

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ НА ОСНОВЕ РАЗМЕРНОГО АНАЛИЗА

Вирт А.Э., Отений Я.Н.

Камышинский технологический институт (филиал) ВолгГТУ, Камышин, e-mail: virt09@rambler.ru

Наиболее распространенным типом деталей машин по прежнему остаются зубчатые передачи. От качества их изготовления и сборки зависит долговечность и надежность передач, в которых они применяются. Основным параметром, существенно влияющим на выносливость рабочих поверхностей зубьев являются контактные напряжения между рабочими поверхностями зубьев. А также за счет погрешностей имеющих место при изготовлении и сборке возникает перекос осей валов, на которых установлены зубчатые колеса. Это приводит к тому, что полосовой первоначальный контакт между поверхностями зубьев при перекосе поверхностей зубьев преобразуется в эллипсный контакт. В статье рассматриваются алгоритмы расчета зубчатых передач с учетом выше перечисленных особенностей.

Ключевые слова: зубчатые передачи, контакт зубьев, размерный анализ, контактные напряжения

SOFTWARE FUNCTIONAL PURPOSE HELICAL GEAR BASED DIMENSIONAL ANALYSIS

Virt A.E., Oteny Y.N.

The Kamyshin Technological Institute (branch) of the Volgograd State Technical University, Kamyshin, e-mail: virt09@rambler.ru

The most common type of machine parts are still the gears. From the quality of their manufacturing and assembly depends on the longevity and reliability of the transmission, in which they apply. The main parameter that significantly affects the endurance of working surfaces of the teeth are the contact stresses between the working surfaces of the teeth. Also, due to errors occurring in the manufacture and assembly occurs misalignment of shafts on which gear wheels are installed. This leads to the fact that the initial contact between the strip surfaces of teeth with tooth surfaces misalignment converted into elliptical contact. The article deals with algorithms for calculating gears considering the above features.

Keywords: gears, tooth contact, dimensional analysis, contact stresses

Цилиндрические зубчатые передачи имеют большое распространение в различных приводах машин. От качества их изготовления и сборки зависит долговечность и надежность передач, в которых они применяются. Основным параметром, существенно влияющим на выносливость рабочих поверхностей зубьев являются контактные напряжения между рабочими поверхностями зубьев. При расчетах зубчатого прямозубого зацепления контактные напряжения рассчитывают по их наибольшему значению на основе использования формулы Герца, которая справедлива при контактировании двух произвольных цилиндров расположенных параллельных друг другу (рис. 1).

$$\sigma_c = 0,418 \sqrt{\frac{p \cdot E}{\rho}}, \quad (1)$$

где σ_c – наибольшее контактное напряжение сжатия; p – удельная контактная нагрузка; E – модуль упругости материала поверхностных слоев соприкасающихся тел; ρ – приведенный радиус кривизны соприкасаемых рабочих поверхностей ($1/\rho = 1/\rho_1 + 1/\rho_2$), ρ_1 , ρ_2 – радиусы кривизны контактируемых тел соответственно.

При параллельном расположении осей валов радиусы кривизны определяются по формуле:

$$R := \sqrt{r^2 - a^2} \quad (2)$$

где r – радиус делительной окружности, a – радиус основной окружности (рис. 1).

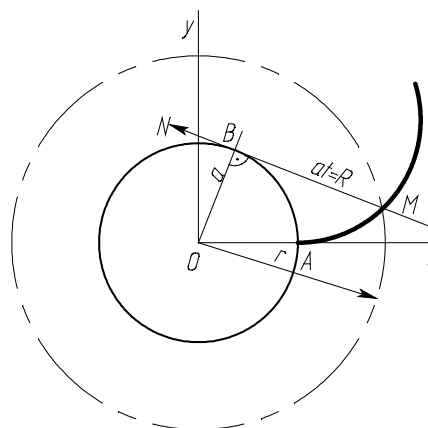


Рис. 1. Отрезок MB производящей прямой есть радиус кривизны эвольвенты в точке M

Однако за счет погрешностей имеющих место при изготовлении и сборке возникает

перекос осей валов, на которых установлены зубчатые колеса. Это приводит к тому, что полосовой первоначальный контакт между поверхностями зубьев при перекусе поверхностей зубьев преобразуется в эллипсный контакт. Геометрические параметры этого контакта могут быть определены на основе формул применяющихся в расчетах при упругом деформировании двух тел двояковыпуклой кривизны. На рис. 2 показана схема контакта двух зубьев повернутых друг относительно друга на углы γ_1 и γ_2 . Значения этих углов могут быть определены на основании выявления и решения разменных угловых цепей сборочного узла цилиндрического зубчатого соединения. Методика выявления и решения этих разменных цепей приведена в [1] и показана на рис. 2. В сечениях А-А и Б-Б образуются кривые, имеющие эквивалентные радиусы $R12, R22$.

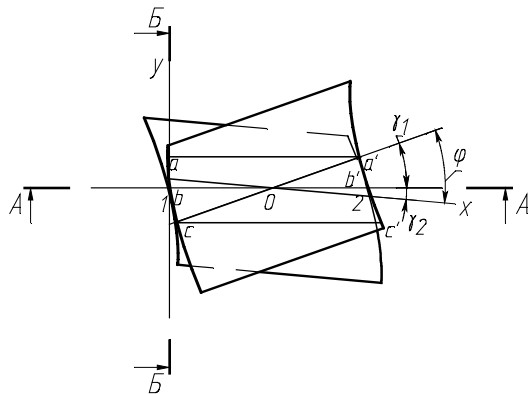


Рис. 2. Схема для определения радиусов кривизны при непараллельности осей

Алгоритм расчета радиусов кривизны при перекусе валов

Рассмотрим сечение А – А:

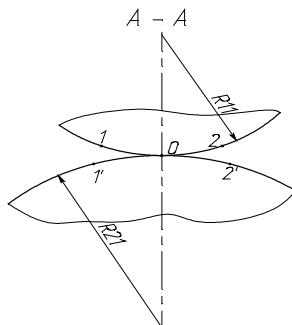


Рис. 3. Сечение А – А

На рис. 3 $R11$ и $R21$ – радиусы окружностей, проходящих через три заданные точки (на рис. 2 т. 1, 2, 3). Определяются по формулам:

$$R11 := \frac{R1}{\cos(\gamma_1)}, R21 := \frac{R2}{\cos(\gamma_2)} \quad (3)$$

γ_1 и γ_2 – углы перекусов соответственно первого и второго колес.

$R1$ и $R2$ определены выше.

Рассмотрим сечение Б – Б:

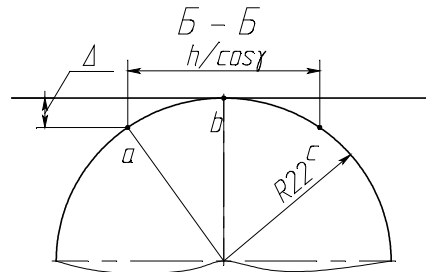


Рис. 4. Сечение Б – Б

При построении сечения предполагалось, что при перекусе валов, рассматривая сечение Б – Б радиус второй эквивалентной окружности будет стремиться к бесконечности, следовательно, эквивалентная окружность преобразуется в прямую.

На рис. 4 $R22$ – радиус эквивалентной окружности в точке касания зубчатых колес при перекусе валов. Алгоритм определения данного радиуса приведен ниже:

$$\begin{aligned} \Delta 1(\gamma) &:= R11(\gamma) - \\ & - \sqrt{R11(\gamma)^2 - (0,5 \cdot h \cdot \sin(\gamma))^2}, \\ \Delta 2(\gamma) &:= R21(\gamma) - \\ & - \sqrt{R21(\gamma)^2 - (0,5 \cdot h \cdot \sin(\gamma))^2} \end{aligned} \quad (4)$$

h – ширина зубчатого венца.

$$\begin{aligned} c1(\gamma) &:= 0,5 \cdot \frac{h}{\cos(\gamma)} \\ c2(\gamma) &:= 0,5 \cdot \frac{h}{\cos(\gamma)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} R12(\gamma) &:= \frac{c1(\gamma)^2 + \Delta 1(\gamma)^2}{2 \cdot \Delta 1(\gamma)}, \\ R22(\gamma) &:= \frac{c2(\gamma)^2 + \Delta 2(\gamma)^2}{2 \cdot \Delta 2(\gamma)} \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно методике определения геометрических параметров контакта при деформировании тел двояковыпуклой кривизны [2] полуоси эллипсного контакта определяются по следующему алгоритму:

$$\delta := \frac{4}{\left(\frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} + \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} \right)} \quad (7)$$

$$k := \frac{8 \cdot E_1 \cdot E_2}{3 \cdot [E_2 \cdot (1 - \mu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \mu_2^2)]} \quad (8)$$

E_1, E_2 – модули упругости материалов зубчатых колес,
 μ_1, μ_2 – коэффициенты Пуассона

$$\Theta(\gamma) := a \cos \left[\frac{\delta}{4} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{R_{11}} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_{22}} - \frac{1}{R_{21}} \right)^2} + 2 \cdot \left(\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{R_{11}} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_{22}} - \frac{1}{R_{21}} \right) \cdot \cos(\gamma) \right] \quad (9)$$

$$a := \alpha \cdot \sqrt[3]{P \cdot \frac{\delta}{k}}, \quad b := \beta \cdot \sqrt[3]{P \cdot \frac{\delta}{k}} \quad (10)$$

a и b – наименьшая и наибольшая полуоси эллипса соответственно.

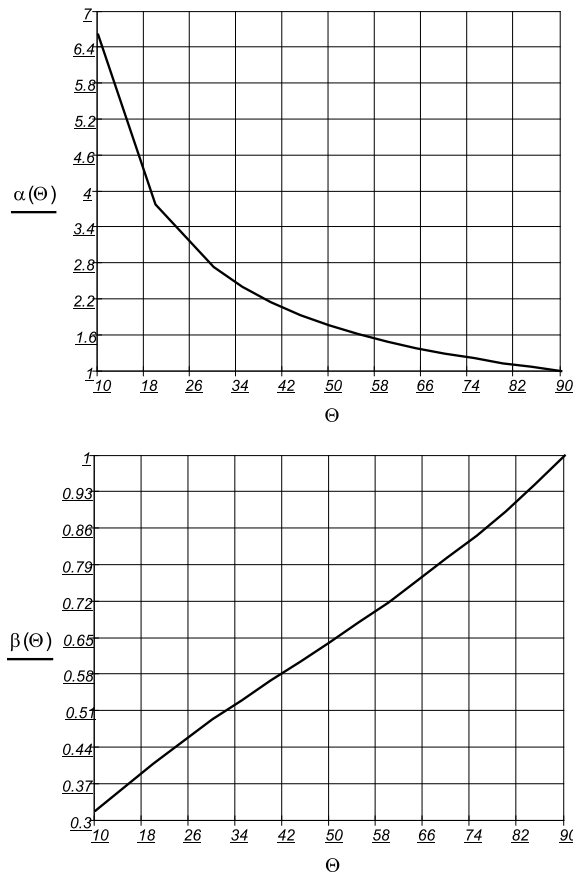


Рис. 5. Значения α, β в зависимости от угла θ , где α, β выбираются в зависимости от значения θ , град

Зная геометрические параметры пятна контакта, можно определить максимальное давление, действующее в точке контакта:

$$q(p, \gamma) := \frac{P(p)}{\int_0^{a(p, \gamma)} \int_0^{y(p, x, \gamma)} 2 \cdot \sqrt{1 - \left[\left(\frac{x}{a(p, \gamma)} \right)^2 - \left(\frac{x}{b(p, \gamma)} \right)^2 \right]} dy dx} \quad (11)$$

В ходе выполнения расчетов были выведены следующие закономерности:

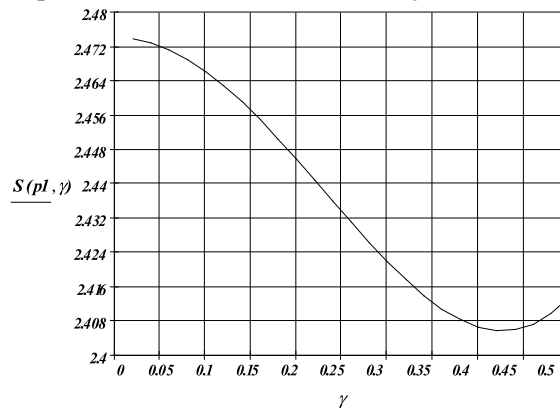


Рис. 6. Зависимость площади контакта от угла перекоса

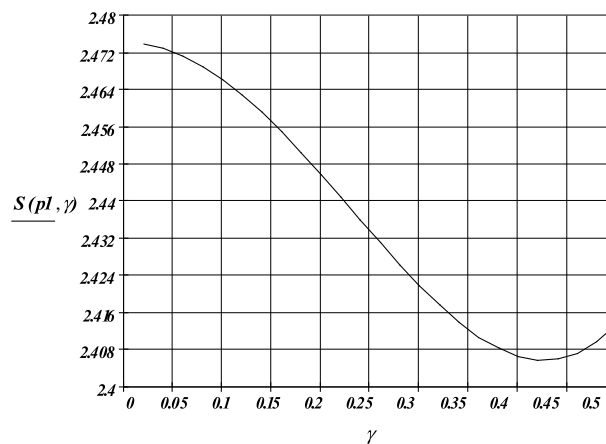


Рис. 7. Отношение максимального напряжения площади контакта

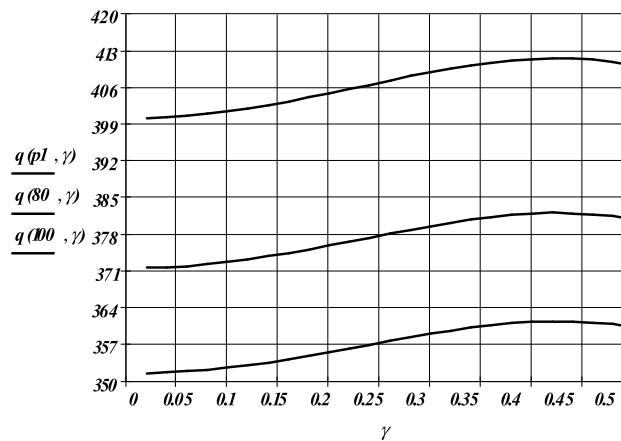


Рис. 8. Зависимость наибольшего давления по эллиптической площадке контакта от угла перекоса

Список литературы

1. Ватульян А.О. Обратные задачи в механике деформируемого тела. – М., Физматлит, 2007. – 224 с.
2. Расчеты деталей машин: Справ. пособие / А.В. Кузьмин, И.М. Чернин, Б.С. Козинцов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Мн.: Выш. шк., 1986. – 400 с: ил.

3. Старжинский В.Е. Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач. – 2007. – 832 с.
4. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – 1995. – 320 с.
5. Виноградов В.М. Адаптивная оптимизация производства зубчатых передач трансмиссий. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 280 с.