УДК 624.131+539.215

УПЛОТНЕНИЕ НАСЛЕДСТВЕННО-СТАРЕЮЩИХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ

[1]Дасибеков А., [2]Юнусов А.А., [3]Юнусов А.А., [1]Актаева У.Ж.

[1]Южно-казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, Шымкент, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]Международный гуманитарно-Технический Университет, Шымкент;

[3]Казахская Академия Труда и Социальных отношений, Алматы

В данной работе получены уравнения консолидации наследственно-стареющих неоднородных земляных масс. Решается задача в одномерной постановке, когда уплотняемая однородная земляная среда обладает свойством ползучести и старения. Это свойство грунта подчиняется линейной теории упругоползучего тела Маслова-Арутюняна. Причем грунт сам по себе однороден. Расчетной схемой исследуемой задачи является уплотнение слоя однородного трехфазного грунта мощностью h, залегающего под песчаной подушкой. Здесь также исследовано уплотнение грунтового массива в виде параллелепипеда с водоупором на глубине h и с водонепроницаемыми стенками на $2\ell_1$ и $2\ell_2$, находящегося под действием равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью q, приложенной на части поверхности этого параллелепипеда со сторонами 2a и 2b. Грунт при этом обладает свойствами ползучести и старения. Старение грунта изменяется в виде функции, зависящей от времени. Кроме того, учитываются структурная прочность сжатию грунта и влияние устройства песчаной подушки на процесс уплотнения грунтового массива в виде параллелепипеда. Решения исследованных задач представлены в виде комбинации функции Куммера. Определены расчетные формулы для вычисления порового давления, напряжение в скелете грунта и осадки уплотняемого водонасыщенного глинистого грунта.

Ключевые слова: оценка, уравнение в интегральной форме, процесс, уплотнение, грунт, прямоугольник, давление, основание, фундамент, граничные условия

THE HEREDITARY SEAL-AGING MULTI-COMPONENT GROUND BASES

[1]Dasibekov A., [2]Yunusov A.A., [3]Yunusova A.A., [1]Aktaeva Y.G.

[1]M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]International gumj-technical universiny, Shymkent;

[3]Kazakh Academy of Labour and Social Affairs, Almaty

In this work the equations of consolidation hereditary heterogeneous aging of the earth. Solves the problem in one-dimensional statement, when compacted homogeneous earthen environment has the property of creep and aging. This property of the soil obeys the linear theory provodolzhala body Maslov-Arutyunyan. Moreover, the soil itself is homogeneous. Design scheme of the investigated problem is a seal layer of a homogeneous three-phase ground power h, buried under sand cushion. Here, we also studied the compaction of the soil mass in the form of a parallelepiped with an impermeable layer at depth h and with waterproof walls on $2l_1$ and $2l_2$, under the action of uniformly distributed load with intensity q is applied on part of the surface of the parallelepiped with sides 2a and 2b. The soil thus has properties of creep and aging. The aging of the soil varies as a function depending on time. In addition there are structural compression strength of the soil and the effect of the device of sandy on the process of compaction of a soil mass in the form of a parallelepiped.Solutions of the investigated task is represented as a combination of Kummer functions. Define calculation formulas for calculating the pore pressure, the stress in the soil skeleton and precipitation sealing of water-saturated clay soil.

Keywords: estimation, equation in the integral form, process, compaction, soil, rectangle, pressure, basis, Foundation, boundary conditions

Если неоднородная грунтовая среда в общем случае обладает свойством линейной ползучести, то зависимость между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений имеет вид

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(t)+$$

$$+\frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{t}\theta(x,y,z,\tau)\frac{\partial\delta(x,y,z,t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \quad (1)$$

где

$$\delta(t,\tau)=a_0+\phi(\tau)\cdot a_1[1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}]; \quad (2)$$

$\varepsilon(t)$, $\theta(t)$ – эти функции также изменяются по координатам x, y, z; $\varphi(t)$ – функция старения; a_1, γ_1 – параметры ползучести; τ_1 – момент приложения внешней нагрузки; x – коэффициент бокового давления; a_0 – коэффициент сжимаемости грунта, который в общем виде может зависеть от глубины исследуемой точки и времени; п – размерность рассматриваемой задачи.

Зависимость (1) при $n = 1$ и (2) для одномерной задачи теории уплотнения однородных грунтов впервые была применена В.А. Флориным [6]. Он теорию упругоползучего тела Г.Н. Маслова-Н.Х. Арутюняна [2] смог применить к описанию процесса уплотнения глинистых грунтов, обладающих свойством ползучести. Экспериментальные исследования С.Р. Месчяна [5] доказали применимость этой теории к водонасыщенным глинистым грунтам.

Функция старения φ(t), в (2), обычно представляется в виде [6, 2].

$$\phi(\tau) = C_0 + \frac{A_1}{\tau}. \quad (3)$$

Здесь C_0, A_1 – опытные данные, t – время приложения нагрузки. Заметим, что кроме выражения (3) встречаются и другие меры ползучести, предложенные другими исследователями при изучении процесса, происходящего в бетоне. Эти зависимости, т.е. (1)–(3) будут описывать состояние скелета слабых глинистых грунтов, находящихся под давлением тех или иных внешних нагрузок. Для неоднородного упругого грунта зависимость (1) имеет вид

$$\varepsilon(x,y,z,t) = \varepsilon(\tau_1) - \frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(t). \quad (4)$$

Выражение (4) для одномерной задачи теории консолидации однородного изотропного грунта имеет вид [7]

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = a_0\sigma, \quad (5)$$

где величины ε_0, a_0 находятся путем эксперимента или вычислением; a_0 – коэффициент сжимаемости; ε_0 и e – коэффициенты пористости для начального и конечного моментов времени.

Основные разрешающие уравнения механики уплотняемых неоднородных упругоползучих грунтов определим следующим образом. Для этого возьмем уравнение уплотнения для пространственной задачи механики уплотняемых неоднородных грунтов без учета его ползучести, обладающих различными свойствами в вертикальном и горизонтальном направлениях:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = \frac{1+\varepsilon_{cp}}{\gamma_в}\cdot\left(k_x\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right). \quad (6)$$

Если в место ε(*t*) примем (1), то уравнение (6) приводится к виду

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + [a_0'(x,y,z,t) + \gamma_1 a_0(x,y,z,t) + $$
$$+ a_1\gamma_1\phi(t)]\cdot\frac{\partial\theta}{\partial t} = C_{n\nu}\left(\gamma_1 + \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2\theta. \quad (7)$$

Начальные условия для уравнения (7) будут

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial t}\right|_{t=\tau_1=0} = C_{n\nu}(z,0)\,\nabla^2\theta(t)\Big|_{t=\tau_1=0}, \quad (8)$$

$$\theta(t)\big|_{t=\tau_1=0} = 0. \quad (9)$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\overline{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial\overline{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial\overline{z}^2},$$

$$C_{1V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{cp})[1+(n-1)\xi]}{\gamma_в a_0(x,y,z,t)}; \quad (10)$$

$$\overline{x} = x\sqrt{\frac{k}{k_x}};\ \overline{y} = y\sqrt{\frac{k}{k_y}};\ \overline{z} = z\sqrt{\frac{k}{k_z}}. \quad (11)$$

Следовательно, для нахождения искомой функции θ(*t*), кроме граничных условий, должны быть заданы еще два начальных условий. Одно из них определяется из (8), другое из (9).

Если состояние скелета глинистых грунтов подчиняется закону (5), то уплотняющая среда является упругой и уравнение (7) приводится к виду

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = C_{n\nu}\cdot\nabla^2\theta(t). \quad (12)$$

Начальное условие уравнения (12) имеет вид

$$\theta(t)\big|_{t=\tau_1=0} = 0. \quad (13)$$

Следует заметить, что все основные уравнения механики уплотняемых водонасыщенных глинистых грунтов приведены относительно суммы главных напряжений θ(*t*). Можно эти уравнения представить относительно порового давления *p*(*t*). Для этого используем условие равновесия вида [6]

$$\theta(t) = n\left[\left(\frac{\theta^*}{n} + p^*\right) - p(t)\right]. \quad (14)$$

Тогда

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + [a_0'(x,y,z,t) + \gamma_1 a_0(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t} = C_{n\nu}\left(\gamma_1 + \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p. \quad (15)$$

Начальными условиями для (15) будут

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=\tau_1} + \frac{a_1}{a_0(z,t)}\gamma_1\phi(\tau_1)p(\tau_1) = C_{n\nu}\nabla^2 p(\tau_1) + a_1\gamma_1\phi(\tau_1)\left(\frac{\theta^*}{n} + p^*\right), \quad (16)$$

$$p_0(\tau_1) = \frac{\theta^*}{n} + p^* . \qquad (17)$$

Для упругой задачи уравнение (12) имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C_{nv} \nabla^2 p , \qquad (18)$$

где θ^*, p^* – сумма главных напряжений и давление в поровой жидкости, соответствующие состоянию мгновенного уплотнения грунта.

Таким образом, решив уравнения (15),(18) при соответствующих краевых условиях находим решение той или иной задачи теории консолидации земляных масс. Если модуль деформации уплотняемого грунта по глубине не меняется, то основное уравнения уплотнения (15) в безразмерных координатах имеет следующий вид

$$\frac{\partial^2 p(\xi,T)}{\partial T^2} + \gamma_1 \left[\left(1 + a_1 c_0 a^{(1)}\right) \frac{h^2}{c_{1\nu}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T} \right] \frac{\partial p}{\partial T} = \gamma_1 \left(\frac{\partial}{\partial T} + \frac{h^2}{c_{1\nu}} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} +$$

$$+ a a^{(1)} \ddot{q} + \gamma_1 \left[\left(a_1 + a_0 c_0\right) a^{(1)} \frac{h^2}{c_{1\nu}} + a_0 A_1 \frac{1}{T} \right] \dot{q} , \qquad (19)$$

где

$$c_{1\nu} = \frac{k(1+\varepsilon_{cp})}{\gamma_b} a^{(1)}; \; T = \frac{c_{1\nu}}{h^2} t; \; \xi = \frac{x_3}{h}; \; a^{(1)} = 1 \Big/ \left[a_0 + \beta_{cp}(1+\varepsilon_{cp}) \right] . \qquad (20)$$

Начальными условиями для данной задачи будут:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_{T=T_1} + \gamma_1 \left[a_1 a^{(1)} c_0 \frac{h^2}{c_{1\nu}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T_1} \right] p(\xi, T_1) = \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} + a_0 a^{(1)} \dot{q}(\xi, T_1) +$$

$$+ \gamma_1 a_1 a^{(1)} \left[\frac{c_0 h^2}{c_{1\nu}} + \frac{A_1}{T_1} \right] \cdot q_0(\xi, T_1) ; \qquad (21)$$

$$p(\xi, T_1) = q_0(\xi, T_1), \qquad (22)$$

где

$$q_0(\xi, T_1) = q(\xi, T_1) - p_{\text{стр.}},$$

т.е. часть нагрузки, равная величине структурной прочности сжатия $p_{\text{стр}}$, сразу же воспринимается скелетом грунта [1]. Если грунт деформируется только в вертикальном направлении, то по теории фильтрационной консолидации сумма избыточного порового давления и эффективного напряжения в грунте $\sigma(z, t)$ в любой момент времени равна внешней нагрузке, т.е.

$$p + \sigma = q . \qquad (23)$$

Для выяснения общего характера протекания процесса такого уплотнения достаточно будет рассмотреть отдельные решения одномерной задачи теории консолидации, физическая сторона которой не очень отличается от аналогичных решений трехмерных задач. С другой стороны, исследования одномерного уплотнения более доступны, чем двух и трехмерных. Кроме того, это дает возможность при рассмотрении процесса уплотнения учесть некоторые факторы, сильно влияющие на него, в частности, можно указать на одновременный учет старения и ползучести уплотняемых грунтов. В связи с этим ниже исследуем уравнение уплотнения (19), при условиях (21), (22). Для этого в момент времени $t = \tau_1$ рассмотрим уплотнение трехфазного наследственно – стареющего слоя грунта мощностью h, подверженного действию внешней распределенной нагрузки с интенсивностью $q = q(z, t)$. Верхняя поверхность уплотняемого массива водопроницаема, а нижняя водонепроницаемая.

Граничные условия при ламинарном законе Дарси имеют вид:

$$\left. p \right|_{z=0} = 0 ; \; \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=h} = 0 . \qquad (24)$$

Второе граничное условие относится к глубине h, ниже которой фильтрации не происходит, так как на этой глубине градиент напора от действующей нагрузки q

меньше начального градиента напора I_0. Очевидно, что

$$h = (q - p_{\text{стр}})/\gamma_в I_0. \qquad (25)$$

Следовательно, при модифицированном законе Дарси граничные условия (24) примут вид

$$p\big|_{z=0} = 0\,;\ \left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=h} = I_0\gamma_в. \qquad (26)$$

Таким образом, данную задачу можно сформулировать следующим образом. В безразмерных координатах требуется определить давление в поровой жидкости $p(\xi, T)$, напряжение в скелете $\sigma(\xi, T)$ и вертикальные перемещения верхней поверхности $S(T)$ (осадок) грунтового слоя в области $\Omega = \left\{\mathrm{M} \underset{t>T_1}{\in} [0,1]\right\}$, если $P(\xi, T)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению (19) начальным (21), (22) и граничным (26) условиям при (25).

Решение уравнения (19), удовлетворяющее указанным условиям, представим в виде

$$P(\xi,T) = \sum_{j=0}^{\infty} T_j(T)\sin\frac{(2j+1)\pi}{2}\xi,$$

$$T \in [T_1, T],\ \xi \in [0,1]. \qquad (27)$$

Здесь

$$T_j(T) = T_{0j}(T) + T_{1j}(T), \qquad (28)$$

$T_{0j}(T)$ – общее решение однородного уравнения (19), т.е. без правой части, когда $Q_j = 0$, $T_{1j}(T)$ – частное решение неоднородного уравнения (19). При этом выражение $T_{0j}(T)$ имеет вид:

$$T_{0j}(T) = T^{1-\beta}\exp\left[-0{,}5\left(M_j^{(1)} - \sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2 - 4N_j^{(1)}}\right)\right]\cdot TR_j(T)\,, \qquad (29)$$

где

$$M_j^{(1)} = \gamma_1\left[\left(1 + a_1c_0a^{(1)}\right)\frac{h^2}{c_{1\nu}} + \frac{\beta_j^2}{\gamma_1}\right];\ D^{(1)} = a_1a^{(1)}A_1\,,$$

$$M_j^{(1)} = \gamma_1 h^2\frac{\beta_j^2}{c_{1\nu}};\ r_j = \sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2 - N_j^{(1)}T},\ c = 2 - D^{(1)};$$

$$a_j = 0{,}5\left(M_j^{(1)} - \sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2 - 4N_j^{(1)}}\right);$$

$$\alpha_j = \left[\beta_j\left(2 - D^{(1)}\right) - \left(1 - D^{(1)}\right)M_j^{(1)}\right]\Big/\sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2 - 4N_j^{(1)}}\,.$$

Выражение $T_{1j}(T)$ соответственно имеет вид:

$$T_{1j}(T) = C_{1j}F\left[r_j(T)\right] + C_{2j}G\left[r_j(T)\right] +$$

$$+\int_{T_1}^{T}\frac{Q_j(\tau)\left\{G\left[r_j(\tau)\right]\cdot F\left[r_j(T)\right] - F\left[r_j(\tau)\right]\cdot G\left[r_j(T)\right]\right\}}{G\left[r_j(\tau)\right]\cdot \dot F\left[r_j(\tau)\right] - F\left[r_j(\tau)\right]\cdot \dot G\left[r_j(\tau)\right]}\cdot d\tau\,. \qquad (30)$$

Здесь $F(\alpha_j, c, r_j)$ и $G(\alpha_j, c, r_j)$ соответственно являются вырожденными гипергеометрическими функциями первого и второго родов. При этом $F(\alpha_j, c, r_j)$ называется функцией Куммера. Она разлагается в степенной ряд

$$F\left(\alpha_j, c, r_j\right) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\alpha_j)k}{(c)_k\,k!}\cdot r_j^k\,. \qquad (31)$$

Тогда функция $G(\alpha_j, c, r_j)$ через $F(\alpha_j, c, r_j)$ выражается следующим образом:

$$G\left(\alpha_j, c, r_j\right) = \frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(\alpha_j - c - 1)}\cdot G\left(\alpha_j, c, r_j\right) - \frac{F(1-c)}{F(\alpha_j)}\cdot r_j^{1-c}\left(1 + \alpha_j - r_j; 1 - c;\ r_j\right).$$

Причем ряд (52) сходится при всех r_j.

Таким образом, давление в поровой жидкости определяется по формуле (27) при (28)- (31). Напряжение в скелете грунта σ(ξ, *T*) – находится из выражения (23) т.е.

$$\sigma(\xi,T)=q(\xi,T)-\sum_{j=0}^{\infty}T_j(T)\sin\frac{(2j+1)\pi}{2}\xi. \quad (32)$$

Для вычисления осадок S(T) грунта в безразмерной координате используем формулу вида

$$S(T)=\frac{a_0 h}{1+\varepsilon_0}\int_0^1\sigma(\xi,T)d\xi, \quad (33)$$

где σ(ξ, *T*) – напряжение в скелете грунта.

Подставив выражение (32) в (33), находим

$$S(T)=\frac{a_0 h}{1+\varepsilon_0}\left[\int_0^1 q(\xi,T)d\xi-\frac{2}{\pi}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{T_j(T)}{2j+1}\right]. \quad (34)$$

При T → 0 имеем, что σ(ξ, *T*) → 0, а при T → ∞ напряжение стремится к *q*.

Следовательно, если поровое давление изменится от *q* до *0*, то напряжение принимает значение от 0 до *q*. При этом *S*(*T*) изменится от 0 до

$$S_\infty=\frac{a_0 h}{1+\varepsilon_0}\int_0^1 q(\xi,\infty)d\xi. \quad (35)$$

Если *q*(ξ, *T*) = *q* = const то из (47) находим, что $S_\infty=\frac{a_0 qh}{1+\varepsilon_0}$, т.е. неустановившаяся осадка слоя уплотняемого грунта во времени изменяется в диапазонах от 0 до $\frac{a_0 qh}{1+\varepsilon_0}$.

Теперь рассмотрим решение задачи (15)–(17) в трехмерной постановке, применительно к уплотнению слоя упругоползучего грунта с учетом его свойства старения. Для этого рассмотрим грунтовой массив в виде параллелепипеда с водоупором на глубине *h* и с водонепроницаемыми стенками на $2\ell_1$ и $2\ell_2$, находящегося под действием равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью *q*, приложенной на части поверхности этого параллелепипеда со сторонами 2*a* и 2*b*.

Применительно к данной расчетной схеме исследуемую задачу сформулируем так: требуется найти непрерывную функцию, отражающую изменение давлений в поровой жидкости и удовлетворяющую в области $G\left(|x_1|<\ell_1,\ |x_2|<\ell_2,\ 0<x_2<h,\ t>0\right)$ дифференциальному уравнению вида:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}p(M,T)+\gamma_1\left[\left(1+3a^{(3)}a_1c_0\right)h^2/c_{3\nu}+3a^{(3)}A_1/T\right]\frac{\partial}{\partial t}p(M,T)=$$

$$=\xi\left(\gamma_1 h^2/c_{3\nu}+\frac{\partial}{\partial T}\right)\nabla^2 p \quad (36)$$

начальным

$$\left.\frac{\partial}{\partial t}p(M,T)\right|_{T=T_1}+\gamma_1\left[3a_1a^{(3)}c_0h^2/c_{3\nu}+3a_1a^{(3)}A_1/T\right]p(M,T)=\kappa^2\Delta_3 p+$$

$$+3a_1a^{(3)}\gamma_1\left(\frac{h^2}{c_{3\nu}}+\frac{A_1}{T_1}\right)\cdot\left(\frac{\theta^*}{3}+p^*\right) \quad (37)$$

$$p(M,T)=\frac{1}{\omega}\left(\frac{\theta^*}{3}+p^*\right), \quad (38)$$

и граничным

$$\alpha^{(3)}\frac{\partial P}{\partial n_i}+\beta^{(3)}P=0;\quad \begin{cases}\beta^{(3)}=0\ \ при\ \ \xi=n_1=\frac{x}{\ell_2}=\pm1\ \ или\ \ \frac{y}{\ell_2}=\eta=n_2\pm1\\ или\,\frac{z}{\ell_3}=\mu=n_3=0\\ \alpha^{(3)}=0\ \ при\ \ \mu=n_3=1\end{cases} \quad (39)$$

условиям, соответствующим для исследуемой задачи. Здесь все величины записаны относительно безразмерных координат $\xi=\frac{x}{l_1};\ \eta=\frac{y}{l_2};\ \mu=\frac{z}{h}$, где

$$a^{(3)} = \left[3a_0 + \beta(1+\varepsilon_{cp})\cdot(1+2\xi)\right]^{-1},$$

$$c_{3\nu} = k(1+\varepsilon_{cp})\cdot(1+2\xi)\cdot a^{(3)},$$

$$T = c_{3\nu}t / h^2. \qquad (40)$$

c_0, A_1 – коэффициенты стареющего грунта; a_1, γ_1 – параметры ползучести. Кроме условий (37)–(39) в силу симметрии, функция $P(\xi, \eta, \mu)$ должна быть четной относительно x и h в отдельности.

Выражение (38) является начальным распределением порового давления исследуемого на уплотнение грунтового параллелепипеда. Если учесть, что для сильно сжимаемых водонасыщенных глинистых грунтов в начальный момент времени часть нагрузки, мгновенно приложенной нагрузки q к грунту, равная по величине структурной прочности сжатия $p_{\text{стр}}$, сразу же воспринимается скелетом грунта [2], т.е.

$$p\big|_{t=0} = q - p_{\text{стр}}, \qquad (41)$$

то это решение, т.е. начальное распределение порового давления в слое исследуемого массива для трехфазной земляной массы относительно безразмерных координат имеет вид:

$$p_0(\xi,\eta,\mu) = \frac{q-p_{cmp}}{\omega}\left[\frac{ab}{\ell_1\ell_2} + \frac{2b}{\ell_2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi}\cdot\frac{ch\frac{m\pi h}{\ell_1}\mu}{ch\frac{m\pi h}{\ell_1}}\cos m\pi\xi + \frac{2a}{\ell_1}\times\right.$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{n\pi}\cdot\frac{ch\frac{n\pi h}{\ell_2}\mu}{ch\frac{n\pi h}{\ell_2}}\cos n\pi\eta + 4\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi}\cdot\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_1}}{n\pi}\times$$

$$\left.\times\frac{ch(\alpha_{mn}h\mu)}{ch(\alpha_{mn}\lambda)}\cdot\cos m\pi\xi\cos n\pi\eta\right]. \qquad (42)$$

Выражение (42) является решением следующего уравнения:

$$\frac{\partial^2 p_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p_0}{\partial z^2} = 0, \qquad (43)$$

где $x = \xi l_1$; $y = \eta l_2$; $z = \mu h$. Решение уравнения (8) удовлетворяет граничным условиям вида:

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{z\to h} p_0(x,y,z) = \begin{cases} q-p_{cmp} \ \text{при} \ |x|<a, \ |y|<b \\ 0 \ \text{при} \ |x|>a, \ |y|>b \ \text{или} \\ \quad |x|>a, \ |y|<b \ \text{или} \ |x|<a, \ |y|>b \end{cases}\\ &\left.\frac{\partial p_0}{\partial x}\right|_{x=\pm\ell_1} = 0; \quad \left.\frac{\partial p_0}{\partial y}\right|_{y=\pm\ell_2} = 0; \quad \left.\frac{\partial p_0}{\partial z}\right|_{z=0} = 0.\end{aligned}\right\} \qquad (44)$$

Кроме них в силу симметрии функция $p_0(x, y, z)$ должна быть четной относительно x и y в отдельности, т.е.

$$p(x,y,z) = \begin{Bmatrix} p(-x,y,z) \\ p(x,-y,z) \end{Bmatrix} \qquad (45)$$

Тогда решение уравнения (36), удовлетворяющее граничным условиям (39), получим в виде:

$$P(\xi,\eta,\mu,T) = \frac{q-p_{\text{стр}}}{\omega}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\left[c_{1mn}F(\alpha_{mnk};c;r_{mnk}) + c_{2mn}F(\alpha_{mnk};c;r_{mnk})\right]\times$$

$$\times e^{-\beta_{mnk}T}T^{1-D}\cos m\pi\xi\cdot\cos n\pi\eta\cos\frac{(2k+1)\pi}{2}, \qquad (46)$$

где

$$\alpha_{mnk} = \beta_{mnk}(2-D) - (1-D)M_{mnk};\ \ \beta_{mnk} = 0{,}5\left(M_{mnk} - \sqrt{M_{mnk}^2 - 4N_{mnk}}\right);$$

$$M_{mnk} = \gamma_1\left[\left(1+3^{(3)}a_1c_0\right)h^2 \big/ c_{3\nu} + h^2\lambda_{mnk}^2\right];\ \ c = 2-D;\ \ r_{mnk} = \sqrt{M_{mnk}^2 - N_{mnk}T}\ :$$

$$N_{mnk} = \gamma_1 h^4 \lambda_{mnk}^2 \big/ c_{3\nu};\ \ D = 3a^{(3)}a_1A_1.$$

Здесь постоянные величины c_{1mnk} и c_{2mnk} находятся из начальных условий (37) и (38) при (40), (46). Следовательно, имеем:

$$\left.\begin{aligned}
&c_{1mnk} = -8e^{\beta mnkT_1}T_1^{D-1}J\left(AG - q_{2mnk}/\omega\right)\big/\left(F_1q_{2mnk} - Gq_{1mnk}\right),\\
&c_{2mnk} = -8e^{\beta mnkT_1}T_1^{D-1}J\left(AF - q_{1mnk}/\omega\right)\big/\left(Fq_{2mnk} - Gq_{1mnk}\right),\\
&q_{1mnk} = F'(\alpha_{mnk};c;r) + F(\alpha_{mnk};c;r)\cdot\left(\frac{1-D}{T_1} - \beta + A + h^{22}\lambda_{mnk}\right),\\
&q_{2mnk} = \left(3a_1a^{(3)}c_0h^2/c_{3\nu} + 3a_1a^{(3)}/T_1\right)\cdot G',\\
&J = \iiint\limits_{000}^{111}\frac{1}{q-p_{\text{стр}}}\left[\theta^*(\xi,\eta,\mu)/3 + P^*(\xi,\eta,\mu)\right]\cdot\cos m\pi\xi\cdot\cos n\pi\eta\cdot\cos\frac{2k+1}{2}\mu,
\end{aligned}\right\}, \qquad (47)$$

где $F(\alpha_j, c, r_j)$ и $G(\alpha_j, c, r_j)$ соответственно являются вырожденными гипергеометрическими функциями первого и второго родов.

Таким образом, по формуле (46) при величинах (47) можно вычислять значения давлении в поровой жидкости в уплотняемом наследственно-стареющим грунтовом параллелепипеде.

После определения давления в поровой жидкости сумму главных напряжений в скелете грунта можно вычислить по формуле:

$$\theta = 3\left(\frac{\theta^*}{3} + P^* - P\right) \qquad (48)$$

где $\frac{1}{\omega}\left(\frac{\theta^*}{3} + P^*\right)$ и P находятся из выражений (42) и (46).

Для определения осадки границ уплотняемого слоя будем пользоваться известной формулой, которая для принятой в данной задаче системы координат должна быть написана в виде:

$$S(\xi,\eta,\mu,T) = \int_0^h \frac{\varepsilon_0(\tau_1) - \varepsilon(\xi,\eta,\mu,T)}{1+\varepsilon_0(\tau_1)}d\mu. \qquad (49)$$

Для данной задачи выражение (49) можно представить так:

$$S(\xi,T) = \frac{a_0\left(q - p_{\text{стр}}\right)}{\left(1+2\zeta\right)\left(1+\varepsilon_0\right)}\left[S_0^{(3)} + a_1\gamma_1S_1^{(3)}\right], \qquad (50)$$

где

$$S^{(3)} = \frac{ab}{\ell_1\ell_2} + \frac{2b\ell_1}{\ell_2h}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{(m\pi)^2}th\frac{m\pi}{\ell_1}h\cos m\pi\xi + \frac{2b}{\ell_1h}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{(n\pi)^2}th\frac{n\pi}{\ell_2}h\cos n\pi\eta +$$

$$+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi h}\cdot\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{n\pi}th(a_{mn}h)\cos m\pi\xi\cos(n\pi\eta), \qquad (51)$$

$$S_0^{(3)} = S^{(3)} - 2\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{\text{k}=0}^{\infty}\frac{(-1)^{\text{k}}}{(2k+1)\pi}\left[C_{1mnk}F + C_{2mnk}G\right]\cdot e^{-\beta_{mnk}T}T^{1-D}\ \ \cos m\pi\xi\cos n\pi\eta,$$

$$S_{01}^{(3)} = S^{(3)} \frac{1}{\gamma_1}\left[1 - e^{-\gamma_1 (T-T_1)}\right] - 2\int_{T_1}^{T} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\mathrm{k}=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\mathrm{k}}}{(2k+1)\pi}\left[C_{1mnk}F + C_{2mnk}G\right]\times$$

$$\times e^{-\beta_{mnk}T} T^{1-D} \cdot e^{-\gamma_1 (T-T_1)} \cos m\pi\xi \cos n\pi\eta \, dT. \qquad (52)$$

Таким образом, пространственная задача консолидации многофазного грунта с учетом его линейной ползучести и старения скелета, можно сказать решена полностью. Выражения (46), (48), (50), при (47), (51) (52) дают возможность установить закон изменения порового давления, сумму главных напряжений в скелете грунта и осадку уплотняемого массива во времени и пространственных координатах. Причем в эти решения, полученные в замкнутом виде, входят различные параметры грунта.

На основе полученных численных результатов могут быть построены кривые изменения порового давления, напряжения в скелете грунта, а также вертикальные перемещения верхней поверхности уплотняемого массива для данного момента времени и пространственных координатах. Причем значения давлений р в поровой жидкости и осадок слоя грунта в зависимости от толщины уплотняемого массива *h* существенно меняются.

Причем с увеличением мощности уплотняемого грунтового массива максимальное значение порового давления и время его наступления увеличивается. При этом значение осадки уменьшается в течение всего периода уплотнения. Так, например, при толщине слоя 5 м и 20 м максимальное значение порового давления отличается более чем 1,5 раза. Это означает, что с увеличением толщины уплотняемого слоя грунта уменьшается скорость нарастания напряжений в скелете грунта, а в уплотняемых грунтовых массивах с малыми мощностями скорость нарастания напряжений в скелете грунта не, только велика, что приводит к отставанию роста деформаций от роста напряжений в скелете грунта. В то же время при большой толщине уплотняемого слоя грунта скорость нарастания напряжений в скелете грунта будет небольшой и деформации уплотнения вследствие ползучести и старения скелета грунта протекает без заметного отставания.

Таким образом, максимальное значение порового давления в основаниях сооружений зависит от длины пути фильтрации, т.е. от размеров уплотняемого слоя грунта. Причем чем больше мощность уплотняемого грунтового массива, тем медленнее протекает фильтрационные процессы. Это означает, что процесс возрастания порового давления будет продолжаться за счет ползучести и старения скелета грунта.

Здесь следует отметить, что фундаментальное решение задачи консолидации грунтов с одновременным учетом ползучести и старения впервые исследовано в [8], а также в работах [3–4].

Список литературы

1. Абелев М.Ю. Строительство промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 59–91.

2. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехиздат, 1952. – 323 с.

3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Мадияров Н.К. Многомерные задачи консолидации наследственно – стареющих земляных масс. // Международный журнал экспериментального образования. – М., 2014. – №8, часть 1. – С. 37–46.

4. Дасибеков А., Юнусов А.А., Айменов Ж.Т., Алибекова Ж.Д. Задачи теории консолидации и ползучести грунтов, решаемые в функциях Куммера. // Успехи современного естествознания. – М., 2014. – № 4. – С. 89–95.

5. Месчян С.Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. – М.: Недра, 1985. – 342 с.

6. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1961. – 543 с.

7. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Изд. литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам. – 1963. – 633 с.

8. Цытович Н.А., Тер-Мартиросян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве. – М.: Высшая школа, 1981. – 319 с.