

УДК 621.3

**МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
В ГИБРИДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ****Конесев С.Г., Хазиева Р.Т., Кириллов Р.В.***ГОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», Уфа,  
e-mail: KonesevSG@yandex.ru, KhazievaRT@mail.ru, romchikirill@mail.ru*

Выполнен сравнительный анализ существующих методов исследования электродинамических процессов, возникающих в гибридных ЭМЭ. Исследование электродинамических процессов, возникающих в гибридных ЭМЭ, выполняется с помощью цепных и полевых методов расчета магнитных систем электротехнических устройств и систем. Исследование электромагнитных и электродинамических процессов проводится с использованием математического моделирования, основанного на теории электромагнитного поля, методах математической физики и вычислительной математики, физического моделирования для проверки результатов расчетов. Широкое распространение, наряду с полевыми методами, для анализа и расчета характеристик различных электродинамических систем получил подход, связанный с представлением электродинамической системы в виде эквивалентной схемы с сосредоточенными или распределенными параметрами. Одним из возможных путей является использование регрессионных моделей для расчета и анализа основных электродинамических характеристик, синтеза и оптимизации сложных структур гибридных ЭМЭ.

**Ключевые слова:** гибридные электромагнитные элементы, электродинамические процессы, электромагнитные процессы, полевые методы, методы оценки

**METHODS FOR ANALYSIS ELECTRODYNAMIC PROCESSES  
IN THE HYBRID ELECTROMAGNETIC ELEMENTS****Konesev S.G., Khazieva R.T., Kirillov R.V.***FSBEI HPE «Ufa State Petroleum Technological University», Ufa, e-mail: KonesevSG@yandex.ru,  
KhazievaRT@mail.ru, romchikirill@mail.ru*

Comparative analysis of the existing research OF methods electrodynamic processes occurring in hybrid EME. The research of electrodynamic processes occurring in hybrid EME, performed by the chain and field calculation methods of magnetic systems of electrical devices and systems. Research of electromagnetic and electrodynamic processes carried out using mathematical modeling, based on the electromagnetic field theory, methods of mathematical physics and computational mathematics, physical modeling to verify the results of calculations. Widespread along with field methods for the analysis and calculation of characteristics of different electrodynamic systems approach was associated with the representation of the electrodynamic system as an equivalent circuit with lumped and distributed parameters. One possible way is to use regression models for the calculation and analysis of the main electrodynamic characteristics, synthesis and optimization of complex structures hybrid EME.

**Keywords:** hybrid electromagnetic elements, electrodynamic processes, electromagnetic processes, field methods, evaluation methods

Повышение надежности функционирования, снижение массы и габаритов, расширение функциональных возможностей электротехнических устройств различного назначения реализуется применением гибридных электромагнитных элементов (ЭМЭ) [7, 8]. Одними из наиболее перспективных гибридных ЭМЭ, помимо многофункциональных электронно-магнитных трансформаторов (МЭТ), являются многофункциональные интегрированные электромагнитные компоненты (МИЭК) [2, 5]. Определение особенностей расчета электротехнических устройств на основе МИЭК, а также создание рекомендаций по их проектированию являются важными задачами для разработчиков электротехнических устройств.

**Цель исследования**

Сравнительный анализ и существующих методов исследования электродинами-

ческих процессов, возникающих в гибридных ЭМЭ.

**Материалы и методы исследования**

Электромагнитные и электродинамические процессы, возникающие в электротехнических устройствах, исследуются с использованием различных методов анализа. Все более разностороннее применение находит численное моделирование при исследовании электродинамических процессов в различных сложных электромагнитных компонентах и электротехнических системах. Тенденция повышения надежности, снижения массы и габаритов устройств в целом привела к качественно новым требованиям, предъявляемым к численному моделированию электродинамических процессов. Одним из наиболее существенных требований является многомодовость модели, т.е. возможность анализировать, например, воздействие протекающих по

обкладкам МИЭК токов с комплексом электромагнитных колебаний, которые возбуждаются в устройствах в резонансном режиме работы. В [3, 4] разработаны математические модели и выполнен расчет энергетических и частотных характеристик МИЭК при различных режимах работы.

Разработчиками предлагается все больше электротехнических устройств на основе гибридных ЭМЭ [2, 6, 9–11]. В связи с этим возникает потребность в более детальном исследовании электродинамических процессов, происходящих в гибридных ЭМЭ и устройствах на их основе. Анализируя современное состояние вопроса можно отметить, что требуется произвести выбор наиболее эффективных подходов и методов исследования электродинамических процессов и применять более совершенные численные методы и программные комплексы. Это связано как со спецификой конкретных задач, так и с множеством возможных вариантов структур МИЭК.

Рассмотрим каждый из методов в отдельности, выявляя их достоинства и недостатки. Различают цепные и полевые методы расчета магнитных систем электротехнических устройств и комплексов. При использовании цепных методов картина трехмерного магнитного поля заменяется упрощенной, что приводит к большей погрешности расчета [1]. Описание электромагнитных процессов, происходящих в сложных объектах, цепными методами, не позволяет понять физику процессов, узнать, что происходит внутри многополюсника.

Развитие вычислительной техники определяет интенсивность развития методов моделирования и расчёта, основанных на численном решении непосредственно уравнений электродинамики, описывающих электромагнитное поле в системе с соответствующими граничными условиями. Такие модели и связанные с ними методы вычислений получили в литературе название полевые. Основой полевых методов является теория электромагнитного поля, главные уравнения которой впервые введены Максвеллом в 60-х годах XIX века. К полевым можно отнести методы: вторичных источников, зеркальных изображений, конформных преобразований. Полевые методы подразделяются на аналитические и численные. В учебниках по теории электромагнитного поля в основном описаны аналитические методы, мало пригодные для инженерных целей. Среди численных наряду с методами конечных разностей (сеток) и интегральным в настоящее время широкое распространение получил метод конечных элементов (МКЭ) – способ численно-

го решения задач, которые описываются дифференциальными уравнениями второго порядка в частных производных. Интерес к полевым методам вызван возможностью получения более точных решений, обусловлен высоким уровнем развития техники, программных пакетов, без применения которых многие полевые методы практически невозможно использовать.

Электродинамические процессы в устройствах, содержащих ЭМЭ, с точки зрения авторов, целесообразно описывать полевыми методами, так как они позволяют непосредственно оценить точность используемых в традиционных методиках расчетных формул и глубже понять физический смысл происходящих процессов. Чем сложнее компонент, тем эффективнее использование полевых методов, но для устройств, подробно описанных в [8], существует не так много методов. Из-за большого объема вычислений эти методы не позволяют в полной мере решать задачи оптимизации и автоматизации при инженерном проектировании электротехнических устройств. Кроме того, построение удовлетворительной математической модели и строгий расчёт характеристик для электродинамических систем сложной конфигурации часто является нерешаемой или слишком трудоёмкой задачей даже при современном уровне вычислительной техники.

Гибридные ЭМЭ могут рассматриваться как многополюсники с подключенными при помощи клемм различными цепями (источником питания, нагрузкой, коммутационными контурами), многослойные среды, состоящие из диэлектрических и проводниковых материалов, с большим количеством электрических выводов. Электродинамические процессы, происходящие в многополюсниках, могут быть описаны с применением уравнений Максвелла. При изучении взаимодействия заряженных частиц с электромагнитным полем приходится вводить некоторые модели. Наиболее широко употребляемыми являются модель сплошной среды, состоящей из электрических диполей (диэлектрик), модель сплошной среды для вещества, атомы и молекулы которого обладают магнитным моментом (магнетик), модель сплошной среды, обладающей хорошей проводимостью (проводник). Полная система уравнений классической электродинамики в сплошной среде имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= \rho_{\text{стоп}}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}_{\text{стоп}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \end{aligned}$$

причем

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \\ \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \end{aligned} \quad (2)$$

и поэтому  $\rho_{\text{стоп}}$  и  $\vec{j}_{\text{стоп}}$  не включают в себя зарядов и токов, связанных с поляризацией и намагничиванием вещества. Вид уравнений не зависит от наличия среды, в то время, как векторы  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$ , а также величины  $\rho_{\text{стоп}}$  и  $\vec{j}_{\text{стоп}}$  зависят от свойств веществ и условий, в которых оно находится. Величины  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\rho_{\text{стоп}}$  и  $\vec{j}_{\text{стоп}}$  следует определять, исходя из электрических и магнитных свойств вещества.

При решении задач электродинамики сплошных сред необходимо учесть, что все макроскопические тела ограничены поверхностями. При переходе через эти поверхности физически свойства макроскопических тел изменяются скачком и поэтому также скачком могут изменяться и электромагнитные поля, создаваемые этими телами. В связи с этим представляется удобным решать уравнения Максвелла в каждой области, ограниченной некоторой поверхностью раздела, отдельно, а затем полученные решения сшивать с помощью граничных условий. При нахождении граничных условий удобно исходить из интегральной формы уравнений Максвелла.

$$\int \operatorname{div} \vec{D} dV = \int D_n dS = \int \rho dV = Q, \quad (3)$$

где  $Q$  – полный заряд внутри объема интегрирования.

Уравнения Максвелла должны быть дополнены граничными условиями:

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) &= \sigma, \\ [\vec{n}, (\vec{E}_1 - \vec{E}_2)] &= 0, \\ \vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) &= 0, \\ [\vec{n}, (\vec{H}_1 - \vec{H}_2)] &= \vec{i}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\vec{n}$  – нормаль к границе раздела, направленная из среды 2 в среду 1, и должны выполняться в любой момент времени в каждой точке на поверхности раздела.

Эти условия означают непрерывность тангенциальных составляющих вектора  $\vec{E}$  и нормальной составляющей вектора  $\vec{B}$  при переходе через границу раздела двух сред.

Нормальная составляющая вектора  $\vec{D}$  при переходе через границу раздела испытывает скачок, если на поверхности раздела имеются заряды. Аналогично испытывает скачок тангенциальная составляющая вектора  $\vec{H}$ , если имеются поверхностные токи.

При моделировании МИЭК электромагнитные поля раскладываются в ряды по системам собственных векторных ортонормированных функций, чем и обеспечивается многомодовость модели. Такой подход позволяет разделить решение задачи на два этапа: решение краевой задачи электродинамики для нахождения собственных векторных функций и определение неизвестных коэффициентов разложения электромагнитного поля. Однако большинство используемых на практике МИЭК имеют сложную структуру, затрудняющую получение аналитического решения краевой задачи, для нахождения собственных векторных функций таких МИЭК необходимо использовать численные методы. Как правило, для метода решения краевой задачи в гибридных ЭМЭ, работающих в резонансном режиме используются разновидности проекционно-сеточного метода: метод конечных разностей, вариационный метод, интегральный метод МКЭ, получивший в последнее время широкое распространение. Существует численно-аналитический метод, при котором на первом этапе в приближении заданного поля интегрируются уравнения динамики и вычисляются коэффициенты Фурье – разложения наведенного тока, затем решается уравнение для переходного процесса, представленном своими эквивалентными параметрами и определяется зависимость амплитуды и фазы колебаний от времени. Таким образом, разработано довольно много подходов и способов решения задачи расчета электродинамических процессов. Однако быстрое развитие вычислительной техники и методов численного анализа открывает новые возможности в решении данной проблемы. В частности, создание пакетов программ по расчету электродинамических процессов. Такой подход, наряду с возможностью решения задачи о взаимодействии потоков заряженных частиц с полным электромагнитным полем, позволяет анализировать взаимодействие потоков заряженных частиц с отдельными видами колебаний в рабочих объемах, изучать их влияние на динамику частиц, что является актуальной задачей практики.

Широкое распространение, наряду с популярными методами, для анализа и расчёта характеристик различных электродинамических систем получили подходы, связанные с построением приближённых моделей

и методов расчёта, позволяющих не только с достаточной точностью оценить основные характеристики сложных электродинамических структур, но и обеспечить возможность стыковки с программами расчёта всего устройства в целом. Один из таких подходов связан, например, с представлением электродинамической системы в виде эквивалентной схемы с сосредоточенными или распределёнными параметрами. Основные погрешности при моделировании реальных структур эквивалентными схемами обусловлены невозможностью деления электродинамической системы на отдельные элементы, связанные с концентрацией электрического или магнитного поля в пространстве (схемы с сосредоточенными параметрами). Тем не менее, такое представление иногда является единственно возможным, особенно при разработке простых оперативных методов расчёта. Поэтому построение приближённых моделей, адекватно описывающих основные характеристики реальных электродинамических систем, и разработка относительно простых методов их расчёта является актуальной задачей. Особенно это важно при анализе сложных структур гибридных ЭМЭ, так как построение строгих моделей в этом случае либо невозможно, либо требует применения трудоёмких вычислительных методов.

Одним из возможных путей здесь является использование регрессионных моделей. Суть регрессионных моделей состоит в нахождении простой функциональной связи между выходными параметрами или характеристиками системы и её геометрическими или входными параметрами с помощью данных численного или физического эксперимента. Как известно, наиболее простым и удобным путём для получения указанной функциональной зависимости является использование отрезков степенных рядов – алгебраических полиномов, позволяющих аппроксимировать зависимость любого вида. Оценка коэффициентов полиномов проводится с помощью математического аппарата регрессионного анализа и поэтому такие модели получили название регрессионные. Регрессионная модель в значительной степени абстрагируется от сущности физических явлений и процессов в анализируемой системе и поэтому пригодна для описания объектов практически любой сложности. Целесообразно построение различных регрессионных моделей для расчёта с высокой точностью и последующего анализа основных электродинамических характеристик, а также синтеза и оптимизации сложных структур гибридных ЭМЭ.

## Выводы

1. Исследование электродинамических процессов, возникающих в гибридных ЭМЭ, выполняется с помощью цепных и полевых методов расчета магнитных систем электротехнических устройств и систем. Полевые методы подразделяются на аналитические и численные. Аналитические методы позволяют выполнить расчет магнитных полей в некоторых частных случаях, при этом решения большинства практических задач получаются столь сложными, что оказываются мало пригодными для инженерных целей. Среди численных наряду с методами конечных разностей (сеток) и интегральным в настоящее время широкое распространение получил метод конечных элементов – способ численного решения задач, которые описываются дифференциальными уравнениями второго порядка в частных производных.

2. Исследование электромагнитных, тепловых и электродинамических процессов, чаще всего, проводится с использованием математического моделирования, основанного на теории электромагнитного поля, методах математической физики и вычислительной математики, а также физического моделирования для проверки результатов расчётов. При математическом моделировании используются численные методы и программы расчёта, основанные на методе импедансных граничных условий и методе конечных элементов.

3. Наряду с полевыми методами, для анализа и расчёта характеристик различных электродинамических систем получили подходы, связанные с построением приближённых моделей и методов расчёта, позволяющих не только с достаточной точностью оценить основные характеристики сложных электродинамических структур, но и обеспечить возможность стыковки с программами расчёта всего устройства в целом. Один из таких подходов связан, например, с представлением электродинамической системы в виде эквивалентной схемы с сосредоточенными или распределёнными параметрами.

4. Построение приближённых моделей, адекватно описывающих основные характеристики реальных электродинамических систем, и разработка относительно простых методов их расчёта является актуальной задачей. Особенно это важно при анализе сложных структур гибридных ЭМЭ, так как построение строгих моделей в этом случае либо невозможно, либо требует применения трудоёмких вычислительных методов. Целесообразно построение различных регрес-

сионных моделей для расчёта с высокой точностью и последующего анализа основных электродинамических характеристик, а также синтеза и оптимизации сложных структур гибридных ЭМЭ.

#### Список литературы

1. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: магнитные цепи, поля и программа FEMM: учеб. пособ. для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 336 с.
2. Конесев С.Г., Алексеев В.Ю. Многофункциональные интегрированные электромагнитные компоненты в системах преобразования электрической энергии. Обзор // Электротехнологии, электропривод и электрооборудование предприятий: межвуз. сб., посвященный 50-летию кафедры ЭЭП УГНТУ, Уфа: изд-во УГНТУ, 2005. – С. 25–44.
3. Конесев С.Г., Кириллов Р.В., Хазиева Р.Т. Анализ энергетических и частотных характеристик многофункциональных интегрированных электромагнитных компонентов // Энергетические и электротехнические системы: междунар. сб. науч. тр. Вып. 1 под ред. С.И. Лукьянова, Н.В. Швидченко. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2014. – С. 65–75.
4. Конесев С.Г., Кириллов Р.В., Хазиева Р.Т. Исследование частотных характеристик двухсекционных многофункциональных интегрированных электромагнитных компонентов // Вестник УГАТУ, 2015. – Т. 19, № 2 (68); URL: <http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/vestnik/article/view/1152/1025> (дата обращения: 27.04.2015).
5. Конесев С.Г. Многофункциональные интегрированные элементы для управляемых систем питания устройств специального назначения. – Автореф. дис. канд. техн. наук. – Уфа, 1992. – 19 с.
6. Конесев С.Г., Хазиева Р.Т., Конесев И.С., Нурлыгьянов А.Р. Индуктивно-емкостный преобразователь: патент РФ на изобретение № 2450413. Бюл. № 13, 2012.
7. Конесев С.Г., Хазиева Р.Т. Методика оценки надежности сложных электромагнитных элементов [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. Электронный научный журнал. – № 1. URL: [www.science-education.ru/121-17925](http://www.science-education.ru/121-17925) (дата обращения: 18.03.2015).
8. Конесев С.Г., Хазиева Р.Т. Оценка показателей надежности многофункциональных интегрированных электромагнитных компонентов [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. Электронный научный журнал. – № 1. URL: <http://www.science-education.ru/121-18445> (дата обращения: 09.04.2015).
9. Конесев С.Г., Хазиева Р.Т., Стрижев Д.А. Компактное устройство для испытания изоляции повышенным напряжением: патент 108856 от 27.09.2011, Рос. Федерация. БИ, 2011. № 27.
10. Мельников В.И., Конесев С.Г., Михайлов И.Г., Никитин А.С. Устройство заряда формирующих линий: а.с. 1714791 (СССР) от 23.02.1992. – БИ, 1992. – N 7.
11. Мельников В.И., Конесев С.Г., Осинцев С.В., Тухватуллин Р.А. Спиральный генератор импульсов напряжения: а.с. 1492453 (СССР) от 07.07.1989. – БИ, 1989. – N 25.