Рассматривается интегральное уравнение Вольтерра I рода вида

$$\int_0^x K(x,t)u(t)\,dt = 0\,,\ (0 \le x \le \delta) \qquad (1)$$

в $M_{3,\nu}^{0,-9}$, где $K(x,t)$ – заданная функция со значениями в $L(E)$, имеющая вид

$$K(x,t) = \left[-3C_0x^5t + 4C_0x^6\right] + \left[C_1x^4 - C_1x^3t\right] + \\ + \left[\frac{1}{2}C_2t^2 - C_2xt + \frac{1}{2}C_2x^2\right], \qquad (2)$$

где операторы C_0, C_1, C_2 являются ограниченными в E.

Введем в рассмотрение операторный пучок

$$B_\nu = -\nu C_0 + C_1 - \frac{1}{\nu}C_2\,. \qquad (3)$$

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1) пучок (3) имеет характеристическое число $\nu + i\mu\ \ (\nu < 0)$;

2) характеристическому числу ν соответствует собственный вектор $e_1^0 + ie_2^0$ и присоединенный вектор $e_1^1 + ie_2^1$.

Тогда для уравнения (1) существует решение вида

$$u(x) = \left[\frac{1}{x^3}e^{\nu\int_x^\delta \frac{dz}{z^3}}\left[\sum_{k=0}^{1}\left[e_1^{1-k}\sin\left(\mu\int_x^\delta \frac{dz}{z^3}\right) + \\ + e_2^{1-k}\cos\left(\mu\int_x^\delta \frac{dz}{z^3}\right)\right]\left(\int_x^\delta \frac{dz}{z^3}\right)^k\right]\right]^{(2)}.$$

РАЗРЕШИМОСТЬ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО РОДА

Спирина Н.М., Сапронов И.В., Веневитина С.С.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: nadspi@yandex.ru

Рассмотрим операторное уравнение второго рода с параметром λ

$$\lambda x = Ax + f\,. \qquad (1)$$

Здесь A оператор, действующий в банаховом пространстве E, полуупорядоченном конусом K; f – заданный элемент из пространства E.

Теорема 1. Пусть A – линейный положительный оператор и для некоторого элемента $u_0 > \theta$ выполняется неравенство

$$Au_0 \le qu_0\,, \qquad (2)$$

где $0 < q < \lambda$, а элемент $f \ge \theta$ удовлетворяет неравенству

$$f \le pu_0\,. \qquad (3)$$

Пусть конус K нормальный. Тогда при всех f, удовлетворяющих неравенству (3), уравнение (1) имеет в K решение x^*, к которому сходятся последовательные приближения

$$\lambda x_{n+1} = Ax_n + f, \quad (n = 0,1,2,...) \qquad (4)$$

при любом начальном приближении $x_0 \ge \theta$, удовлетворяющем неравенству $x_0 \le au_0$ ($a > 0$). Кроме того, для решения x^* уравнения (1) справедливы оценки

$$x^* - x_n \le \frac{pu_0}{\lambda - q}\left(\frac{q}{\lambda}\right)^n, \quad x^* \le \frac{f}{\lambda} + \frac{pq}{\lambda - q}u_0\,.$$

Если в условиях теоремы 1 для некоторого элемента $\nu_0 \in K$ выполняются неравенства $p_1\nu_0 \le f$, $A\nu_0 \ge q_1\nu_0$, где $0 < q < \lambda$, $p_1 > 0$, то для решения x^* уравнения (1) справедлива оценка

$$x^* \ge \frac{f}{\lambda} + \frac{p_1q_{11}\nu_0}{\lambda - q_1}\,.$$

СВОЙСТВО ПРЕДЕЛЬНОЙ ДИАГОНАЛИЗАЦИИ РАЗРЕШИМОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ

[1]Фурменко А.И., [1]Веневитина С.С., [2]Сенькин И.Л.

[1]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет», Воронеж;
[2]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», Воронеж,
e-mail: furmenko@mail.ru

Совокупность матриц $\{X\}$ из $L(C^n)$ предельно диагонализуема, если существует такая последовательность матриц $A_p \in GL(C^n)$, $p = 1,2...$, что все матрицы $\lim\limits_{p\to\infty} A_P^{-1}XA_P$ являются диагональными для всех X из совокупности.

Будем предполагать, что совокупность матриц $\{X\}$ образуют алгебру Ли G.

Теорема. Для того чтобы алгебра G была предельно диагонализуемой необходимо и достаточно, чтобы алгебра G была разрешимой.

Доказательство необходимости основано на теореме Леви-Мальцева [1] о разложении алгебры в прямую сумму радикала алгебры и полупростой подалгебры алгебры.

Для доказательства достаточности используется существование базиса $e_1, e_2, ..., e_n$ в C^n, в котором все матрицы из G имеют нижнетреугольный вид (теорема Ли). Матрицы A_P вида