УДК 519.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕВОЗОК ПРИГОРОДНОГО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Бутырин О.В., Бутырина Ю.О., Тирских В.В.

ФГБОУ ВПО Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, e-mail: butirin_ov@irgups.ru

Актуальность работы обусловлена известными проблемами деятельности пригородных пассажирских компаний. Главными из таких проблем являются как задолженность по оплате за аренду локомотивного парка и за работу локомотивных бригад, так и задолженность за обслуживание инфраструктуры железной дороги. В результате оптимизации свое деятельности, пригородным компаниям приходиться отменять действующие маршруты, уменьшать количество вагонов в составе и численность локомотивных бригад. Данная работа дает ряд решений по перечисленным проблемам. Статья посвящена исследованию модели пассажирских перевозок пригородным железнодорожным транспортом. Обосновывается выбор теории систем массового обслуживания как основного метода исследования рассматриваемого процесса. В работе приведены примеры, реализующие модель пассажирских перевозок. Результаты расчётов позволят компаниям, занимающимся перевозками пригородным железнодорожным транспортом улучшить обслуживание пассажиров, снизить ресурсные издержки, повысить эффективность работы.

Ключевые слова: математическое моделирование, линейное программирование, граф переходов состояний, распределение Пуассона

MATHEMATICAL MODELING OF PROCESS OF TRANSPORTATIONS OF SUBURBAN RAILWAY TRANSPORT

Butirin O.V., Butirina Y.O., Tirskikh V.V.

FGBOU VPO Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, e-mail: butirin_ov@irgups.ru

Relevance of the work is due to known problems activities suburban passenger companies. Chief among these problems are debt to pay for the rental of the locomotive fleet, for the work of locomotive crews and the debt service of the railway infrastructure. As a result of optimization of its activities, suburban companies compelled cancel the existing routes, reducing the number of cars in the train and number of locomotive crews. This paper provides a some solutions to these problems. Article is devoted to constructing a model passenger commuter rail. The choice of theorems queuing systems as the primary method of research the process. The article contains examples of implementing the model of passenger traffic. The results of calculations allow companies engaged in transportation commuter rail to improve passenger service, reduce resource costs, improve work efficiency.

Keywords: mathematic modeling, linear programming, state transition graph, Poisson distribution

В рамках реформы железнодорожного транспорта, утвержденной [1] постановлением Правительства Российской Федерации от 18.05.2001 г. № 384, отдельные направления деятельности ОАО «Российские железные дороги» передаются специально создаваемым для этого дочерним компаниям. Целью реформы является повышение эффективности деятельности ОАО «РЖД», оптимизация расходов и, как следствие, увеличение прибыли от той или иной деятельности. Организация перевозочного процесса базируется на планировании движения поездов на перегонах и размещении, прибывающих поездов на станциях.

Целью данной работы является разработка модели процесса перевозок пригородным железнодорожным транспортом, позволяющей определить узловые станции, рассчитать требуемое количество вагонов поезда, следующего между соответствующими узловыми станциями для снижения технических, материальных и трудовых издержек.

Постановка задачи

Процесс формирования пассажиропотока зависит от многих факторов случайной природы. Если рассматривать процесс формирования пассажиропотока как поток случайных событий, т.е. как простейший поток, то математическое описание данного потока можно получить в виде функции распределения случайных величин. Следовательно, основным методом решения рассматриваемой задачи является теория систем массового обслуживания (СМО) [2]. Теоретическим законом, характеризующим рассматриваемый поток, является распределение Пуассона:

$$p_n(t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (1)$$

где n – число состояний системы, λ – интенсивность потока.

В случае, когда система имеет конечное число состояний [3, 4], вероятности состояний $p_1(t)$, $p_2(t)$, $\ldots p_n(t)$ в момент времени t определяются из системы дифференциальных уравнений, имеющих вид

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij} p_j(t) - p_i(t) \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij},$$

$$i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (2)$$

где λ_{ij} $p_j(t)$ – поток вероятности перехода из состояния S_i в состояние S_j. Указанные уравнения составляются, пользуясь размеченным графом состояний системы и следуя следующему правилу – производная вероятности каждого состояния равна сумме всех потоков вероятности, переходящих из других состояний в текущее, минус сумма всех потоков вероятности, переходящих из текущего состояния в другие. Чтобы решить данную систему дифференциальных уравнений нужно задать начальное распределение вероятностей $p_1(0)$, $p_2(0)$, $\ldots p_n(0)$, сумма которых равна единице $\sum_{i=1}^{n} p_i(0) = 1$.

Исследование задачи

С учетом приведенных выше пояснений рассмотрим СМО на примере железнодорожной станции, на которую прибывают поезда, являющиеся потоком заявок. Если в момент времени прибытия поезда все пути заняты, то заявка получает отказ и остается не обслуженной. Следует уточнить, что не обслуженная заявка соответствует поезду, ожидающему освобождение железнодорожного пути на семафоре перед станцией.

Модель пригородного перевозочного железнодорожного процесса включает каждую станцию или остановочный пункт (далее – ОП) как отдельную двухканальную СМО с отказами (рис. 1).

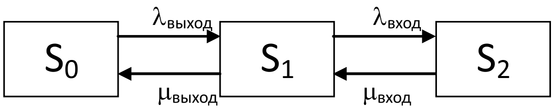

Рис. 1. Граф переходов состояний СМО для пригородного перевозочного ж.д. процесса

Здесь: $\lambda_{вход}$, $\lambda_{выход}$ – интенсивности пассажиропотока, соответствующие выходящим и входящим пассажирам; $\mu_{вход}$, $\mu_{выход}$ – интенсивности обслуживания выходящего и входящего пассажиропотока.

В данную модель необходимо включить интенсивности пассажиропотока, перемещаемого между ОП и интенсивности обслуживания при следовании. Тогда общий вид модели пригородного перевозочного железнодорожного процесса будет следующим (рис. 2).

Здесь λ_i – интенсивность пассажиропотока i-го ОП; μ_i – интенсивность обслуживания для i-го ОП; S_i – состояние системы соответствующих i-му ОП ($i = 0, 1, 2 \ldots, n$).

Причем $\lambda_i = \lambda_{выход} + \lambda_{вход} + \lambda_{следования}$ и $\mu_i = \mu_{выход} + \mu_{вход} + \mu_{следования}$ для i-го ОП. Так как параметры λ_i и μ_i находятся в прямой функциональной зависимости – чем больше пассажиропоток, тем большее время потребуется для его обслуживания, то достаточно определение только одного из этих параметров.

Также следует уточнить, что интенсивность пассажиропотока влияет на загруженность вагона и их количество, а то время, которое затрачивается на вход и выход будет определять занятость рассматриваемой СМО обслуживанием. В данном случае время следования между ОП следует исключить из параметров λ_i и μ_i, так как его значение может намного превышать значения других параметров суммы, если расстояние между ОП будет большим. Указанный показатель должен учитываться при расчете экономических параметров модели пригородного перевозочного процесса.

Приведем спецификацию модели пригородного перевозочного процесса на основе графа рис. 2.

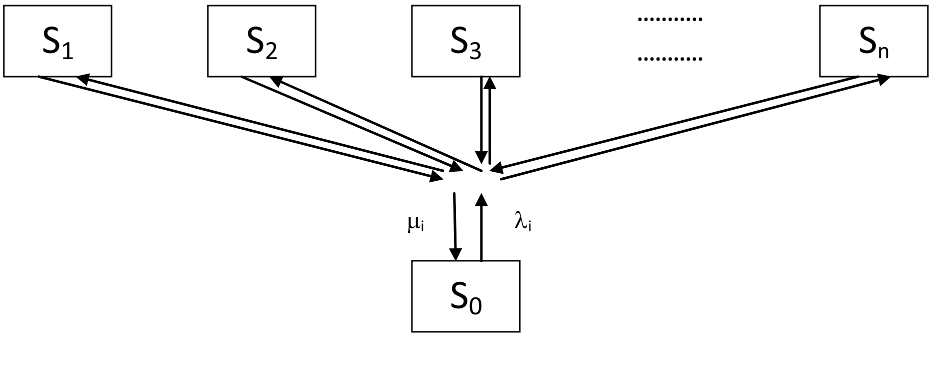

Рис. 2. Обобщенный граф переходов состояний системы

В соответствии с (2):

$$\begin{cases} \mu_1 p_1 - \lambda_1 p_0 = 0 \\ \mu_2 p_2 - \lambda_2 p_0 = 0 \\ \mu_3 p_3 - \lambda_3 p_0 = 0 \\ \mu_n p_n - \lambda_n p_0 = 0 \\ p_1 + p_2 + \ldots + p_{n-1} + p_n = A \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь: А – верхняя граница интерактивно задаваемого масштаба, например $A = 100$.

Система уравнений (3), решаемая методами Гаусса, предназначена для количественной оценки нахождения моделируемой СМО в соответствующем состоянии. Ключевая гипотеза, рассматриваемая в данной постановке – чем больше времени СМО i-го ОП занята обслуживанием пассажиропотока, тем выше вероятность нахождения СМО в рассматриваемом состоянии. По результатам статистических наблюдений количества пассажиропотока можно построить функцию распределения и проводить моделирование с ее помощью. В рамках данной работы ограничимся минимальным и максимальным значением времени обслуживания на i-ом ОП и в рассматриваемом диапазоне определим случайным образом несколько значений для оценки параметров нескольких вариантов модели СМО. Для каждого из определенных значений рассчитаем в соответствии с (3) новые значения p_i. Данная процедура нобходима для более точного определения узловых станций и должна проводится за несколько итераций, результаты которых поступают на дальнейшую обработку.

Рассчитанные значения p_i по каждой итерации становятся коэффициентами целевой функции следующей задачи линейного программирования (ЛП) [5]:

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_{ki} p_i = B, \;\; k = 0, 1, 2, \ldots, m, \qquad (4)$$

$$\alpha_{ki} \in \{0,1\}, \;\; k = 0, 1, 2, \ldots, m, \qquad (5)$$

$$\sum_{k}^{m} \sum_{i=0}^{n} \alpha_{ki} p_i \to \max. \qquad (6)$$

Здесь: B – количество ОП на которых моделируется положение узловой станции, например – станция отправления и назначения; α – неизвестные задачи ЛП.

Таким образом, сформулированная задача (4) – (6) сводится к нормальной задаче булевого программирования с n неизвестными переменными и n ограничениями-неравенствами. Для ее решения могут быть использованы, например, методы Гомори или ветвей и границ.

По результатам расчета если i-ый ОП имеет наибольшее количество распределенных значений «1», то он рассматривается как станция отправления или назначения. Также необходимо анализировать дисперсию результатов распределения по ОП. Если распределение носит неоднозначный характер, то дополнительно следует учитывать следующие факторы: статус пункта остановки (станция или ОП); возможность отстоя пригородного поезда на период до 12 часов (например в случае прибытия вечером и отстоя до утра).

Для преобразования задачи (4) – (6) к задаче целочисленного программирования ограничение (5) следует модифицировать, следующим образом:

$$\alpha_{ki} \le 1, \;\; q = 0,1,2,\ldots,m. \qquad (7)$$

c	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	ц.ф.
	P0	P1	P2	P3	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24	
x	0,497	5,582	3,717	2,508	4,412	4,401	3,492	3,076	5,982	2,899	3,298	7,703	4,79	2,399	1,384	4,826	2,615	4,067	5,391	5,939	5,913	4,398	5,653	5,059	100
y	лямбда	мю																							
y1	1	-0,089																							0
y2	1	0	-0,134																						-1E-16
y3	1	0	0	-0,198																					6E-17
y4	1				-0,113																				0
y5	1				0	-0,113																			0
y6	1				0	0	-0,142																		-6E-17
y7	1					0	0	-0,162																	1E-16
y8	1						0	0	-0,083																-2E-16
y9	1							0	0	-0,172															1E-16
y10	1								0	0	-0,151														1E-16
y11	1									0	0	-0,065													-8E-16
y12	1										0	0	-0,104												-6E-17
y13	1											0	0	-0,207											-6E-17
y14	1												0	0	-0,359										0
y15	1													0	0	-0,103									0
y16	1														0	0	-0,19								0
y17	1															0	0	-0,122							-2E-16
y18	1																0	0	-0,092						-2E-16
y19	1																	0	0	-0,084					3E-15
y20	1																		0	0	-0,084				2E-15
y21	1																			0	0	-0,113			0
y22	1																				0	0	-0,088		1E-15
y23	1																					0	0	-0,098	-1E-15
y24	1																						0	0	0,497

Рис. 3

1	ффициенты целевой фун																									ц.ф.
2																										58,8
3	1	5,37	4,15	4,07	3,46	4,2	4,23	2,97	6,15	2,69	5,02	5,98	4,91	3,69	1,9	4,98	2,02	3,46	2,79	6,34	5,54	4,94	5,92	4,73		6,34
4	2	3,53	5,08	2,87	3,12	3,92	5,77	4,02	7,88	4,78	4,06	5,89	2,44	5,37	1,86	3,78	2,3	5,74	3,42	6,75	4,93	4,51	4,43	3,05		7,88
5	3	5,14	2,19	2,92	2,59	6,45	3,73	4,02	5,94	3,18	4,27	5,1	3,93	4,47	3,41	2,83	3,1	3,24	5,38	6,58	7	3,73	6,33	3,96		7
6	4	3,24	2,07	4,09	3,05	5,37	4,08	1,97	4,69	4,61	2,78	6,5	5,22	3,15	3,05	3,82	4,35	4,25	3,85	7,11	6,61	5,74	4,38	5,55		7,11
7	5	2,65	1,89	4,78	5,25	4,07	3,72	3,21	7,18	5,39	4,49	7,07	2,18	4,88	2,67	4,46	4,95	2,9	2,98	6,38	5,56	3,91	4,05	4,91		7,18
8	6	3,42	2,58	5,07	4,3	5,93	2,93	4,69	6,52	3,93	4,93	5,19	3,09	3,24	2,18	2,57	2,02	3,05	5,42	7,96	4,92	4,87	5,86	4,8		7,96
9	7	3,35	3,83	5,03	4,66	5,13	4,64	4,74	7,31	5,09	3,85	4,7	4,98	4,69	1,97	3,15	1,82	4,85	2,62	6,35	5,76	3,57	3,95	3,48		7,31
10	8	4,02	4,85	2,94	2,49	3,95	4,39	4,58	4,81	4,92	3,81	5,73	1,88	4,98	2,15	5,66	3,69	4,44	2,55	8,02	5,73	3,76	5,45	4,73		8,02

Рис. 4

P1	P2	P3	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		1
																								0
0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	1	0	0	0		8

Рис. 5

Пример моделирования пассажирских перевозок

Пусть имеется данные о пассажиропотоке. На основе параметров вагонов, высоте платформы ОП, количестве вагонов пригородного поезда и других данных рассчитывается время на обслуживание пассажиропотока. Далее решается задача (3), общий вид которой представлен на рис. 3. Затем, используя метод решения системы линейных уравнений, определяются неизвестные p_i. Результаты расчета восьми вариантов решения задачи (3) представлены на рис. 4. Далее, в соответствии с алгоритмической схемой, решается задача ЛП (4) – (6), где: α_{ki} – неизвестные задачи ЛП; p_i – коэффициенты целевой функции, определенные в результате многократного решения задачи (3); $B = 1$ – количество ОП, на которых моделируется положение узловой станции. По результатам расчета (рис. 5) следует, что узловыми станциями необходимо считать ОП, соответствующие S_9 и S_{20}. Изменяя параметр B, можно получать различные варианты местоположения узловых станций с учетом приведенных условий постановки задачи. Введение производственных функций в задачу (4) – (6) позволит определить оптимальные маршруты следования пригородных поездов, снизить технические, материальные и трудовые издержки пригородной компании.

Заключение

Полученные результаты позволят своевременно реагировать на нештатные ситуации посредством принятия определенных управленческих решений в следующих случаях:

– при прогнозировании показателей пассажиропотока и времени его обслуживания в пригородных перевозках железнодорожным транспортом;

– на основе данных прогноза определять требуемое количество вагонов пригородного поезда и станции отправления и назначения.

Разработанные модели могут быть использованы в дальнейшем для определения рентабельности пригородных перевозок, снижения ресурсных издержек, повышения эффективности функционирования всего железнодорожного комплекса.

Список литературы

1. Постановление Правительства Российской Федерации от 18.05.2001 г. № 384 «О программе структурной реформы на железнодорожном транспорте».

2. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: КомКнига, 2005. – 400 с.

3. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.

4. Будылина Е.А. Системы массового обслуживания: марковские процессы с дискретными состояниями // Молодой ученый. – 2014. – № 6. – С. 145–148.

5. Бутырин О.В., Помогаев И.Е. Оптимизация в задачах планирования контроля состояния на железнодорожного пути // Транспортная Инфраструктура Сибирского Региона: материалы III Научно-Практической Конференции с международным участием. Том 1. – Иркутск: ИрГУПС, 2012. – С. 340–343.