УДК 536.24

РАСПАД РАЗРЫВА ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ ВБЛИЗИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

Горбунов А.А., Емельянов В.М., Леднев А.К.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, e-mail: icingsugar@mail.ru

Аналитически, методом малых возмущений для линеаризованных уравнений Навье-Стокса, исследуется распространение возмущений температуры, плотности, скорости и давления в совершенном газе и газе Ван-дер-Ваальса после распада разрыва температуры и давления. Для одномерного случая приведены результаты вычислений вблизи критической термодинамической точки. Определены особенности поведения возмущений термодинамических параметров и скорости во времени при различных удалениях начальной температуры от критической. При вычислениях безразмерных комплексов, входящих в систему исходных уравнений, использовались данные по свойствам шестифтористой серы (SF_6). Для слабых разрывов получено аномальное ускорение прогрева толщи среды и замедление темпа релаксации возмущений при приближении к термодинамической критической точке.

Ключевые слова: критическая термодинамическая точка, распад разрыва температуры и давления, теплоперенос, динамический лазерный нагрев

TEMPERATURE AND PRESSURE DISCONTINUITY DECAY NEAR THE THERMODYNAMICAL CRITICAL POINT

Gorbunov A.A., Emelyanov V.M., Lednev A.K.

Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, e-mail: icingsugar@mail.ru

Propagation of temperature, density, velocity and pressure perturbations induced by the decay of temperature and pressure discontinuity is studied analytically by the method of small perturbations using linearized Navier-Stokes equations in perfect and van der Waals gas. The results of 1D modeling near the critical point are presented. The characteristic features of time dependences of thermodynamical parameters and velocity are determined for various distances from the critical temperature. The real properties of sulfur hexafluoride (SF_6) are used for the calculation of the nondimentional parameters in the sequence of equations considered. It is shown that for weak discontinuities the heating of the bulk of SCF speeds up and the perturbation relaxation slows down as we approach the critical point.

Keywords: thermodynamical critical point, disintegration of discontinuity of temperature and pressure, heat transfer, dynamical laser heating

Развитие сверхкритических технологий требует новых методов диагностики сверхкритических и околокритических флюидов, а также новых подходов к системам управления процессами в различного вида устройствах, использующих сверхкритические и околокритические флюиды в качестве рабочего тела. В последнее время широкое распространение получила акустическая диагностика околокритических сред, с помощью которой может быть получена информация о положении границы раздела фаз, скорости звука и термодинамических параметрах. Ведутся работы по созданию управляемого во времени и пространстве теплового поля внутри СКФ за счет поглощения лазерного излучения. Использование этого метода позволит создавать нагретые области заданной конфигурации и осуществлять тонкое регулирование интенсивности подвода тепла по заданному закону [1].

Численные и экспериментальные исследования теплопереноса в замкнутом объеме, наполненном сверхкритическим флюидом (СКФ), особенно интенсивно развивались в последние два десятилетия, в частности благодаря международным экспериментам, проведенным на борту орбитальных станций МИР и МКС. Было обнаружено, что при нагреве или охлаждении границ объема с СКФ наблюдается существенное ускорение прогрева/охлаждения объема среды при приближении к критической термодинамической точке [7, 8]. Другой замечательной особенностью теплопереноса в СКФ при приближении к критической точке является существенное замедление релаксации неоднородностей термодинамических полей, вызванных, например, подводом тепла [9].

При объемном и/или поверхностном подводе тепла в сверхкритическом флюиде образуются волны давления, температуры, плотности и скорости [10]. Поэтому для понимания причин возникновения упомянутых выше особенностей важно проследить за распространением таких возмущений в максимально простой постановке.

Примером такой постановки является задача о распаде произвольного разрыва температуры и давления. Такой разрыв возникает, например, при динамическом лазерном нагреве, вследствие которого в начальный момент времени разные части неподвижного объема среды приобретают разные температуру и давление, но имеют одинаковую плотность.

В работе исследуется распад слабого разрыва температуры и давления методом возмущений уравнений Навье-Стокса.

Математическая модель

Безразмерная система уравнений состояния, баланса энергии, движения и неразрывности имеет вид:

$$f(p,\rho,T)=0, \tag{1}$$

$$M\,\mathrm{Pr}_0\left[\rho^2 f'_p\left(Sh\frac{\partial T}{\partial t}+(V,\nabla)T\right)+\right.$$

$$\left.+\sigma_p(\gamma_0-1)Tf'_T\left(Sh\frac{\partial\rho}{\partial t}+(V,\nabla)\rho\right)\right]=$$

$$=C_R\rho f'_p\nabla^2 T, \tag{2}$$

$$M^2\rho\left(Sh\frac{\partial V}{\partial t}+(V,\nabla)V\right)+\frac{\sigma_p\sigma_V}{\gamma_0}\nabla p+C_F\rho e_z=$$

$$=MC_R\left(\nabla^2 V+\frac{1}{3}\nabla(\nabla,V)\right), \tag{3}$$

$$Sh\frac{\partial\rho}{\partial t}+(V,\nabla)\rho+\rho(\nabla,V)=0. \tag{4}$$

Здесь введены следующие безразмерные комплексы (курсивом обозначены размерные величины):

$Sh=\dfrac{L}{\tilde V\tilde t}$ – число Струхала, L – масштаб длины, $\tilde V$ – масштаб скорости и $\tilde t$ – масштаб времени.

$M=\dfrac{\tilde V}{v_\sim}$ – число Маха,

$v_\sim=\sqrt{\dfrac{\tilde T\left(f'_T\right)^2-\tilde\rho^2 c_v f'_p f'_\rho}{\tilde\rho^2 c_v\left(f'_p\right)^2}}$ – скорость звука при масштабных термодинамических параметрах $\tilde p,\tilde\rho,\tilde T$, где $f(p,\rho,T)=0$.

$\gamma_0=\dfrac{R+c_v}{c_v}$ – показатель адиабаты или адиабатическая постоянная.

$C_R=\dfrac{M}{\mathrm{Re}}=\dfrac{\mu}{\tilde\rho L v_\sim}$, $\mathrm{Re}=\dfrac{\tilde\rho\tilde V L}{\mu}$ – число Рейнольдса. Параметр C_R позволяет сопоставить влияние трения при скоростях диффузионных процессов с влиянием трения, возникающего при движении со звуковыми скоростями в среде с масштабной плотностью в масштабном объеме.

$C_F=\dfrac{M^2}{Fr}=\dfrac{gL}{v_\sim^2}$, $Fr=\dfrac{\tilde V^2}{gL}$ – число Фруда. Параметр C_F соотносит потенциальную энергию пробной массы при заданном тяготении на уровне масштабной высоты с кинетической энергией, которую приобретает эта масса, двигаясь со скоростью звука.

$\sigma_p=\dfrac{\tilde p}{R\tilde\rho\tilde T}$ – коэффициент, характеризующий уклонение выбранного масштаба давления от давления совершенного газа при выбранных масштабах плотности и температуры.

$\sigma_V=\dfrac{\gamma_0 R\tilde T}{v_\sim^2}$ – коэффициент, характеризующий уклонение квадрата скорости звука в совершенном газе при выбранном масштабе температуры от квадрата скорости звука исследуемого газа при масштабных термодинамических параметрах.

$\mathrm{Pr}_0=\dfrac{\mu c_v}{\lambda}$ – число Прандтля. Формально $\dfrac{\mu c_v}{\lambda}=1$, однако, на практике параметр Pr_0 указывает отклонение этого отношения от единицы.

Отметим, что система уравнений (1)-(4), в области надкритичности, определяемой условиями надкритичности

$$f'_p>0,\ f'_\rho<0,\ f'_T<0,\ J=f'_p f''_{\rho T}-f'_T f''_{\rho p}<0,$$

(см. [2] (3.5)) согласно предположениям, описывает движение газа с постоянными физическими свойствами при постоянной гравитации для произвольного уравнения состояния в параллелепипеде П с безразмерными сторонами L_x, L_y, L_z, именно,

$$\Pi=\left\{0\le x\le L_x,\ 0\le y\le L_y,\ 0\le z\le L_z\right\}. \tag{5}$$

Безразмерная скорость звука определяется формулой:

$$v_0=\frac{1}{MSh\rho_0 f'_p}\sqrt{\frac{\sigma_p\sigma_V}{\gamma_0}\left(\sigma_p(\gamma_0-1)T_0\left(f'_T\right)^2-\rho_0^2 f'_p f'_\rho\right)}. \tag{6}$$

Для совершенного газа $f = p - \rho T = 0$, для газа Ван-дер-Ваальса

$$f = p - \frac{3\rho T}{3-\rho} + \frac{9}{8}\rho^2 = 0 \cdot$$

Из системы уравнений (1)-(4) при соблюдении условий надкритичности можно получить систему уравнений, определяющую механическое равновесие системы, линеаризованное механическое равновесие (квазиравновесие), а затем возмущенную систему уравнений динамики газа:

$$f_p'\delta p + f_\rho'\delta\rho + f_T'\delta T = 0, \quad (7)$$

$$MSh\,\mathrm{Pr}_0\, f_T'\left(\rho_m^2 f_p' \frac{\partial \delta T}{\partial t} + \sigma_p(\gamma_0 - 1)T_m f_T' \frac{\partial \delta\rho}{\partial t}\right) +$$

$$+M\,\mathrm{Pr}_0\left[\rho_m^3\left(f_p'\right)^2 \frac{\gamma_0}{\sigma_p\sigma_V} C_F + \left(\sigma_p(\gamma_0-1)T_m\left(f_T'\right)^2 - \rho_m^2 f_p' f_\rho'\right)\frac{\Delta\rho}{L_z}\right]\delta V_z =$$

$$= C_R \rho_m f_p' f_T' \nabla^2 \delta T\ , \quad (8)$$

$$M^2 Sh \rho_m \frac{\partial \delta V}{\partial t} + \frac{\sigma_p\sigma_V}{\gamma_0}\nabla\delta p + C_F \delta\rho e_z = MC_R\left(\nabla^2\delta V + \frac{1}{3}\nabla(\nabla,\delta V)\right), \quad (9)$$

$$Sh\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + \frac{\Delta\rho}{L_z}\delta V_z + \rho_m(\nabla,\delta V) = 0\,, \quad (10)$$

где функции $\delta p, \delta\rho, \delta T, \delta V_z$ являются малыми возмущениями квазиравновесия.

Эта система состоит из возмущенных уравнений состояния, баланса энергии, движения и неразрывности. Из возмущенных уравнений баланса энергии и движения следует, что в зависимости от соотношения порядков величин C_R, C_F, $\Delta\rho$ ($\Delta\rho$ – перепад плотности) различаются следующие случаи (см. также [3]):

1. Однородная среда в невесомости:

$$C_F \ll C_R, \Delta\rho \ll C_R\,. \quad (11)$$

2. Стратифицированная среда в невесомости:

$$C_F \ll C_R, \Delta\rho \sim C_R\,. \quad (12)$$

3. Среда однородной плотности в гравитационном поле:

$$C_F \sim C_R, \Delta\rho \ll C_R\,. \quad (13)$$

4. Стратифицированная среда в гравитационном поле:

$$C_F \sim C_R, \Delta\rho \sim C_R\,. \quad (14)$$

Согласно формулам (7)-(10) (см., также работу [4]) динамика возмущений механического равновесия однородной среды в невесомости при одномерной постановке, где параллелепипед (5) является отрезком [0, L_z], определяется системой уравнений:

$$f_p'\delta p + f_\rho'\delta\rho + f_T'\delta T = 0\,, \quad (15)$$

$$\tau\delta\rho + M\rho_m^2 \frac{\partial}{\partial z}\delta V_z = 0\,, \quad (16)$$

$$\rho_m^2 f_p' f_T' \,\mathrm{Pr}_0\, \tau\delta T -$$

$$-\rho_m^2 f_p' f_T' C_R \frac{\partial^2}{\partial z^2}\delta T + b\,\mathrm{Pr}_0\,\tau\delta\rho = 0. \quad (17)$$

$$M\tau\delta V_z - M\frac{4}{3}C_R\frac{\partial^2}{\partial z^2}\delta V_z + e\frac{\partial}{\partial z}\delta p = 0\,, \quad (18)$$

Здесь для удобства введены обозначения:

$$\tau \equiv MSh\rho_m \frac{\partial}{\partial t}\,,\ b = \sigma_p(\gamma_0-1)T_m\left(f_T'\right)^2,$$

$$e = \frac{\sigma_p\sigma_V}{\gamma_0}\,. \quad (19)$$

Система уравнений (15)-(18) может быть сведена к уравнению (см. [5])

$$\left(A\frac{\partial^3}{\partial t^3} + B\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + C\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^4}{\partial z^4} + D\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + E\frac{\partial^4}{\partial z^4}\right)\delta V_z = 0\,, \quad (20)$$

где

$$A = M^3 Sh^3 \rho_m^2 \left(f_p'\right)^2 \mathrm{Pr}_0\, \gamma_0 ,$$

$$B = -M^2 Sh^2 \rho_m \left(f_p'\right)^2 \left(1 + \frac{4}{3}\mathrm{Pr}_0\right) \gamma_0 C_R ,$$

$$C = MSh\left(f_p'\right)^2 \frac{4}{3} \gamma_0 C_R^2 ,$$

$$D = -MSh\sigma_p \sigma_V \,\mathrm{Pr}_0 \left(\sigma_p \left(\gamma_0 - 1\right) T_m \left(f_T'\right)^2 - \rho_m^2 f_p' f_\rho'\right),$$

$$E = -\sigma_p \sigma_V \rho_m f_p' f_\rho' C_R .$$

Отметим, что при условиях надкритичности для коэффициентов приведенного уравнения (20) имеют место оценки:

$$A > 0, B < 0, C > 0, D < 0, E > 0 . \quad (21)$$

Для граничных условий непротекания применение метода разделения переменных [6] обеспечивает полную систему собственных функций уравнения (20), что позволяет при граничных условиях теплоизоляции концов отрезка [0, L_z] построить полную систему собственных функций системы уравнений (15)-(19). Таким образом, разложение в ряды Фурье по собственным функциям системы (15)-(19) произвольных начальных условий, в частности упомянутых выше разрывов температуры и давления, дает возможность изучать эволюцию во времени скорости и термодинамических параметров. В расчетах количество собственных функций принималось равным 1000.

Для вычисления безразмерных комплексов, входящих в уравнения (1)-(4) использовались следующие константы (для SF_6): c_v = 1000 дж/кг×град, λ = 1,2 вт/м×град, μ = 40×10^{-6} Па×с, R = 56,9 дж/кг×град, γ_0 = 1,0569, и масштабы переменных: L = 10^{-2} m, $\tilde{\rho} = \rho_c$ = 744 кг/м^3, $\tilde{T} = T_c$ = 45,7 °C, $\tilde{V} = \sqrt{\gamma_0 R \tilde{T}}$ = 134,8 м/с, $\tilde{t} = L / \tilde{V}$ = 7,4×10^{-5} с.

Далее рассматриваются два примера применения метода: распад слабого разрыва давления и температуры в центре и вблизи границ расчетной области, представляющей собой отрезок [0, 1] оси x.

Результаты расчетов

Распад слабого разрыва температуры и давления в центре расчетной области. Этот пример иллюстрирует особенности поведения возмущений термодинамических параметров и скорости при приближении к критической точке на больших временах (значительно превосходящих акустическое $\tilde{t} = L / \tilde{V}$).

Начальный разрыв температуры и давления располагается в центре (x = 0,5) расчетной области. При 0 < x < 0,5 среда имеет температуру T_1, а при 0,5 < x < 1 – температуру T_2. На основе метода малых возмущений были выполнены расчеты распада разрыва и последующей релаксации термодинамических параметров и скорости в одномерном случае для различных значений удаленности начальной температуры от критического значения [2]. После начала распада разрыва температура (давление) в правой половине области начинает расти, достигает максимума, затем падает и достигает минимума. Соответственно в левой половине температура (давление) падает, достигает минимума, затем растет и достигает максимума. В силу принятой нормировки времени полный цикл происходит за две единицы безразмерного времени (t = 2). При отсутствии вязкости и теплопроводности колебания будут происходить бесконечно долго, а форма начального распределения параметров меняться не будет. В нашем случае начальный разрыв температуры с течением времени деформируется вследствие действия теплопроводности и вязкости. На рис. 1 представлены распределения температуры, относящиеся к различным моментам безразмерного времени t = 0, 10, 100, 1000, и 10000 при начальной разнице T_1–T_2 = 10^{-6}.

Степень релаксации можно характеризовать величиной максимума производной распределения температуры по пространству в середине расчетной области (x = 0,5). Её начальное значение максимально, а конечное должно стремиться к нулю.

Из рис. 2 видно, что при приближении к критической точке (уменьшении T_2-T_c) скорость релаксации падает.

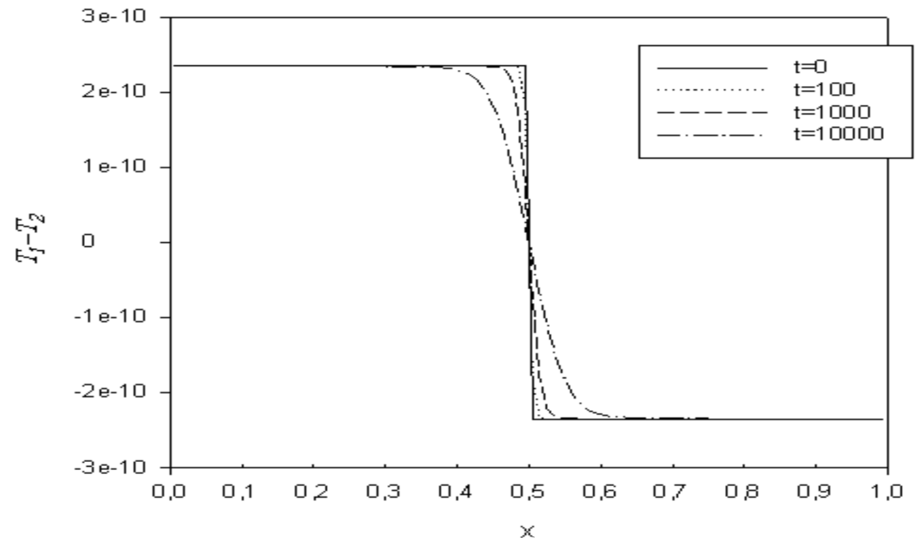


Рис. 1. Релаксация начального возмущения температуры T_1-T_2 при T_2-T_c = 450 мК

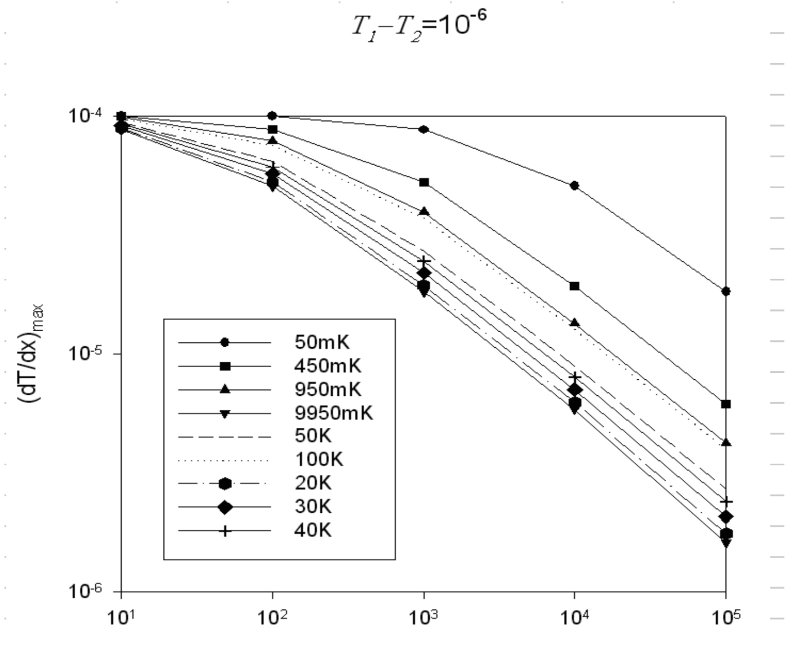
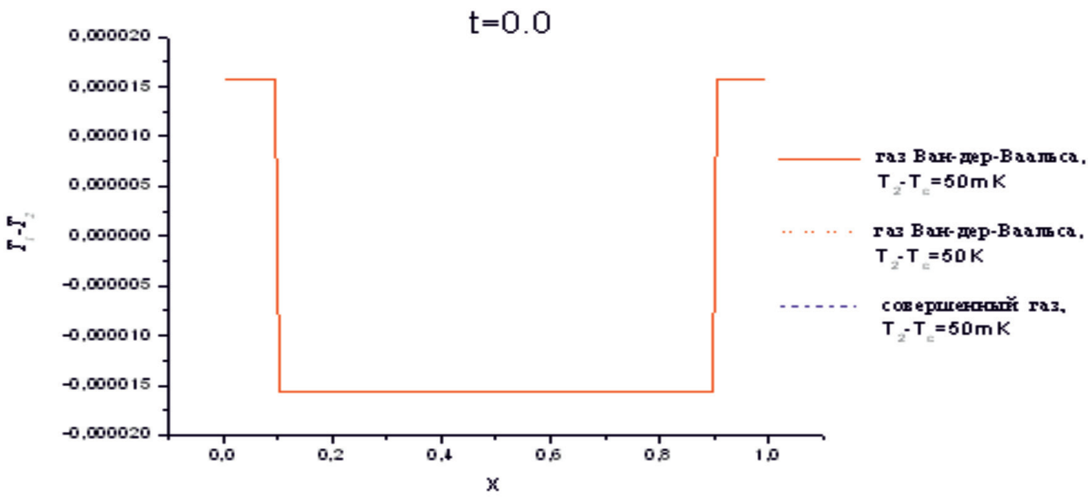


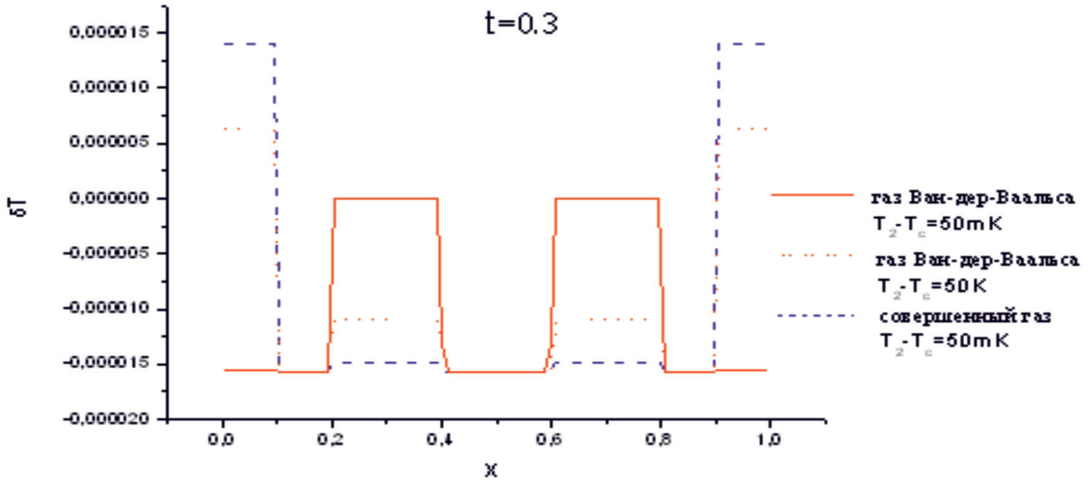
Рис. 2. Зависимость максимума производной распределения возмущения температуры по пространству от времени для различных значений разности начальной и критической температуры (T_2-T_c = 50 мК, 450 мК, 950 мК, 9950 мК, 20 К, 30 К, 40 К, 50 К, и 100 К)

Начальная стадия распада слабого разрыва температуры и давления вблизи границ расчетной области. Этот пример иллюстрирует особенности нагрева толщи среды при приближении к критической точке на временах порядка акустического времени.

Предполагается, что в начальный момент существует две поверхности разрыва: на расстоянии 0,1 от левой и правой границ области. Перепад температуры равен T_1-T_2 = 10 мК, а начальная температура T_2 = Tc + 450 мК. С течением времени наблюдается формирование импульсов, двигающихся навстречу друг другу со звуковой скоростью, их столкновение, обратное движение к границам и отражение от границ.



а)



б)

Рис. 3. Распределения возмущений температуры в расчетной области (а) в начальный момент времени и (б) в момент времени t = 0,3 для газа Ван-дер-Ваальса (vdW) при T_2-Tc = 50 мК и 50 К и для совершенного газа (perf.). Начальное распределение температуры одинаково для всех трех случаев

Предметом исследования является поведение термодинамических параметров и скорости в центре расчетной области ($x = 0,5$). Форма распределений и величина генерируемых импульсов температуры, плотности, скорости и давления существенно зависят от близости критической точки и различны для газа Ван-дер-Ваальса и совершенного газа.

На рис. 3 представлены распределения температуры в начальный момент времени (рис. 3, а) и в момент времени t = 0,3 (рис. 3, б) для газа Ван-дер-Ваальса при T_2-Tc = 50 мК и 50 К.

Здесь же приведены распределения температуры для совершенного газа, которые практически не зависят от выбранных начальных температур. Из рисунка видно, что вблизи критической точки (50 мК) формируется значительно больший импульс, чем на существенном от неё удалении (50 К). При этом в совершенном газе сформировавшийся импульс температуры еще меньше, чем на значительном удалении от критической точки для газа Ван-дер-Ваальса. Стоит отметить, что вдали от критической точки характер распределения и высота импульсов температуры приближается к их значениям для совершенного газа.

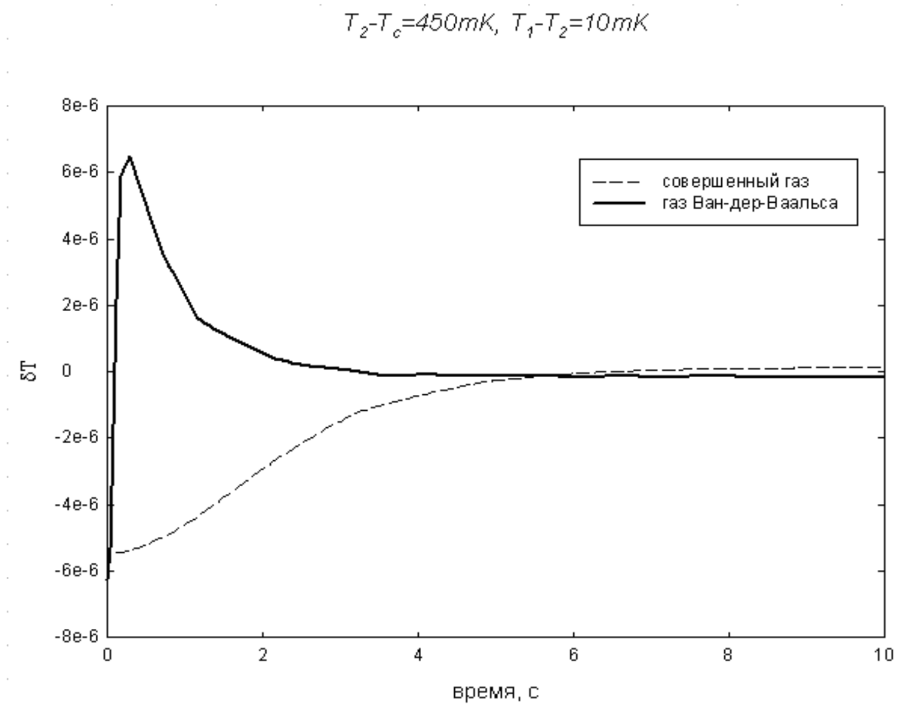


Рис. 4. Зависимость среднего значения возмущения температуры в центре расчетной области от времени (в секундах) для газа Ван-дер-Ваальса (сплошная линия) и совершенного газа (пунктирная линия)

Рассчитанные временные распределения температуры использовались для нахождения аналогичной зависимости для средней температуры в центре исследуемой области. На рис 4 представлена зависимость от времени среднего значения возмущений температуры для случая газа Ван-дер-Ваальса и совершенного газа. В случае газа Ван-дер-Ваальса наблюдается быстрый рост, а затем довольно быстрый спад температуры. В совершенном газе в этот период времени происходит относительно медленный подъем температуры. На больших временах температура в том и другом случае стремится к конечной (средней по объему) величине.

Заключение

На основе точных решений линеаризованной системы уравнений Навье-Стокса, полученной методом возмущений механического равновесия, проведено исследование особенностей процесса распространения возмущений температуры, плотности, скорости и давления в замкнутом объеме среды вблизи термодинамической критической точки. В качестве уравнения состояния использовались уравнения состояния совершенного газа и газа Ван-дер-Ваальса. Полученное решение показало, что при приближении к критической точке происходит аномальное ускорение прогрева толщи среды и замедление темпа релаксации волн.

Предложенный метод возмущений механического равновесия уравнений Навье-Стокса может быть применен для исследований особенностей распространения возмущений термодинамических параметров, вызванных лазерно-индуцированным нагревом сверхкритического флюида, и имеет несомненные преимущества перед прямым численным расчетом на больших временах с точки зрения экономии машинного времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-01-02012).

Список литературы

1. Лазерно-индуцированный тепло- и массоперенос в около- и сверхкритических средах в условиях гравитации

и микрогравитации / Итоговый отчет по проекту РФФИ 09-08-13689-офи_ц. 2010.

2. Численное исследование распространения возмущений бесконечно малой и конечной амплитуды в областях с аномальными термодинамическими свойствами../ Препринт № 984. – Москва, ИПМех РАН, 2011. – 84 с.

3. Горбунов А.А. Об устойчивости механического равновесия газа в ограниченных объемах / Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. Спецвыпуск «Актуальные проблемы математической гидродинамики». – 2009. – С. 73.

4. Горбунов А.А., Емельянов В.М., Леднев А.К.. Аналитическое и численное исследование затухания слабых возмущений давления и температуры в замкнутом объеме сверхкритической среды // Сборник тезисов. Вычислительный эксперимент в аэроакустике: Третья открытая всероссийская науч.-практ. конф. г. Светлогорск Калининградской обл. – МАКС Пресс, 2010. – С. 28.

5. Горбунов А.А., Никитин С.А., Полежаев В.И.. Об условиях возникновения конвекции Рэлея-Бенара и теплообмене в околокритической среде // Изв. РАН. МЖГ. – 2007. – № 5. – С. 30.

6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука. – 1977.

7. Garrabos Y., Beysens D., Lecoutre C., Dejoan A., Polezhaev V., Emelianov V. Thermoconvection phenomena induced by vibrations in supercritical SF6 under weightlessness // Phys. Rev. E. – 2007. Vol. 75. – P. 056317.

8. Emelyanov V., Gorbunov A. and Lednev A. The study of Heat Transfer in a Closed Domain of Supercritical SF6 with the Laboratory and Numerical Instruments // Third International Symposium on Physical Sciences in Space (3rd ISPS). Nara, Japan. – Nara-Ken Public Hall, 2007. – P. 435.

9. Zhong F. and Meyer H., Density Equilibration near the Liquid-Vapor Critical Point of a Pure Fluid: Single Phase T>Tc, // Phys. Rev. E, 51, 4, – 1995.

10. Farouk B., Lin Y., and Lei Z. Acoustic Wave Induced Flows and Heat Transfer in Gases and Supercritical Fluids // Advances in Heat Transfer. – 2010. Vol. 42. – P. 1.