УДК 501:548.1

ФОРМИРОВАНИЕ И СИМВОЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИХ ГИБРИДНЫХ И КЕНТАВРОПОДОБНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР В 2D ПРОСТРАНСТВЕ

Иванов В.В.

АО «ОКТБ «ОРИОН», Новочеркасск, e-mail: valivanov11@mail.ru

Обсуждаются общие принципы формирования и проблема символьного описания детерминистических гибридных и кентавроподобных фрактальных структур в 2D пространстве. Получены 5 структур гибридных фракталов MGF^1_1 из итерационной последовательности точек ICp и канторова множество точек CMp. Получены 36 структур гибридных фракталов MGF^2_2 из итерационной последовательности линий ICl, канторова множества линий CMl, канторова множества точек CMp^2, фрактала Вичека FV и ковра Серпинского CS. Проанализированы возможные кентавроподобные гибридные фрактальные одномерные и двумерные структуры. Все полученные детерминистические гибридные фрактальные структуры 2D пространства рассматривали как возможные аппроксиманты структурных особенностей поверхности композиционных покрытий и сайз-распределения наноразмерных объектов на ней.

Ключевые слова: гибридная фрактальная структура, детерминистическая фрактальная структура, фрактальная размерность, итерационная последовательность, канторово множество

FORMING AND SYMBOLIC DESCRIPTION OF THE DEDERMINISTIC HYBRID AND CENTAUR-LIKE FRACTAL STRUCTURES INTO 2D SPACE

Ivanov V.V.

J-SC SDTU «ORION», Novocherkassk, e-mail: valivanov11@mail.ru

The general principles of forming and the problem of symbolic description of the deterministic hybrid and centaur-like fractal structures in 2D space were discussed. 5 structures of the hybrid fractals MGF^1_1 from iterative points succession ICp and Cantor's multitude of points CMp were obtained. 36 structures of the hybrid fractals MGF^2_2 from iterative lines succession ICl, Cantor's multitude of lines CMl, Cantor's multitude of points CMp^2, Vichek's fractal FV and Serpinsky's cover CS were obtained, too. The possible centaur-like hybrid fractal 1D and 2D structures were analyzed. All obtained deterministic hybrid fractal structures into 2D space were regarded as a possible approximants of structural peculiarities of the compositional coatings surface and the size-distributions of the nano-objects onto its.

Keywords: hybrid fractal structure, deterministic fractal structure, fractal dimension, iterative succession, Cantor's multitude

Фрактальная структура может быть определена как структура, обладающая на всех своих уровнях структурной иерархии свойством самоподобия, либо как структура, в которой расположение одинаковых элементов подчиняется определенной фрактальной закономерности [1, 2]. Гибридность фрактальных структур определяется наличием в них двух или более простых фракталов с разными генераторами. Гибридную фрактальную структуру, составленную из упорядоченных в пространстве локальных фракталов, будем считать детерминистической гибридной фрактальной структурой. Формирование детерминистических гибридных фрактальных структур проводится путем вложения по определенному алгоритму простых фракталов с разными генераторами в пространственные ячейки структурированного пространства методами комбинаторного или итерационного модулярного дизайна [3–18]. Алгоритмы определяются общими принципами формирования детерминистических гибридных фрактальных структур в каждом из 1D подпространств 3D пространства [17, 18]: использованием предварительно структурированного пространства, отбором мономодулярных одногенераторных фрактальных структур с близкими локальными размерностями по критериям совместимости на границе и внутри пространственных ячеек, выбором гибридных фракталов с минимальными периодами идентичности и максимальной симметрией.

Детерминистические гибридные фрактальные структуры

Введем следующее символьное обозначение для детерминистической гибридной фрактальной структуры в 2D пространстве:

MGF^2_2 {(a_i $GenF_i$; b_j $GenF_j$) (($G^2_{0,i}$)-($G^2_{0,j}$)) (CP)}[(G^2_2), (a, b), (Dim)].

Здесь: MGF^2_2– наименование двумерной дважды периодической мультифрактальной гибридной структуры, $GenF_i$, $GenF_j$, и ($G^2_{0,i}$), ($G^2_{0,j}$) – генераторы простых фракталов и их локальная симметрия, CP – код упаковки простых фракталов или последовательность их чередования в двух кристаллографически независимых направлениях, G^2_2 – группа симметрии гибридной структуры

(MGF^2_2), $\Sigma a_i = a$, $\Sigma b_j = b$ – количества ячеек 2D пространства, определяющих периоды идентичности структуры, Dim – фрактальная размерность детерминистической структуры.

Для 2D пространства структурированность достигается разбиением его на одинаковые ячейки [0,1; 0,1] – области существования одномодулярной фрактальной структуры [9-13]. Тогда будем учитывать, что каждая простая фрактальная структура формируется в результате бесконечной итерации генератора внутри этой ячейки инъективным способом, не выходит за ее границы, но имеет общие элементы. Гибридность фрактальных структур в 2D пространстве определяется наличием в них двух и более простых фракталов с разными генераторами, занимающими цепочку из двух или более граничащих друг с другом ячеек.

Примеры классических точечных фрактальных структур в 1D пространстве:

– итерационная последовательность точек ICp(1/2) (Dim ICp = 0,50, симметрия группы $G^1_0 = 1$),

– канторово множество точек CMp(1/3) (Dim CMp = 0,631, симметрия группы $G^1_0 = 1$),

Примеры классических точечных и линейчатых фрактальных структур в 2D пространстве:

– итерационная последовательность линий ICl(1/2) (Dim ICl = 1,50, симметрия группы $G^2_0 = 1$),

– канторово множество линий CMl (1/3) (Dim CMl = 1,631, симметрия группы $G^2_0 = 1$),

– канторово множество точек CMp^2(1/3) (Dim CMp^2 = 1,262, симметрия группы G^2_0 = 4mm),

– треугольная кривая Коха СК(4/3) (Dim СК = 1,26, симметрия группы $G^1_0 = 1$),

– фрактал Вичека FV (Dim FV = 1,465, симметрия группы G^2_0 = 4mm),

– ковер Серпинского CS (Dim CS = 1,893, симметрия группы G^2_0 = 4mm).

В качестве дополнений к ним могут использоваться отрезок линии L (Dim L = 1, симметрия группы $G^1_0 = 1$) и квадрат Sq (Dim Sq = 2, симметрия группы G^2_0 = 4mm).

Перечислим формально возможные варианты гибридных фракталов MGF^1_1 из перечисленных выше структур с одним генератором в виде последовательности их чередования (кода упаковки СР) внутри периода идентичности a [7]:

1) ICp(+)–CMp–ICp(-), a = 3, Dim = 0,543;

2) ICp(+) – CMp – L – CMp – ICp(-), a = 5, Dim = 0,652;

3) ICp(+) – L – CMp – L – ICp(-), a = 5, Dim = 0,726;

4) ICp(+) – L – ICp(-), a = 3, Dim = 0,667;

5) CMp – L – CMp, a = 2, Dim = 0,816;

В данном случае с помощью символов + и – учтена асимметрия фрактала ICp(1/2) 1D пространства относительно геометрического центра интервала его существования. Размерности гибридных фрактальных структур MGF^1_1 определяли через размерности генераторов простых мономодулярных фракталов F_i следующим образом:

$$\mathrm{Dim}(MGF^1_1\,\{a_i\,\mathrm{Gen}F_i\}) = a^{-1}\,\Sigma a_i\,\mathrm{DimGen}F_i\,.$$

Перечислим формально возможные варианты гибридных фракталов MGF^2_2 из перечисленных выше структур с одним генератором в виде последовательности их чередования (кода упаковки СР) внутри периода идентичности a (b = 1):

1) CMl – Sq – CMl, a = 3, Dim = 1,789;

2) Sq – CMl – Sq, a = 3, Dim = 1,894;

3) CMl – KS – CMl, a = 3, Dim = 1,753;

4) KS – CMl – KS, a = 3, Dim = 1,823;

5) KS – Sq – KS, a = 3, Dim = 1,925;

6) Sq – KS – Sq, a = 3, Dim = 1,964;

7) CMp^2 – FV – CMp^2, a = 3, Dim = 1,330;

8) FV – CMp^2 – FV, a = 3, Dim = 1,397;

9) CMp^2 – CMl – CMp^2, a = 3, Dim = 1,402;

10) CMl – CMp^2 – CMl, a = 3, Dim = 1,543;

11) CMl – FV – CMl, a = 3, Dim = 1,610;

12) FV – CMl – FV, a = 3, Dim = 1,538;

13) ICl(+) – CMl – ICl(-), a = 3, Dim = 1,561;

14) ICl(+) – KS – ICl(-), a = 3, Dim = 1,631;

15) ICl(+) – Sq – ICl(-), a = 3, Dim = 1,667;

16) CMl – ICl(+) – ICl(-) – CMl, a = 4, Dim = 1,591;

17) KS – ICl(+) – ICl(-) – KS, a = 4, Dim = 1,696;

18) Sq – ICl(+) – ICl(-) – Sq, a = 4, Dim = 1,750;

19) CMl – KS – Sq – KS – CMl, a = 5, Dim = 1,830;

20) CMl – Sq – KS –Sq – CMl, a = 5, Dim = 1,852;

21) Sq – CMl – KS – CMl – Sq, a = 5, Dim = 1,852;

22) Sq – KS – CMl – KS – Sq, a = 5, Dim = 1,894;

23) KS – CMl – Sq – CMl – KS, a = 5, Dim = 1,830;

24) KS – Sq – CMl – Sq – KS, a = 5, Dim = 1,894;

25) CMl – FV – CMp^2 – FV – CMl, a = 5, Dim = 1,564;

26) CMl – CMp^2 – FV – CMp^2 – CMl, a = 5, Dim = 1,471;

27) CMp^2 – CMl – FV – CMl – CMp^2, a = 5, Dim = 1,471;

28) CMp^2 – FV – CMl – FV – CMp^2, a = 5, Dim = 1,427;

29) FV – CMl – CMp^2 – CMl – FV, a = 5, Dim = 1,564;

30) FV – CMp^2 – CMl – CMp^2 – FV, a = 5, Dim = 1,427;

31) ICl(+) – CMl – Sq – CMl – ICl(-), a = 5, Dim = 1,673;

32) ICl(+) – Sq – CMl – Sq – ICl(-), a = 5, Dim = 1,737;

33) ICl(+) – CMl – KS – CMl – ICl(-), a = 5, Dim = 1,652;

34) ICl(+) – KS – CMl – KS – ICl(-), a = 5, Dim = 1,690;

35) ICl(+) – KS – Sq – KS – ICl(-), a = 5, Dim = 1,757;

36) ICl(+) – Sq – KS – Sq – ICl(-), a = 5, Dim = 1,779.

Соответствующие этим последовательностям гибридные мультифрактальные структуры MGF$^2_2$ будут иметь следующие симметрийные характеристики G$^2_0$ и G$^2_2$: mm2 и pmm2 (структуры 1 – 12), m и pm (структуры 13 – 36). Размерности гибридных фрактальных структур определяются через размерности генераторов простых мономодулярных фракталов следующим образом:

$$\mathrm{Dim}(\mathrm{MGF}^2_2\ \{a_i\ \mathrm{GenF}_i;\ b_j\ \mathrm{GenF}_j\} =$$
$$= a^{-1}\ \Sigma a_i\ \mathrm{DimGenF}_i + b^{-1}\ \Sigma b_j\ \mathrm{DimGenF}_j.$$

Кентавроподобные гибридные фрактальные структуры

Формально можно допустить возможность существования некоторых кентавроподобных гибридных структур MGKF$^1_1$, включающих переходные структуры Tr(F1*F2) – интервалы квазинепрерывного перехода от одного простого фрактала F1 к другому F2. В частности, такой структурой для гибридов 1D пространства может быть переходная структура Tr(ICp*CMp). Тогда максимально симметричными кентавроподобными гибридными структурами с минимальными периодами идентичности будут следующие:

1) MGKF$^1_1${(2GenICp*2Tr(ICp*CMp)*GenCMp) (1 *1* 1) (ICp- Tr(ICp*CMp)-CMp-Tr(ICp*CMp)-ICp)}[(T$_2$),(5)],

2) MGKF$^1_1${(2GenICp*2GenCMp*2Tr(ICp*CMp)*L) (1 * 1 * 1) (ICp-Tr(ICp*CMp)-CMp-L-CMp-Tr(ICp*CMp)-ICp)}[(T$_2$),(7)],

3) MGKF$^1_1${(3GenICp*2L*2Tr(ICp*CMp)*GenCMp) (1 *1 *1 * 1) (ICp-L-CMp-Tr(ICp*CMp)-ICp-Tr(ICp*CMp)-CMp-L-ICp)}[(T$_1$),(9)].

Учитывая, что переходная точечная структура Tr(ICp*CMp) не обладает фрактальными свойствами и ее размерность равна 0, размерности трех представленных выше кентавроподобных фрактальных структур равны 0,326, 0,466 и 0,403, соответственно.

По аналогии со структурами MGKF$^1_1$ можно также допустить возможность существования некоторых кентавроподобных гибридных структур MGKF$^2_2$, включающих переходные структуры Tr(F1*F2) – слои квазинепрерывного перехода от одного простого фрактала F1 к другому F2.

В частности, такими структурами для гибридов 2D пространства могут быть переходные структуры Tr(L*CK) (Dim=1) и Tr(ICp*CMp) (Dim=0). В этом случае максимально симметричные кентавроподобные гибридные структуры с минимальными периодами идентичности могут быть получены на основе тех же перечисленных выше 36-ти последовательностей простых фракталов. Учитывая, что переходные структуры не обладает фрактальными свойствами, размерности всех кентавроподобных фрактальных структур на основе перечисленных выше 36-ти будут ниже.

Отметим, что все полученные гибридные фрактальные структуры MGF$^2_2$, симметрия которых описывается плоскими группами класса G$^2_2$, могут быть прообразами новых гибридных структур. В частности, из представленных выше структур при использовании одной трансляции τ_3 непрерывной группы $T_{t1,\ t2,\ \tau3}$ в ортогональном направлении к дискретным трансляциям t_1 и t_2 могут быть получены новые планарные фракталы вида MGF$^3_2$. Симметрия образов структур этих фракталов будет описываться одной из 3D групп симметрии слоев G$^3_2$ (например, pmmm, pmm2 или p4mm). Обозначения всех групп симметрии приведены в соответствии с обозначениями, принятыми в [19].

В данной работе были проанализированы вероятные гибридные фрактальные структуры 2D пространства как возможные аппроксиманты структурных особенностей поверхности композиционных покрытий (КП) и сайз-распределения наноразмерных объектов на ней [20–32]. Если структурные элементы предфракталов 3-го поколения представляют собой нанообъекты с размером порядка 0,5 нм, то периоды идентичности их гибридных структур могут принимать значения от 15 до 135 нм. Возможные пространственные компоненты структурных состояний поверхности композиционных материалов и покрытий в этом случае могут рассматриваться с учетом состояния детерминистических модулярных структур с фрактальной компонентой [33-39].

Выводы

Сформулированы общие принципы формирования и проблема символьного описания детерминистических гибридных и кентавроподобных фрактальных структур в 2D пространстве. Получены 5 структур гибридных фракталов MGF$^1_1$ из итерационной последовательности точек ICp и канторова множество точек CMp. Получены 36 структур гибридных фракталов MGF^2_2 из итерационной последовательности линий ICl, канторова множества линий CMl, канторова множества точек CMp^2, фрактала Вичека FV и ковра Серпинского CS. Проанализированы возможные кентавроподобные гибридные фрактальные одномерные и двумерные структуры. Все полученные детерминистические гибридные фрактальные структуры 2D пространства могут рассматриваться как возможные аппроксиманты структурных особенностей поверхности композиционных покрытий и сайз-распределения определенных наноразмерных объектов на ней.

Список литературы

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир. 1991. – 260 с.

2. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир. 1965. – 455 с.

3. Иванов В.В. Комбинаторное моделирование вероятных структур неорганических веществ. – Ростов н/Д: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003. – 204 с.

4. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 8. – С. 136–137.

5. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 8. – С. 134–135.

6. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 8. – С. 129–130.

7. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 11. – С. 61–65.

8. Иванов В.В. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – № 9 – С. 89–93.

9. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – № 10. – С. 158–160.

10. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – № 10. – С. 161–163.

11. Ivanov V.V. // Global Science and Innovation: materials of the I International Conference, Vol.II, Chicago, December 17-18th, 2013 / Publishing office Accent Graphics communications, Strategic Studies Institute – Chicago – USA, 2013. – P. 108–110.

12. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – №7-1. – С. 28–30.

13. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – №7-1. – С. 31–33.

14. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – №7-1. – С. 30–31.

15. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – № 7-1. – С. 33–35.

16. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – №8-1. – С. 25–27.

17. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – № 7-1. – С. 35–37.

18. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – № 7. – С. 100–104.

19. Современная кристаллография. В 4-х томах. – Т.1. Симметрия кристаллов. Методы структурной кристаллографии. – М.: Наука, 1980. – 524 с.

20. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – № 9. – С. 86–88.

21. Иванов В.В. // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2013. – №10(3). – С. 493–494.

22. Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2001. – № 3. – С. 60–61.

23. Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. Спецвыпуск. Проблемы трибоэлектрохимии. 2005. С. 128–130.

24. Иванов В.В., Иванов А.В., Щербаков И.Н., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев-Кавк. регион. Техн. науки. 2005. №3. С. 46–49.

25. Иванов В.В., Щербаков И.Н., Иванов А.В., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев-Кавк. регион. Техн. науки. 2005. №4. С. 62–64.

26. Иванов В.В., Щербаков И.Н. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2011. №3. С. 54–57.

27. Ivanov V.V., Balakai V.I., Ivanov A.V., Arzumanova A.V. // Rus. J. Appl. Chem.. 2006. T.79. № 4. С.610–613.

28. Ivanov V.V., Balakai V.I., Kurnakova N.Yu., Arzumanova A.V., Balakai I.V., // Rus. J. Appl. Chem. 2008. T.81. № 12. С.2169–2171.

29. Balakai V.I., Ivanov V.V., Balakai I.V., Arzumanova A.V. // Rus. J. Appl. Chem. 2009. T.82. № 5. С.851–856.

30. Щербаков И.Н., Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2011. №5. С.47–50.

31. Иванов В.В., Щербаков И.Н. Моделирование композиционных никель-фосфорных покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион», 2006. – 112 с.

32. Щербаков И.Н., Иванов В.В., Логинов В.Т., и др. Химическое наноконструирование композиционных материалов и покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки», 2011. – 132 с.

33. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал = Research Journal of International Studies, 2013. – №7-1. – С. 26–28.

34. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – № 4. – С. 105–108.

35. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – № 7. – С. 126–128.

36. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – № 12. – С. 90–93.

37. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – № 12. – С. 84–90.

38. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – № 12(2). – С. 94–97.

39. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., Шишка В.Г. // Успехи соврем. естествознания, 2015. – № 1. – С. 16–18.