УДК 530.182 +537.6

СОЛИТОНЫ В СПИРАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЕ И СПОСОБЫ ИХ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Киселев В.В., Расковалов А.А.

Институт физики металлов имени М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, e-mail: kiseliev@imp.uran.ru, raskovalov@imp.uran.ru

В рамках модели sine-Gordon дан анализ строения и свойств солитонов в спиральных структурах магнетиков. Показано, что пульсирующий солитон (бризер) неразрывно связан со своим окружением: даже когда его скорость равна нулю, он способен вызывать интенсивные колебания доменных стенок (кинков) структуры. Установлено, что движение бризера сопровождается деформациями решетки кинков, что может проявляться в образовании вытянутых участков, которые можно трактовать как «предвестники» и »хвосты» бризера. Обсуждаются возможности наблюдения и возбуждения бризеров в спиральных структурах магнетиков и мультиферроиках.

Ключевые слова: спиральная структура, солитоны, бризер, модель sine-Gordon

SOLITONS IN THE SPIRAL MAGNETIC STRUCTURES AND THE METHODS OF THEIR EXCITING

Kiselev V.V., Raskovalov A.A.

M.N. Miheev Institute of Metal Physics, UB RAS, Ekaterinburg, e-mail: kiseliev@imp.uran.ru, raskovalov@imp.uran.ru

In the framework of sine-Gordon model, the complete analysis of structure and properties of the solitons in the spiral magnetic structures is given. It is shown, that a pulsating soliton (a breather) is inseparable from its environment: even if its velocity is zero, it can cause an intensive oscillations of the domain walls (kinks) of the structure. It is found, that the motion of the breather is accompanied by deformations of the kink lattice. That can lead to the formation of extended regions which can be treated as the «precursors» and «tails» of the breather. The possibilities of observing and exciting the solitons in the spiral structures of magnets and in multiferroics are discussed.

Keywords: spiral structure, solitons, kink, breather, sine-Gordon

В последние годы растет интерес к нелинейным явлениям в магнетиках и мультиферроиках со спиральной (полосовой доменной) структурой. Спиральная структура представляет собой сильно нелинейное неоднородное основное состояние среды, которое теоретически описываются одномерной решеткой солитонов (решеткой 2π -кинков). При описании магнетиков и мультиферроиков с геликоидальной или циклоидальной спиновой структурой наиболее популярна модель sine-Gordon:

$$\partial_t^2 \Phi - \partial_z^2 \Phi + \sin \Phi = 0.$$
 (1)

Угол Ф характеризует распределение вектора ферро- или антиферромагнетизма. Например, в ферромагнетике без центра инверсии с анизотропией типа «легкая плоскость» (соединение $Cr_{1/3}NbS_2$) вектор ферромагнетизма $\mathbf{M} \approx M_0(\cos \Phi, \sin \Phi, 0)$, где M_0 – номинальная намагниченность.

[•] В безразмерных переменных плотность энергии магнетика с модулированной структурой принимает вид [3-5]:

$$w = \frac{1}{2} \left[\left(\partial_z \Phi \right)^2 + \left(\partial_t \Phi \right)^2 \right] + q \partial_z \Phi + \left(1 - \cos \Phi \right).$$

Управляющий параметр *q* зависит от температуры или внешнего поля (электрического или магнитного). В зависимости от величины *q*, минимуму энергии отвечает либо однородное распределение параметра порядка $\Phi = 0 \pmod{2\pi}$, либо спиральная структура, которая описывается эллиптической амплитудой Якоби: $\Phi = \varphi_0(z) = \pi - 2am(\chi, k)$ с модулем $k (k_2 \le 1)$, где $\chi = z/k$ (рис. 1). На периоде $L_0 = 2Kk$ функция $\varphi_0(z)$ изменяется на 2π . Ее изменения сосредоточены в узкой области $l_0 = 2K'k / \pi << L_0$, где K = K(k) и K' = K(k') – полные эллиптические интегралы первого рода; $k' = \sqrt{1-k^2}$.

В [3-5] сформулирована модификация метода обратной задачи рассеяния, пригодная для полного исследования солитонов и волн в спиральной структуре при локализованных начальных возмущениях и заданных граничных условиях на бесконечности. В данной работе результаты работ [3-5] дополнены подробным анализом особенностей пульсирующих солитонов – бризеров. Детальное исследование строения солитонов позволяет предложить способы их возбуждения в спиральной структуре магнетиков без центра инверсии.

INTERNATIONAL JOURNAL OF APPLIED AND FUNDAMENTAL RESEARCH № 12, 2015



Рис. 1. Основное состояние магнетика со спиральной структурой

Бризер в спиральной структуре. Аналитическое решение для бризера на фоне структуры имеет вид [3-5]:

$$\Phi(z,t) = \varphi_0 \left(\chi + \frac{\Delta}{2} \right) + 4 \operatorname{Arctg} \left[\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \left(\frac{|m_1|^2 - |m_2|^2}{|m_1|^2 + |m_2|^2} \right) \right],$$

$$\Delta = -4 \operatorname{Re}\mu, \ \alpha = \operatorname{am}(\mu, k) + \operatorname{am}(\mu^*, k); \qquad (2)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_1(\overline{\chi}) \exp(y + i\gamma) + b_2(\overline{\chi})}{a_2(\overline{\chi}) - b_1(\overline{\chi}) \exp(y + i\gamma)}, \ y + i\gamma = -Z(\mu, k)\chi + \frac{it}{k} \operatorname{dn}(\mu, k) + \ln c; \ \overline{\chi} = \chi + \frac{\Delta}{2};$$

$$b_1 = \operatorname{ig}(\overline{\chi} + 2iK' + \mu) \exp[-\eta_3(\overline{\chi} + iK' + \mu) - \eta_1\overline{\chi}\mu/K], \ a_1 = \operatorname{g}(\overline{\chi} - \mu) \exp[-\eta_1\overline{\chi}\mu/K],$$

$$b_2 = \operatorname{ig}(\overline{\chi} + 2iK' - \mu) \exp[-\eta_3(\overline{\chi} + iK' - \mu) + \eta_1\overline{\chi}\mu/K], \ a_2 = \operatorname{g}(\overline{\chi} - \mu) \exp[\eta_1\overline{\chi}\mu/K].$$

Здесь с – комплексная постоянная интегрирования, Z(u, k) – зета-функция Якоби, $dn(\mu, k)$ – эллиптическая функция Якоби, $\sigma(u)$ и $\zeta(u)$ – сигма- и дзета-функции Вейерштрасса с периодами 2K,4iK'; $\eta_1 = \zeta(K), \ \eta_3 = (2iK') \ [1-2].$

m

 b_1

 b_{γ}

Образование бризера сопровождается макроскопическим фазовый сдвигом структуры $0 < k\Delta < 2L_0$, который явно входит в краевые условия задачи:

$$\Phi(z,t) \rightarrow \phi_0(\chi)$$
 при $z \rightarrow +\infty$;

$$\Phi(z,t) \to \phi_0(\chi + \Delta)$$
 при $z \to -\infty$. (3)

Комплексный параметр $\mu = -\rho + i \theta$ $(0 < \rho < K, |\theta| \le 2K')$ определяет скорость бризера $V = -\operatorname{Im} \operatorname{dn}(\mu, k) / \operatorname{Re} Z(\mu, k)$, ширину ограничивающих его доменных стенок, а также волновое число $p = \text{Im } Z(\mu, k) / k$ и частоту $\omega = \text{Redn}(\mu, k) / k$ пульсаций поля Ф в области локализации бризера. Предельная скорость бризера не превышает максимальной групповой скорости активационных спиновых волн на фоне структуры [8], которая в безразмерных переменных равна единице.

Поскольку первый член решения (2) не зависит от времени, амплитуда пульсаций бризера определяется вторым слагаемым. Ввиду того, что $|(|m_1|^2 - |m_2|^2)/(|m_1|^2 + |m_2|^2)| \le 1$, ЭТО слагаемое по величине не превышает 4 arctg| tg (α / 2) |= 2 | α |. Для неподвижного бризера параметр $\theta = 0$. Детальный анализ показывает, что амплитуда неподвижного бризера в точности равна $2 |\alpha| = 4 \text{ amp}$.

Неподвижный бризер наиболее удобен для наблюдения. При $0 < \rho \le 0.2K$ он представляет собой протяженную область малоамплитудных колебаний поля Ф около равновесных положений слабодеформированной структуры. При $0,2K < \rho < K$ колебания бризера локализуются в конечной области – в его ядре. Центр бризера сдвигается вдоль спиральной структуры при изменении параметра ln|c|. Нагляднее всего случай, когда область интенсивных колебаний попадает внутрь одного из доменов структуры (рис. 2). На рис. 2 сплошной, штриховой и пунктирной линиями отмечены положения бризера в различные моменты времени. В асимптотике при $z \to \pm \infty$ бризер выходит на фоновую структуру (3), изображенную штрих-пунктиром.

Взаимодействие ядра бризера со структурой оказывается важным и проявляется в новых свойствах всей системы. Прежде всего ядро бризера отодвигает от себя ближайшие кинки спиральной структуры. Так при $\rho = K/2$ оно колеблется в пределах домена, длина которого в терминах $\chi = z/k$ больше периода 2*K* спиральной структуры и составляет величину порядка 3*K*. Именно в этом кроется причина сдвига Δ в краевых условиях (3) задачи при образовании бризера в решетке кинков. Сдвиг Δ связан с параметром ρ соотношением: $\Delta = 4\rho$.

В отличие от бризера на однородном фоне, ядро бризера в структуре не только пульсирует, но и совершает дополнительные малые колебания между стенками протяженного домена. Протяженный домен играет роль резонатора. Половинки ядра бризера по-разному деформируются в ходе колебаний центра бризера вдоль такого резонатора. Продольные колебания ядра бризера передаются ближайшим к нему кинкам структуры.

На больших расстояниях от ядра поле Φ неподвижного бризера имеет узлы, расположенные в точках:

$$\chi_n = 2K(1+n) - \rho, \quad n = 0, 1, 2, 3... \quad \chi_n >> 1,$$

$$\chi_m = -3\rho - 2Km, \quad m = 0, 1, 2, 3... \quad \chi_m << -1.$$

Доменные стенки располагаются между узлами (жирные точки на рис. 2). Все четные (нечетные) стенки структуры колеблются в фазе по отношению друг к другу и в противофазе по отношению к нечетным (четным) стенкам, что отражено выбором направлений стрелок на рис. 2. Числа в кружочке нумеруют доменные стенки. Ядро бризера колеблется между узловыми точками $\chi = -3\rho$ и $\chi = 2K - \rho$. В некоторые моменты времени ядро принимает форму «плато» протяженностью $2K + 2\rho$. Плато образует с осью Oxмалый угол 9: $tg \vartheta \approx \vartheta = -\phi_0(\rho) / (K + \rho)$. Ближайшие к ядру стенки (с номером n = 1) колеблются в противофазе с ядром. Колебания последующих стенок (с номерами n = 2, 3...) экспоненциально убывают с ростом их номера. Частота колебаний стенок равна частоте бризера.

Для соединения $Cr_{1/3}NbS_2$ зависимость периода спиральной структуры L_0 от модуля k (управляющего параметра q) хорошо описывается моделью sine-Gordon [10]. Примем за материальные параметры этого соединения значения, использованные в работах [6, 10]. Тогда при 0,2*K* ≤ ρ ≤*K* для частоты пульсаций бризера получим оценку $v \propto 10^7 - 10^8$ Гц. Отсюда следует, что бризер в спиральной структуре можно обнаружить по поглощению СВЧ-мощности на характерных частотах его пульсаций. Эти частоты попадают в энергетическую щель спектра активационных и голдстоуновских стоячих линейных волн на фоне структуры.

В общем случае движущегося бризера, его структура как целого существенно

зависит от соотношения поступательной скорости бризера V и фазовой скорости $m_{ph} = \omega/p$ волновых процессов в его ядре. VПри V < V_{ph} деформации спиральной структуры подстраиваются к пульсациям бризера. В ходе движения ядра бризера пульсации его поля «перетекают» из одного домена структуры в соседний подобно тому, как это происходит при сближении бризера с отдельной доменной стенкой на однородном фоне [3]. При $V > V_{ph}$, напротив, деформации фоновой структуры отстают от изменения ядра бризера (см. рис. 3). При этом происходит следующее. Вначале движение ядра немного замедляется деформацией структуры на переднем фронте бризера. В некоторый момент времени центр ядра бризера достигает предельного значения (точка А), после чего левый край ядра (точка *B*) «отрывается» от фоновой структуры. Начиная с этого момента, левый край бризера ведет себя как центр нового ядра, в то время как центр прежнего ядра становится краем доменной стенки. Новый центр ядра немного замедляется. Поэтому на рис. 3 он начинает «подниматься» вверх по ступенькам структуры. В результате перед ядром образуется «предвестник» бризера в виде деформаций спиральной структуры. Ядро бризера «поднимается» до максимального уровня В', а затем начинает наращивать свою скорость, вследствие чего «предвестник» сокращается и в некоторый момент исчезает. Тогда весь бризер оказывается локализованным в пределах своего ядра. Однако далее бризер по инерции «проскакивает» это состояние и, двигаясь с замедлением, оставляет после себя квазистатический «хвост». Иными словами, при *V* > *V*_{*nb*} поступательное движение ядра бризера сопровождается его колебаниями вдоль структуры с поочередным образованием «предвестников» и »хвостов» из ее квазистатических деформаций.

В мультиферроиках спиральное магнитное упорядочение сопровождается образованием решетки солитонов электрической поляризации. Они модулируют диэлектрическую проницаемость среды. Поэтому деформации спиральной структуры при возбуждении в ней солитонов можно визуализировать не только магнитооптическими, но и оптическими методами. Кроме того, бризер в мультиферроике можно обнаружить путем фиксации локальных электрических полей от его ядра. При движении ядра содержащий его удлинненный домен перемещается по структуре со скоростью $V = -\operatorname{Im} \operatorname{dn}(\mu, k) / \operatorname{Re} Z(\mu, k) .$

INTERNATIONAL JOURNAL OF APPLIED AND FUNDAMENTAL RESEARCH № 12, 2015



Рис. 2. Неподвижный бризер на фоне спиральной структуры в случае, когда его центр совпадает с серединой одного из доменов



Рис. 3. «Хвосты» и »предвестники» движущегося бризера

Возбуждение бризера в спиральной структуре. Проведенный анализ подсказывает пути возбуждения бризера в спиральной структуре. Необходимо посредством внешних полей удлинить и возмутить один из доменов структуры так, чтобы он стал резонатором для бризера. Это можно сделать посредством модуляций внешнего поля.

Данные соображения можно подтвердить расчетом. Зададим начальное возмущение спиральной структуры в виде ступеньки шириной *d* и высотой 2*f*:

$$\Phi(z,t=0) = \phi_0(\chi + \Delta)$$
 при $\chi < \chi_0$,

 $\Phi(z,t=0) = 2f = \text{const}$ при $\chi_0 < \chi < \chi_1$,

$$\Phi(z,t=0) = \phi_0(\chi)$$
 при $\chi > \chi_1$,

где $\chi_0 = r - K$, $\chi_1 = 2K - r$, $\chi_1 - \chi_0 = d = 2 (K - r) + \Delta$. Согласно [7, 9], начальные возмущения могут генерировать бризер только при условии

$$\operatorname{cth}\left(\frac{\xi k d}{2}\right) + \frac{k}{\xi}\operatorname{sn}(\rho, k)\operatorname{sn}(r - \rho, k)\operatorname{cos} f = 0,$$
$$\xi = \sqrt{\operatorname{cos}^2 f - \operatorname{cn}^2(\rho, k)}.$$
(4)

Здесь sn(ρ , k), cn(ρ , k) – эллиптические функции Якоби с модулем k. Величина K – $r(0 \le r \le K)$ определяет смещение ступеньки относительно структуры. При r = K ступенька моделирует начальное возмущение одного из доменов структуры длиной $d = \Delta$. Согласно численному моделированию, такая ступенька порождает бризер, начиная с по-

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ № 12, 2015 роговых значений ее высоты $2f \ge 3am(\rho,k)$. В случае $4am(\rho,k) < 2f \ge 6am(\rho,k)$ начальное возмущение сначала снижает амплитуду до уровня $A = 4am(\rho,k)$, сбрасывая избыток энергии в виде диспергирующих волн. Затем из него формируется неподвижный бризер, ядро которого располагается в середине резонаторного домена. Когда высота ступеньки $2f \ge 6am(\rho,k)$, она распадается на два бризера, движущихся в противоположных направлениях.

Аналитический расчет (4) дает близкие результаты. А именно, если задать ступеньку высоты $2f \propto 4 \operatorname{am}(\rho, k)$, то уравнение (4) имеет решения, когда параметр ρ лежит в интервале $1,8K \le \rho \le 2,5K$. При этом $\Delta = 4\rho = d$. Мы полагаем, что эти результаты можно использовать для планирования экспериментов по обнаружению бризерных возбуждений в магнетиках и мультиферроиках со спиральной или циклоидальной спиновой структурой.

Авторы выражают благодарность С.В. Баталову за помощь в проведении численных расчетов.

Работа выполнена в рамках проекта УрО РАН №15-8-2-7 «Локализованные структуры, солитоны и их возбуждение в конденсированных средах».

Список литературы

1. Ахиезер А.И. Элементы теории эллиптических функций. – М.: Наука, 1970. – 304 с.

 Бейтмен Г., Эрдейи А. Эллиптические и автоморфные функции, функции Ламе и Матье. – М.: Наука, 1967. – 300 с.

3. Борисов А.Б., Киселев В.В. Квазиодномерные магнитные солитоны. – М.: Физматлит, 2014. – 520 с.

4. Киселев В.В., Расковалов А.А. Нелинейная динамика квазиодномерной спиральной структуры // ТМФ. – 2012. – Т. 173. № 10. – С. 268–292.

5. Киселев В.В., Расковалов А.А. Нелинейные коллективные возбуждения в геликоидальных магнитных структурах // ФММ. – 2012. – Т. 113. № 12. – С. 1180–1192.

6. Киселев В.В., Расковалов А.А. Стоячие спиновые волны и солитоны в квазиодномерной спиральной структуре // ЖЭТФ. – 2013. – Т. 143. № 2. – С. 313–321.

7. Киселев В.В., Расковалов А.А. Солитоны электрической поляризации в мультиферроиках // ФТТ [в печати].

8. Ковалев А.С., Герасимчук И.В. Нелинейная локализация возбуждений и динамика солитонов в самомодулированных системах // ЖЭТФ. – 2002. – Т. 122. № 5. – С. 1116–1124.

9. Kiselev V.V., Raskovalov A.A. Solitons and nonlinear waves in the spiral magnetic structures // Chaos, Solitons&Fractals [направлена в печать].

10. Togawa Y., Koyama T., Takayangi K., Mori S., Kousaka Y., Akimitsu J., Nishihara S., Inoue K., Ovchinnikov A.S. and Kishine J. Chiral magnetic soliton lattice on a chiral helimagnet // Phys. Rev. Lett. 2012. – Vol. 108. – P. 107202 (1-5).