$\bar{u}_0 \in \bar{H}^1_{0,S}(\Omega)$ и $\bar{u}_0' \in \bar{L}^2(\Omega)$ единственное обобщенное решение.

Список литературы

1. Веневитина С.С. Задача о движении упругой среды, целиком заполняющей полость неподвижного тела [Текст] / С.С. Веневитина // Лес и молодежь ВГЛТА. – Воронеж, 2000: Материалы юбил. науч. конф. молодых ученых, посвящ. 70-летию образования ВГЛТА. – Воронеж, 2000. – Т.2. – С. 13-17.

О ЯВЛЕНИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРОМ

Зюкин П.Н., Сапронов И.В., Спирина Н.М.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: pzukin@mail.ru

Рассматривается задача Коши

$$(x+\varepsilon)\frac{dy_\varepsilon}{dx}+\lambda y_\varepsilon = f(x), \qquad (1)$$

$$y_\varepsilon(0)=\psi(\varepsilon), \qquad (2)$$

где $x\in[0,\ 1]$, $\varepsilon\in(0,\ \varepsilon_0]$, λ – комплексное число, $f(x)$ – гладкая (то есть бесконечно дифференцируемая на отрезке [0, 1]) функция, значениями которой являются комплексные числа. При каждом ε ($\varepsilon\in(0,\ \varepsilon_0]$) решение задачи (1), (2) будем обозначать $y_\varepsilon(x)$. Дифференциальное уравнение, в которое переходит уравнение (1) при $\varepsilon=0$, обозначим (3). Пусть $y(x)$ – гладкое решение уравнения (3), k – наименьшее из натуральных чисел n таких, что $-n<\operatorname{Re}\lambda$.

Известно, что если $\operatorname{Re}\lambda=b\le 0$, то для функций $y_\varepsilon(x)$ явление пограничного слоя по отношению к $y(x)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon\to 0$ отсутствует, для функций $y_\varepsilon^{(j)}(x)$ (j – натуральное число, $1\le j\le k-1$) в случае $k>1$ явление пограничного слоя по отношению к $y^{(j)}(x)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon\to 0$ отсутствует.

Теорема 1. Пусть $\operatorname{Re}\lambda=b\le 0$, m – натуральное число, $m\ge k$. Тогда для функций $y_\varepsilon^{(m)}(x)$ явление пограничного слоя по отношению к $y^{(m)}(x)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon\to 0$ имеет место в том и только том случае, если

$$y_\varepsilon^{(m)}(0)=y^{(m)}(0)+\beta(\varepsilon),$$

где $\varepsilon^{m+b}\beta(\varepsilon)\to 0$ и $\beta(\varepsilon)$ не стремится к 0 при $\varepsilon\to 0$.

Замечание 1. Если $\operatorname{Re}\lambda=b>0$, то утверждение теоремы 1 является верным для любого неотрицательного целого числа m (при $m=0$ считаем, что $y_\varepsilon^{(0)}(x)\equiv y_\varepsilon(x)$, $y^{(0)}(x)\equiv y(x)$).

ПОСТРОЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

Раецкая Е.В., Зенина В.В., Спирина Н.М.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: raetskaya@inbox.ru

Нестационарная динамическая система

$$\frac{dx(t)}{dt}=A(t)x(t)+D(t)u(t) \qquad (1)$$

описывает процесс изменения долей потребления и накопления в национальном доходе. Здесь $x(t)\in R^n$ – функция состояния, $u(t)\in R^m$ – управление, коэффициенты $A(t),\ D(t)$ – матрицы соответствующих размеров, $t\in[0,T]$ (T – конечно или бесконечно). При построении управления, переводящего систему из состояния $x(0)=x^0$ в состояние $x(T)=x^T$ применяется метод поэтапной редукции, то есть система (1) сводится к эквивалентным системам относительно элементов из подпространств. Данный метод дает хорошие результаты при исследовании различных свойств динамических систем, в частности инвариантности систем относительно различных возмущений, жесткости дескрипторных динамических систем, при исследовании полной наблюдаемости и полной управляемости различных систем, при решении задач с контрольными точками [1 – 3].

Список литературы

1. Raetskaya E.V. A Study of the Rigidity of Descriptor Dynamical System in a Banach Space / S.P. Zubova, E.V. Raetskaya // Journal of Mathematical Sciences, New York. – 2015. – Vol. 208, № 1. – P. 179-185.

2. Раецкая Е.В. Построение управления для получения заданного выхода в системе наблюдения / Е.В. Раецкая, С.П. Зубова // Вестник тамбовского университета. Тамбов. Том 20, вып. 5, 2015. – С. 1400-1404.

3. Зубова С.П. О полиномиальных решениях линейной системы управления/ С.П. Зубова, Е.В. Раецкая, Ле Хай Чунг // Автоматика и телемеханика. – № 11. – 2008. – С.41-47.

О РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Сапронов И.В., Зенина В.В., Зюкин П.Н.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: 585386@mail.ru

Введем семейство банаховых пространств $M^{k,\alpha}_{q,\gamma}$, $q\ge 1$:

$$M^{k,\alpha}_{q,\gamma}=\left\{\varphi(x):\varphi^{(i)}(x)=x^{\alpha-qi}e^{\gamma\int_x^\delta \frac{dt}{t^q}}\omega_i(x),\right.$$

$$\left.\omega_i(x)\in Q([0,\delta],E);\|\varphi\|_{M^{k,\alpha}_{q,\gamma}}=\max_{0\le i\le k}\|\omega_i\|_{Q([0,\delta],E)}\right\}.$$

Рассматривается интегральное уравнение Вольтерра I рода вида

$$\int_0^x K(x,t)u(t)\,dt = 0\,,\ (0 \le x \le \delta) \qquad (1)$$

в $M_{3,\nu}^{0,-9}$, где $K(x,t)$ – заданная функция со значениями в $L(E)$, имеющая вид

$$K(x,t) = \left[-3C_0x^5t + 4C_0x^6\right] + \left[C_1x^4 - C_1x^3t\right] + \\ + \left[\frac{1}{2}C_2t^2 - C_2xt + \frac{1}{2}C_2x^2\right], \qquad (2)$$

где операторы C_0, C_1, C_2 являются ограниченными в E.

Введем в рассмотрение операторный пучок

$$B_\nu = -\nu C_0 + C_1 - \frac{1}{\nu}C_2\,. \qquad (3)$$

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1) пучок (3) имеет характеристическое число $\nu + i\mu\ \ (\nu < 0)$;

2) характеристическому числу ν соответствует собственный вектор $e_1^0 + ie_2^0$ и присоединенный вектор $e_1^1 + ie_2^1$.

Тогда для уравнения (1) существует решение вида

$$u(x) = \left[\frac{1}{x^3}e^{\nu\int_x^\delta \frac{dz}{z^3}}\left[\sum_{k=0}^{1}\left[e_1^{1-k}\sin\left(\mu\int_x^\delta\frac{dz}{z^3}\right) + \right.\right.\right. \\ \left.\left.\left. + e_2^{1-k}\cos\left(\mu\int_x^\delta\frac{dz}{z^3}\right)\right]\left(\int_x^\delta\frac{dz}{z^3}\right)^k\right]\right]^{(2)}.$$

РАЗРЕШИМОСТЬ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО РОДА

Спирина Н.М., Сапронов И.В., Веневитина С.С.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: nadspi@yandex.ru

Рассмотрим операторное уравнение второго рода с параметром λ

$$\lambda x = Ax + f\,. \qquad (1)$$

Здесь A оператор, действующий в банаховом пространстве E, полуупорядоченном конусом K; f – заданный элемент из пространства E.

Теорема 1. Пусть A – линейный положительный оператор и для некоторого элемента $u_0 > \theta$ выполняется неравенство

$$Au_0 \le qu_0\,, \qquad (2)$$

где $0 < q < \lambda$, а элемент $f \ge \theta$ удовлетворяет неравенству

$$f \le pu_0\,. \qquad (3)$$

Пусть конус K нормальный. Тогда при всех f, удовлетворяющих неравенству (3), уравнение (1) имеет в K решение x^*, к которому сходятся последовательные приближения

$$\lambda x_{n+1} = Ax_n + f, \quad (n = 0,1,2,...) \qquad (4)$$

при любом начальном приближении $x_0 \ge \theta$, удовлетворяющем неравенству $x_0 \le au_0$ ($a > 0$). Кроме того, для решения x^* уравнения (1) справедливы оценки

$$x^* - x_n \le \frac{pu_0}{\lambda - q}\left(\frac{q}{\lambda}\right)^n, \quad x^* \le \frac{f}{\lambda} + \frac{pq}{\lambda - q}u_0\,.$$

Если в условиях теоремы 1 для некоторого элемента $\nu_0 \in K$ выполняются неравенства $p_1\nu_0 \le f$, $A\nu_0 \ge q_1\nu_0$, где $0 < q < \lambda$, $p_1 > 0$, то для решения x^* уравнения (1) справедлива оценка

$$x^* \ge \frac{f}{\lambda} + \frac{p_1q_{11}\nu_0}{\lambda - q_1}\,.$$

СВОЙСТВО ПРЕДЕЛЬНОЙ ДИАГОНАЛИЗАЦИИ РАЗРЕШИМОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ

[1]Фурменко А.И., [1]Веневитина С.С., [2]Сенькин И.Л.

[1]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет», Воронеж;
[2]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», Воронеж, e-mail: furmenko@mail.ru

Совокупность матриц $\{X\}$ из $L(C^n)$ предельно диагонализуема, если существует такая последовательность матриц $A_p \in GL(C^n)$, $p = 1,2...$, что все матрицы $\lim_{p\to\infty} A_P^{-1}XA_P$ являются диагональными для всех X из совокупности.

Будем предполагать, что совокупность матриц $\{X\}$ образуют алгебру Ли G.

Теорема. Для того чтобы алгебра G была предельно диагонализуемой необходимо и достаточно, чтобы алгебра G была разрешимой.

Доказательство необходимости основано на теореме Леви-Мальцева [1] о разложении алгебры в прямую сумму радикала алгебры и полупростой подалгебры алгебры.

Для доказательства достаточности используется существование базиса $e_1, e_2, ..., e_n$ в C^n, в котором все матрицы из G имеют нижнетреугольный вид (теорема Ли). Матрицы A_P вида