности

$$\lambda_{sk} = 2 \operatorname{BT}/(M \cdot K), \lambda_{h} = 2,11 \operatorname{BT}/(M \cdot K),$$
$$\lambda_{l} = 0,58 \operatorname{BT}/(M \cdot K),$$

вязкость газовой фазы $\mu_g = 10^{-5} \text{ кг/(м} \cdot c)$, удельная теплота гидратообразования $L_h = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. При данных параметрах нагнетаемого газа образование гидрата в режиме продувки происходит на фронтальной границе. Из рисунка следует, что поверхность фазового перехода движется только до некоторого положения $x_{(n)}^*$, затем ее движение прекращается (происходит остановка). При этом в пласте область $x > x_{(n)}^*$ содержит лишь газ и воду, а область $x < x_{(n)}^*$ – только газ и гидрат.



Рис. 1. Зависимость координаты границы фазового перехода от времени при продувке пласта газом: $p_e=5~M\Pi a,~T_e=278~K$

Для объяснения такого поведения движения границы $x = x_{(n)}$ рассмотрим представленные на рис. 2 фазовую диаграмму и распределение давления в пласте. На рис. 2 а пунктирная кривая определяет условие фазового равновесия между газом, водой и газогидратом. Точкой «0» изображено состояние, соответствующее начальному состоянию пористой среды, точкой «*e*» – условие на ее левой границе (x = 0). Как видно из рисунка в момент времени t = 887 ч температура во всем пласта становится равной

температуре нагнетаемого газа. При этом профили давления и однозначно связанной с ним равновесной температуры, как следует из рис. 2 б, имеют вид прямой убывающей вглубь пласта. Поэтому, существует такая точка $x = x_{(n)}^*$, в которой равновесная температура совпадает с температурой пласта. При этом в области $x > x_{(n)}^*$ параметры системы будут соответствовать условию стабильного существования газа и воды, а в области $x < x_{(n)}^*$ – газа и гидрата.



Рис. 2. а – фазовая диаграмма процесса образования гидрата при продувке пласта газом; б – распределение давления в пласте в момент времени t = 887 ч. Пунктирная линия – равновесная температура пласта. Числа на кривых – время в часах

Таким образом, из рассмотренной фазовой диаграммы следует, что для гидратации пористой среды без остановки границы фазового перехода необходимо, чтобы температура нагнетаемого газа Т_е удовлетворяла условию:

$$T_e < T_0 + T_* \ln\left(\frac{p_0}{p_{s0}}\right) \ (t > 0, \ x = 0) \ .$$

Выводы. Методом ловли фронта в узел сетки получено численное решение задачи об образовании газогидрата в пористой среде конечной протяженности при инжекции холодного газа. Показано, что если температура нагнетаемого газа больше, чем равновесная температура гидратообразования, то образование гидрата в некоторой точке пласта прекращается, т.е. образуется «висячий» скачок гидратообразования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта 14-01-31089 мол а.

Список литературы

 Бык С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. М.:Химия, 1980. 296 с.
 Доровская М.С., Хасанов М.К. Математическая мо-

2. Доровская М.С., Хасанов М.К. Математическая модель фильтрации газа с учетом гидротообразования // Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 4. №4. С. 3-4.

3. Хасанов М.К., Доровская М.С. Особенности течений в пористых средах, сопровождающихся образованием газогидрата // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 3; URL:http://www.science-education.ru/117-13519 (дата обращения: 11.06.2014).

4. Истомин В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. М.:Недра, 1992. 236с.

5. Хасанов М.К. Инжекция газа в пористую среду, сопровождающаяся образованием газогидрата// Вестник Самарского государственного университета. 2008. № 62. С. 290-297.

6. Хасанов М.К. Гималтдинов И. К., Столповский М. В. Особенности образования газогидратов при нагнетании холодного газа в пористую среду, насыщенную газом и водой // Теоретические основы химической технологии. 2010. Т. 44, № 4. С. 442–449

7. Хасанов М.К., Столповский М.В., Кильдибаева С.Р. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде при инжекции газа // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18. №4. С. 969-972.

 Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г., Хасанов М.К. Нагнетание газа в пористый резервуар, насыщенный газом и водой // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 4. С. 645-656.

9. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инжекции холодного газа // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т.49, №3. С.462-472.