

УДК. 621.01

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ
ДВУХКОРОМЫСЛОВОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТОМ МАССЫ
УПРУГОГО ШАТУНА**

¹Уалиев З.Г., ¹Уалиев Г., ²Уалиева И.М.

¹Казахский Национальный педагогический университет им. Абая, Алматы,
e-mail: z.ualiyev@mail.ru;

²Международный университет Информационных технологий (МУИТ), Алматы,
e-mail: i.ualiyeva@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы движения механизмов с упругим шатуном. Получены математические выражения для определения упругих перемещений шатуна. Показана зависимость угла поворота ведомого звена от изменения длины шатуна.

Ключевые слова: математическое моделирование, двухкоромысловый механизм, упругий шатун

**MATHEMATICAL MODELING OF THE MOVEMENT TWO ARM MECHANISMS
TO TAKE INTO ACCOUNT THE MASS OF THE ELASTIC ROD**

¹Ualiyev Z.G., ¹Ualiyev G., ²Ualiyeva I.M.

¹Kazakh National Pedagogical University named after Abai, Almaty, e-mail: z.ualiyev@mail.ru;

²International University of Information Technology (IITU), Almaty, e-mail: i.ualiyeva@mail.ru

This paper presents the questions of movement of mechanisms with an elastic rod. In the paper the mathematical expressions for definition of elastic movements of a rod are received. The dependence of an angle of rotation of a conducted link on change of length of a rod is shown.

Keywords: mathematic model, two arm mechanism, elastic rod

Рассмотрим движения плоского механизма, у которого шатун имеет конечное упругое перемещение (растяжение и сжатие). Например, механизмы прокладывания уточной нити ткацких станков типа СТБ, такие как боевой механизм, четырехцветный и шестицветный механизм смены утка, механизм торможения прокладчика представляют собой кулачково-рычажные механизмы с упругими звеньями и связями. Рабочий процесс

в этих механизмах осуществляется за счет потенциальной энергии закрученного вала или сжатых цилиндрических пружин.

В плоском четырехзвенном механизме (рис. 1) упругий шатун жесткостью S может быть рассмотрен как и нестационарная связь, поскольку относительное перемещение точек А и В двух различных звеньев зависит от величины силы, действующей вдоль упругого шатуна.

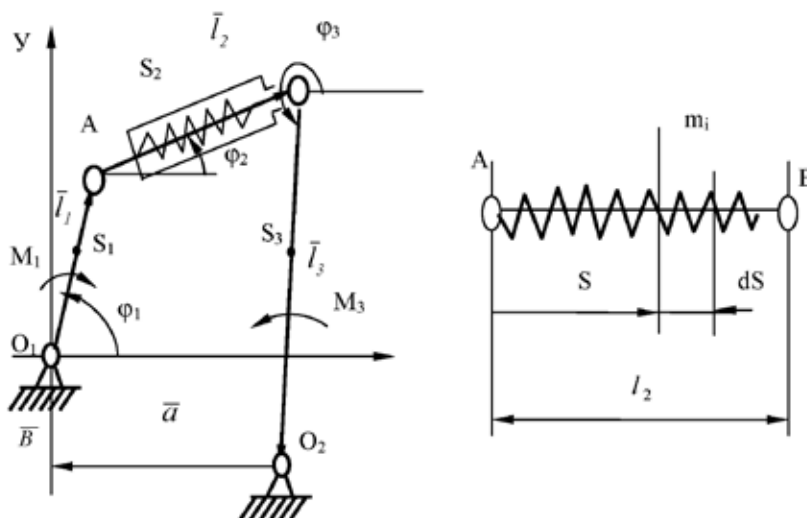


Рис. 1. Двухкоромысловый механизм с упругим шарниром

Математическое выражение деформации упругого звена позволяет объединить в одну систему уравнения движения твердых тел, расположенных по обе стороны упругого звена. Задача в этом случае будет сведена к отысканию основного движения кривошипа и коромысла как системы твердых тел, и дополнительного движения, определяемого упругой характеристикой шатуна. Нами получено дифференциальное уравнение для определения перемещения упругого шатуна в виде:

$$\frac{d\lambda}{d\varphi_1} - a_1\lambda^2 - b_1\lambda = F(\varphi_1, \dot{\varphi}_2), \quad (1)$$

где $\lambda = l_2 - l_2^0$ – изменение длины шатуна.

Из уравнения (1), как частный случай, получится известное выражение для малых упругих перемещений [1]. Получена система уравнений, описывающая движение двухкоромыслового механизма с упругим шатуном в виде:

$$\left. \begin{aligned} I_1\ddot{q}_1 + (I_3\ddot{q}_2 + I_3\ddot{q}_3)\Pi' &= M_1 - M_3\Pi' \\ I_3\ddot{q}_2 + I_3\ddot{q}_3 + c^*q_2 &= -M_3 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где

$$q_1 = \varphi_1, q_2 = \Delta\varphi_3 = \left(\frac{d\Pi}{dl_2} \right)^0 \lambda, q_3 = \Pi(q_1) \quad (3)$$

«0» положение при $\Delta l_2 = \lambda = l_2 - l_2^0 = 0$, I_1, I_3 и M_1, M_3 – моменты инерции и моменты сил. Если считать, что ведущее звено вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{q}_1 = const$, – то движение описывается уравнением

$$J_3\ddot{q}_2 + c^*q_2 = -J_3c\omega^2\Pi''(q_1) - M_3, \quad (4)$$

где $q_2 = \varphi_3 - \varphi_3^0$, $c^* = c \left[\left(\frac{d\Pi}{dl_2} \right)^0 \right]^{-2}$, Π –

функция положения.

На основе разработанной методики рассматриваются вопросы построения моде-

$$2T = J_7\dot{\varphi}_7^2 + J_8\dot{\varphi}_8^2 + J_9\dot{\varphi}_9^2 + v_C^2(m_9 + m_{13}) + J_{14}\dot{\varphi}_{14}^2, \quad (6)$$

где

$$\dot{\varphi}_9 = i_{9,7}\dot{\varphi}_7 + i_{9,8}\dot{\varphi}_8, \quad v_C = i_{23,7}\dot{\varphi}_7 + i_{13,8}\dot{\varphi}_8,$$

$$\dot{\varphi}_{14} = i_{14,7}\dot{\varphi}_7 + i_{14,8}\dot{\varphi}_8.$$

Подставив их в (6), получим

$$2T = J_{7,7}\omega_7^2 + J_{8,8}\omega_8^2 + J_{7,8}\omega_7\omega_8,$$

лей механизмов прокладывания уточной нити и исследования движения механизмов с учетом упругости звеньев. Механизм подачи и прокладывания уточных нитей станков СТБ (ткацких станков) представляют из себя плоские и пространственные кулачково-рычажные механизмы переменной структуры с упругими звеньями и связями. В них за один цикл работы изменяются вид механизмов, ведущие звенья, число степеней свободы и подвижных звеньев, характер упругих звеньев и связей и др. поэтому выбор расчетных схем механизмов и составление их математических моделей проведены с учетом структуры и характера осуществляемого ими движения.

На рис. 2 представлена конструктивная схема механизма смены цвета утка станков-автоматов СТБ и его расчетная схема, представляющая из себя, соединение двух коромысловых механизмов с упругими шатунами.

На рис. 3. представлены динамические модели механизма смены цвета при сжатии и расжатии пружин.

Процесс смены цвета осуществляется за счет расжатия пружин. Движение системы происходит под действием моментов упругих сил M_7 и M_8 со стороны аккумуляторов-пружины 5 и 6.

За обобщенные координаты примем углы поворота трехплечих рычагов φ_7 и φ_8 от вертикального положения. Функции положения и передаточные функции используем из работы [2].

Обобщенные силы упругих сил и сил сопротивления определяются из равенств

$$\begin{aligned} M_7 &= c_5l_4^2 \sin \varphi_4 - \beta l_4^2 \dot{\varphi}_4, \\ M_8 &= c_6l_3^2 \sin \varphi_3 - \beta l_3^2 \dot{\varphi}_3 \end{aligned} \quad (5)$$

Считая, что центры тяжести трехплечих рычагов находятся в точке O , суммирующего рычага в точке C , приведенный к звену 14 момент инерции нижней (правой) части постоянный и, пренебрегая вращательным движением тяги, для кинетической энергии системы получим следующее выражение:

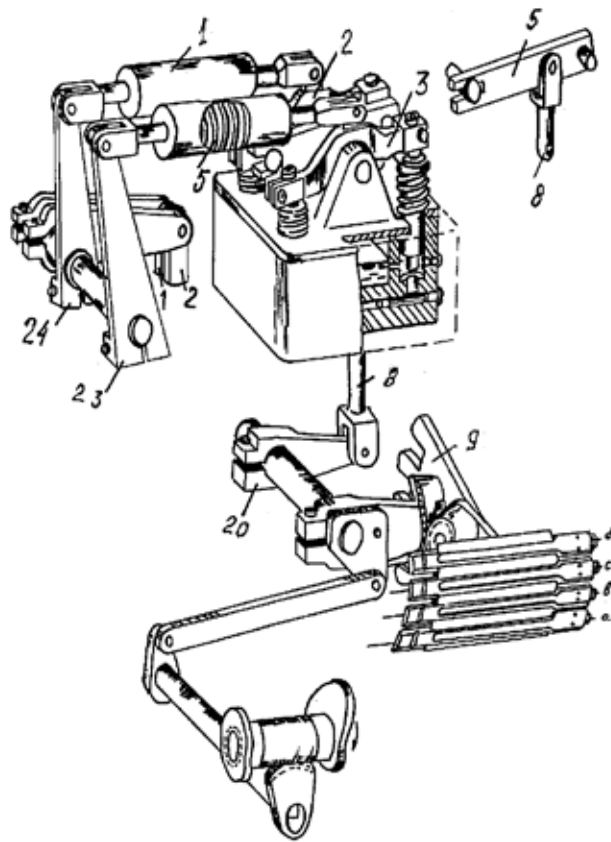


Рис. 2. Конструктивная схема механизма смены цвета станков-автоматов СТБ

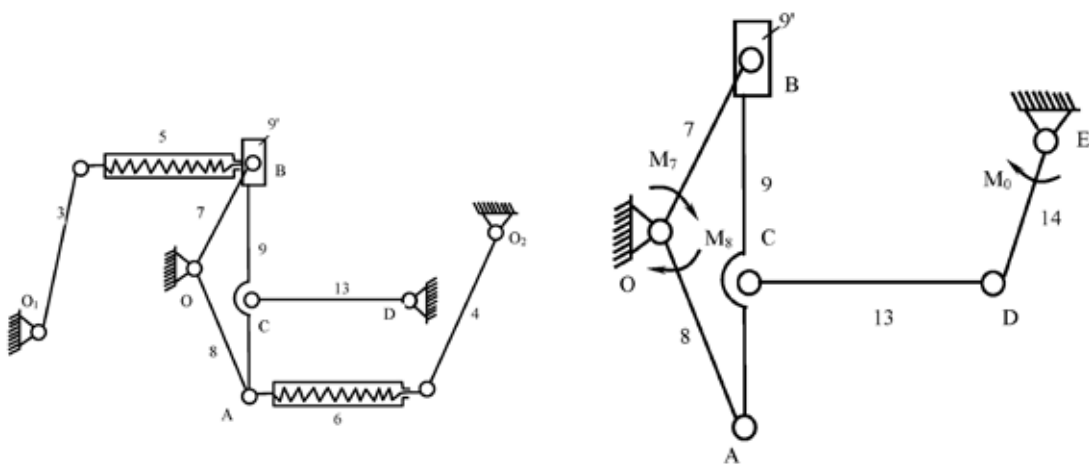


Рис. 3. Расчетная схема механизма в процессе сжатия и растяжения пружин

где

$$\begin{aligned} J_{7,7} &= J_7 + J_9 i_{9,7}^2 + J_I i_{14,7}^2 + (m_9 + m_{13}) i_{13,7}^2, \\ J_{8,8} &= J_8 + J_9 i_{9,8}^2 + J_I i_{14,8}^2 + (m_9 + m_{13}) i_{13,8}^2, \\ J_{7,9} &= J_9 i_{9,7} i_{9,8} + J_I i_{14,7} i_{14,8} + (m_9 + m_{13}) i_{13,7} i_{13,8}. \end{aligned}$$

Тогда уравнения движения механизма примут следующий вид

$$\begin{aligned} J_{7,7} \frac{d\omega_7}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial J_{7,7}}{\partial \varphi_7} \omega_7^2 + \frac{\partial J_{7,7}}{\partial \varphi_8} \omega_7 \omega_8 + J_{7,8} \frac{d\omega_8}{dt} + \\ + \left(\frac{\partial J_{7,8}}{\partial \varphi_8} - \frac{1}{2} \frac{\partial J_{8,8}}{\partial \varphi_7} \right) \omega_8^2 = M_{\text{П}7}, \\ J_{8,8} \frac{d\omega_8}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\partial J_{8,8}}{\partial \varphi_8} \omega_8^2 + \frac{\partial J_{8,8}}{\partial \varphi_7} \omega_7 \omega_8 + J_{7,8} \frac{d\omega_7}{dt} + \\ + \left(\frac{\partial J_{7,8}}{\partial \varphi_7} - \frac{1}{2} \frac{\partial J_{7,7}}{\partial \varphi_8} \right) \omega_7^2 = M_{\text{П}8}. \end{aligned} \quad (7)$$

где $M_{\text{П}7} = M_7 + M_{\text{П}14,7}$; $M_{\text{П}8} = M_8 + M_{\text{П}14,8}$; $M_{\text{П}}$ – приведенный момент сил тяжести звеньев, нижней части механизма.

Во многих системах возникает необходимость учета массы деформируемого звена. Это связано с тем, что упругое звено имеет массу того же порядка или даже больше, чем жесткие звенья, и как следствие, оно является источником инерционных возбуждающих сил. Например, в механизмах смены цвета утка ткацких станков [3] движение осуществляется за счет деформации (сжатие-растяжение) упругого шатуна, причем его масса больше массы кривошипа и коромысла. Показано, что кинетическая энергия упругого шатуна определяется из выражения

$$2T = m_2 (l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \dot{\lambda}^2 + 2l_1^2 \dot{\varphi}_1 \dot{\lambda} \cos \beta) + I_2 (\varphi_1) \dot{\varphi}_2^2,$$

где $\dot{\lambda} = V_{S_2A}$ – составляющая относительной скорости точки S_2 вдоль шатуна; β – угол между векторами \vec{V}_A и \vec{V}_{S_2A} ; I_2 – переменный момент инерции шатуна.

Получена система уравнений, описывающая движение плоского четырехзвенного механизма с учетом масс упругого шатуна в виде:

$$\begin{aligned} I_{11} \ddot{\varphi}_1 + I_{13} \ddot{\varphi}_3 + c \frac{l_1 l_2}{2l_2^2} \cos(\varphi_3 - \varphi_1) \frac{\partial \phi}{\partial \varphi_3} = M_1, \\ I_{31} \ddot{\varphi}_1 + I_{33} \ddot{\varphi}_3 + c \frac{\varphi_3 l_3}{2l_2^2} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \varphi_3} \left(\varphi_3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi_3^2} + \frac{\partial \phi}{\partial \varphi_3} \right) = M_3, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\phi(\varphi_3, l_2)$ – уравнение связи.

Решением систем уравнений (2) определяются законы движения двухкоромыслового механизма при известном перемещении (деформации) центра тяжести упругого звена, определяемого из уравнения (1). Указанные законы движения, для периодов сжатия и разрядки, определяются из систем уравнений (8) с учетом массы упругого шатуна.

Список литературы

1. Бать И. Уравнение движения плоского четырехзвенника с упругим промежуточным звеном // Труды семинара по ТММ, 1957.
2. Уалиев Г., Уалиев З.Г. Математическое моделирование динамики механических систем нелинейными характеристиками. – Алматы, 2007. – 332 с.
3. Джолдасбеков У.А., Уалиев Г.У. Совершенствование механизмов ткацких станков СТБ. – М.: Легпромиздат, 1986. – 192 с.