УДК 533.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИССИПАЦИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПЯТЕН

Хлопков Ю.И.

ФГУП ЦАГИ «Центральный Аэрогидродинамический Институт им. Жуковского», e-mail: khlopkov@falt.ru;
ФГОУ ВПО «Московский физико-технический институт (государственный университет)», Москва

Настоящая работа посвящена развитию предложенной методики статистического моделирования турбулентности. Приведены эффективные расчеты эволюции статистической модели турбулентности, на примере задачи эволюции и взаимодействии «турбулентных пятен» произвольной формы. При реализации алгоритма для моделирования случайных величин был использован метод Монте-Карло.

Ключевые слова: метод прямого статистического моделирования, диссипация турбулентного пятна, интерференция турбулентных пятен

INVESTIGATION OF DISSIPATION OF TURBULENT SPOTS

Khlopkov Y.I.

Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), e-mail: khlopkov@falt.ru;
Moscow Institute of Physics and Technology (State university), Moscow

The present work is devoted to the development of the method of statistical modeling for turbulence flow. Effective calculations of the evolution of the statistical model for turbulence flow are presented. For example, the evolution and interaction of arbitrary shape «turbulent spots». With the implementation of the algorithm for the simulation of random variables was used the Monte Carlo method.

Keywords: direct simulation Monte-Carlo method, dissipation of turbulent spots, interference of turbulent spots

Вопросу теоретического описания турбулентных явлений посвящено множество монографий и научных статей, так как эта проблема оказывается неувядающей вот уже в течение более 150 лет. Время от времени появляются очень яркие новые идеи и методы, которые вдохновляют многочисленных исследователей на преодоление необычайных трудностей, связанных с пониманием сути проблемы. Тем не менее практическая важность хотя бы инженерного решения этой проблемы породила огромное число полуэмпирических моделей, в которых вопрос о сути проблемы не ставится, а делается подгонка результатов под определенный набор практически важных течений. При этом делается упор на описание средних моментов низкого порядка: средняя скорость, среднее давление, средняя кинетическая энергия, средние концентрации химических компонентов и т.п. Кроме того, развивалось моделирование, мотивацией которого была невозможность точного численного описания течений с очень большими числами Рейнольдса.

В свое время еще Прандтль обратил внимание на то, что имеется физическая аналогия между разреженным газом и турбулентной жидкостью. В качестве обобщения применения кинетических моделей в работе О.М. Белоцерковского, В.Е. Яницкого [1] была рассмотрена кинетическая модель описания турбулентности при помощи функции распределения, в которой аргументом является не молекулярная скорость ξ, как в разреженном газе $f = (t, r, \xi)$, а v – пульсации скорости жидкой частицы $f = (t, x, v)$. Тогда уравнение для функции распределения $f = f(t, x, v)$ описывается уравнением Онуфриева–Лундгрена [6, 7] для одномерного случая

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{2\tau_1}\frac{\partial}{\partial t}(vf) = \frac{f_M - f}{\tau_2} \quad (1)$$

здесь $v = \xi - u$ – пульсационная скорость, а $u = <\xi>$ – средняя скорость потока. Функция

$$f_M = \left(\frac{3}{2\pi q^2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{3v^2}{2q^2}\right]$$

является плотностью вероятностей нормального закона распределения пульсаций скорости, $q^2 = \left\langle v_x^2 + v_y^2 + u_z^2 \right\rangle$ – удвоенное среднее значение удельной кинетической энергии этих пульсаций E. Уравнение (1) очень похоже на модельное кинетическое уравнение Крука [5]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi\frac{\partial f}{\partial x} = \gamma\left(f_0 - f\right) \quad (2)$$

где γ – чистота столкновений. Форма уравнения для сплошносредных пульсаций (1), аналогичная кинетическому релаксационному уравнению, подкупает тем, что открывает возможность использовать аппарат методом Монте-Карло, хорошо развитый в динамике разреженных газов [2, 3, 8, 12, 13].

Модель описания турбулентности

В качестве обобщения применения кинетических моделей в сплошной среде была сделана попытка описания турбулентных явлений. В частности, исследовался пример диссипации турбулентного пятна. Здесь, как и в динамике разреженного газа, решается проблема на уровне функции распределения. Только теперь аргументом является не молекулярная скорость ξ, а пульсации скорости жидкой частицы v. Еще Прандтль обратил внимание, что имеется аналогия между разреженным газом и турбулентной жидкостью.

В модели Яницкого каждая частица в ячейке имеет новое качество (таблица). Жидкая частица, как и прежде, характеризуется физическими координатами и скоростью. Для этой функции распределения предлагается модель кинетического уравнения, аналогичная модельному уравнению в динамике разреженных газов.

Для описания турбулентности используется релаксационное кинетическое уравнение Онуфриева–Лундгрена [6, 7]. Главная цель рассмотрения состояла в сохранении основных принципов прямого статистического моделирования.

Задача о диссипации турбулентного пятна

Численно решалась задача о диссипации пятна, чья энергия первоначально сконцентрирована в области с характерным радиусом r_0, рис. 1, характерный радиус пятна $r_*(t)$ и плотности турбулентной энергии E_m (t) в центре пятна. Начальные данные:

$$E_0(r) = E_m^{(0)} \exp\left[-\frac{r^2}{r_0^2}\right]$$

$$f(0, r, v) = f_0(z, v)$$

$$f_0(r, v) = \left(\frac{3}{2\pi E_0}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{3v'^2}{4E_0(r)}\right].$$

Сравнение с экспериментальными данными приведено на рис. 2 ($\overline{r_*} = r_*(t)/r_0$, $\overline{E}_m(t) = E/E_0$).

Описание среды посредством функции распределения

Динамика разреженного газа	Турбулентность
Частицы	
Молекулы r_i, координаты молекул c_i, скорости молекул	Жидкие частицы x_i, координаты частиц v_i, скорости пульсаций
Функция распределения	
Для молекул $f = f(t, r, c)$ $\int f dc = \rho$, плотность	Для жидких частиц $f = f(t, x, v)$ $\int f dv = 1$, нормировка
Моменты	
$\frac{1}{\rho}\int c f dc = u$, макроскопическая скорость $(c–u)$, тепловая скорость	$\int v f dv = u$, средняя скорость $(v–u)$, флуктуации

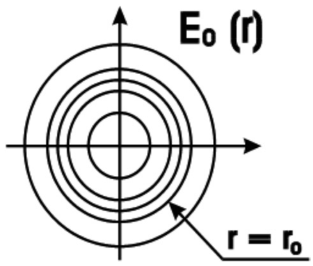

Рис. 1. Диссипация турбулентного пятна (начальная область)

Кинетические модели турбулентности более информативны, так как они описывают пульсации на уровне функции распределения. Подобный подход к описанию турбулентности представляется перспективным, поскольку позволяет учитывать крупномасштабные турбулентные процессы непосредственно от схем уравнений переноса, а мелкомасштабные пульсации с помощью прямого статистического моделирования.

Интерференция турбулентных пятен

В рамках выше описанной модели Белоцерковского-Яницкого-Онуфриева решалась задача о взаимодействии эволюционирующих турбулентных пятен. Соответственно физическим процессам схема моделирования эволюции модели на малом временном интервале Δt, представляет собой последовательность трех этапов [2, 4].

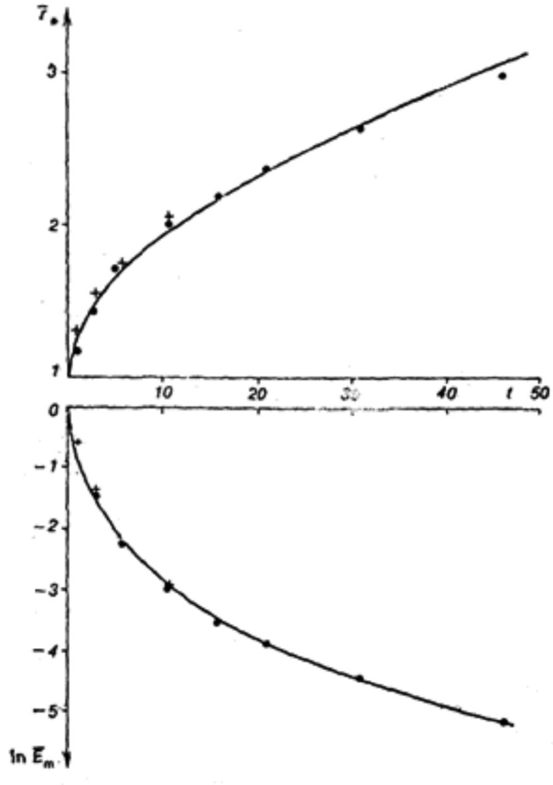

Рис. 2. Диссипация турбулентного пятна.
---- данные эксперимента (Naudasher), + прямое моделирование)

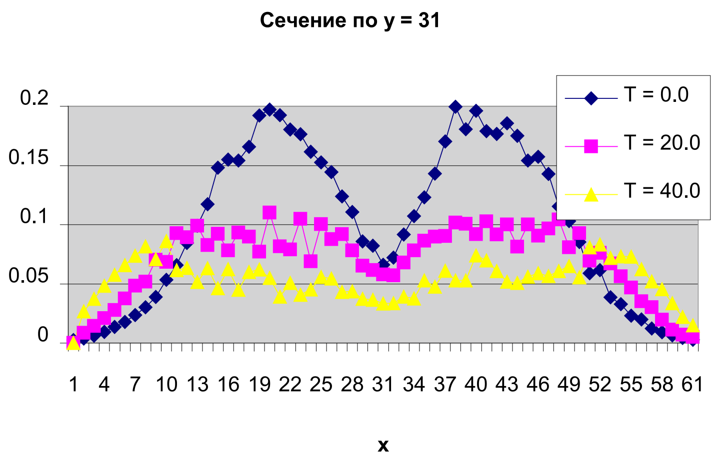

Рис. 3. Взаимодействие двух тубулентных пятен (распределение энергий) [9–11]

Ввиду большого вычислительного объёма задачи моделирование проводилось на многопроцессорной системе МВС-1000. Распараллеливание алгоритма осуществил аспирант А. Букин. Суть алгоритма, как для всех вариантов методов Монте-Карло довольно проста. На всех процессорах независимо друг от друга организовывается статистическое моделирование. По истечение времени установления решение усредняется по всем процессорам. На рис. 3 показаны распределения удельной энергии взаимодействующих пятен по времени $t = 0, 20, 40$ с по оси y.

Представлены графики зависимости энергии в центре пятна в зависимости от времени. На рис. 4 представлена зависимость логарифма отношения энергии в центре к его начальному значению от времени полученная из нашего эксперимента, а так же этаже зависимость, полученная из лабораторных экспериментов Наудашера [14]. На рис. 5 показаны отнормированные кривые удельной энергии в момент времени $t = 0$ и $t = 34$. Как видно, происходит «расползание» пятна вдоль радиуса.

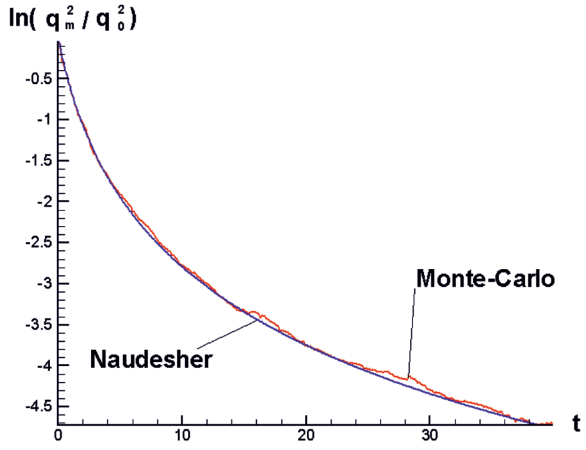

Рис. 4.

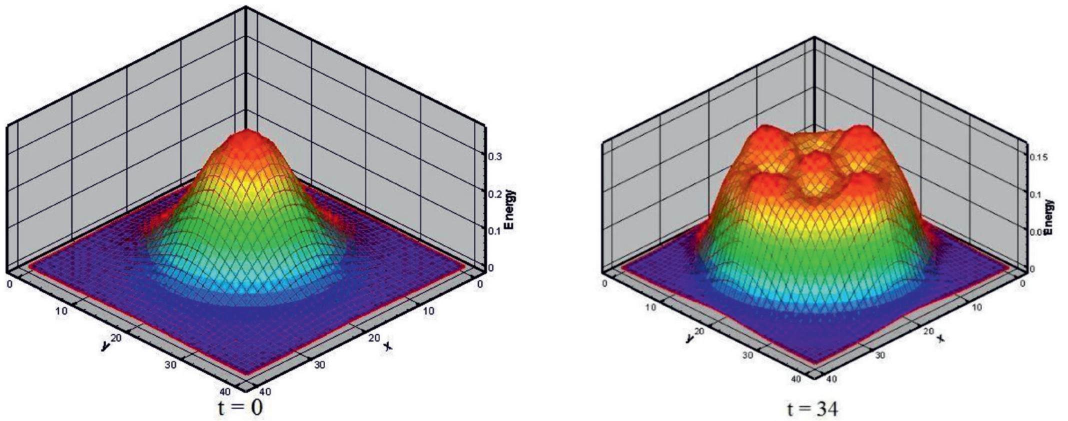

Рис. 5. Распределение удельной энергии в турбулентном пятне (t = 0 и t = 34) [9–11]

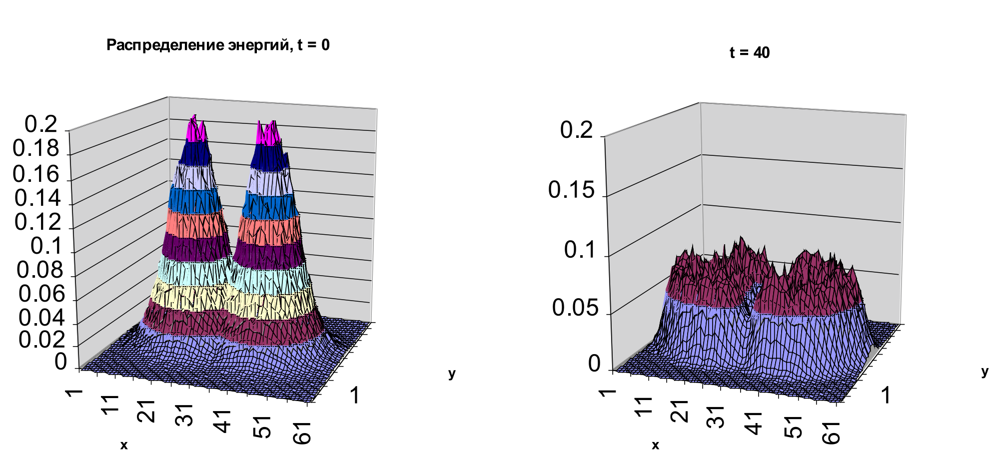

Рис. 6. Распределение удельной энергии при интерференции двух пятен [9–11]

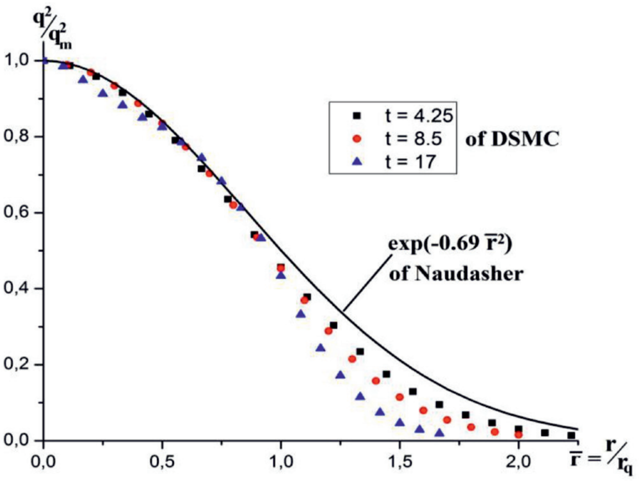

Рис. 7. Распределение энергии по относительному радиусу пятна

Это обусловлено смещением более быстрых частиц из центра к краям области. На рис. 6 приведено распределение удельной энергии пульсаций, при интерференции двух турбулентных пятен. В расчёте также получено распределение энергии по радиусу пятна в моменты времени $t = 4.25$, 8.5, 17 и сравнены с экспериментом Наудашера [14] (рис. 7).

Выводы

В результате проведенной работы был реализован алгоритм статистического моделирования и исследован применительно к задаче о турбулентном пятне. Тестовые задачи были обсчитаны на многопроцессорном компьютере MVS-1000 в Институте Автоматизации Проектирования РАН. Решены задачи о диссипации турбулентного пятна (проблему можно интерпретировать как дальний след в несжимаемой жидкости) и интерференции двух пятен.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ проект № 14-07-00564 А).

Список литературы

1. Белоцерковский О.М., Яницкий В.Е. Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа. 1. Основы построения метода // ЖВМиМФ. – 1975. – Т. 15, № 5. – С. 1195–1208; 2. Вычислительные аспекты метода. – № 6. – С. 1553–1567.

2. Белоцерковский О.М., Хлопков Ю.И. Методы Монте-Карло в механике жидкости и газа. – М.: Азбука, 2008. – 329 с.

3. Берд Г.А. Молекулярная газовая динамика. – М.: Мир, 1981.

4. Вьюнг Т.В., Букин А.С., Хлопков Ю.И. Об одном методе описания турбулентных течений. Труды Московского физико-технического института. – 2014. – Т. 6, № 4. – С. 168–176.

5. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. – М.: Наука, 1967.

6. Онуфриев А.Т. О модельном уравнении для плотности вероятности в полуэмпирической теории турбулентного переноса / Турбулентные течения. – М.: Наука. – 1977. – С. 110–117.

7. Онуфриев А.Т. Об уравнениях полуэмпирической теории турбулентного переноса // Ж. прикл. механ. и техн. физ. – 1970. – № 2. – С. 62–72.

8. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. – М.: МФТИ, 2006. – 156 с.

9. Хлопков Ю.И., Вьюнг Ван Тьен, Букин А.С. Исследование диссипации турбулентных пятен с помощью метода Монте-Карло // Труды 56-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – Жуковский, 2013. – С. 29–31.

10. Хлопков Ю.И., Букин А.С., Вьюнг Ван Тьен Исследование интерференции турбулентных пятен с помощью метода Монте-Карло // Материалы международной научно-практической конференции «Наука и общество в современных условиях». – Уфа, 2013. – С. 223-225

11. Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л. Путеводитель по турбулентности – «Турбо Поиск» // Материалы международной научно-практической конференции «Наука и технологии в современном обществе». Уфа, 2014. – С. 60–63.

12. Численные методы в теории разреженных газов / под ред. В.П. Шидловского. – М.: ВЦ АН СССР, 1969.

13. Belotserkovskii O.M., Khlopkov Yu.I. Monte Carlo Methods in Mechanics of Fluid and Gas, World Scientific Publishing Co. New Jersey, London, Singapore, Beijing, Hong Kong, 2010.

14. Naudasher E. Flow in the wake of self-propelled body and related sources of turbulence // J. Fluid Mech. – 1965. – V. 22, № 4. – P. 625–656.