УДК 511.1:004.056

ГИПОТЕЗА ЛЕЖАНДРА (3-Я ПРОБЛЕМА ЛАНДАУ) БЕСКОНЕЧНОСТЬ БЛИЗНЕЦОВ СОСТАВНЫХ ЧИСЕЛ В МНОЖЕСТВЕ $\theta = \{6k \pm 1/k \in N\}$

Чермидов С.И.

ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», Краснодар, e-mail: sergios1234@mail.ru

В статье на базе множества *DCPN* распределения параметров составных чисел *CN* и простых чисел *PN* (Distribution of Parameters of Composite and Primer Numbers) [1], получено что множество состоит из следующих трёх подмножеств чисел: P_{PCN} – параметров простых и составных чисел; P_{Tw} – параметров близнецов простых чисел; P_{TwCN} – параметров чисел близнецов составных чисел отличающихся также друг от друга с той же разностью на 2 (два), что и в *Tw*. На базе множества *DCPN* предлагается вариант доказательства бесконечности близнецов составных чисел, а также рассматриваются причины их возникновения. В статье приводится доказательство того факта, что в интервалах между квадратами соседних натуральных чисел, всегда существуют элементы множества θ. Представлен вариант решения гипотезы Лежандра (3-я проблема Ландау), что между квадратами соседних натуральных чисел всегда существуют простые числа. Почти для всех утверждений приведены числовые примеры. На представленные в статье алгоритмы приведены описания и их листинги программ на Software Module ACCESS.

Ключевые слова: гипотеза Лежандра (3-я проблема Ландау), бесконечность близнецов составных чисел в множестве θ

HYPOTHESIS A LEGENDRE (3RD PROBLEM E. LANDAU), THE INFINITE OF TWINS OF COMPOSITE NUMBERS IN THE SET $\theta = \{6k \pm 1/k \in N\}$

Tsermidis S.I.

Kuban State University, Krasnodar, e-mail: sergios1234@mail.ru

On the basis of the set *DCPN* of the distributions of parameters of composite numbers *CN* and primes *PN* (Distribution of Parameters of Composite and Primer Numbers), [1] you can easily see that the set of parameters *DCPN* contains the following of subset numbers: P_{PCN} – parameters of prime numbers and of composite numbers; P_{Tw} – parameters of twins of prime numbers; P_{TwCN} – parameters of twins of composite numbers differing from each other with the difference 2 (two). On the basis of the set *DCPN* we propose a variant the proof of infinite numbers of twins of composite numbers, as well as the reasons of their occurrence. We present evidence that in the intervals between the adjacent squares of natural numbers, there are always elements of the set θ. In the article given by option of the decision of the hypothesis A Legendre (3-rd problem E Landau), that between adjacent squares of natural numbers is always exist prime number. Almost to all the allegations are given numerical examples. On the all presented algorithms are given in the article the description and listings of programs in Software Module ACCESS.

Keywords: Hypothesis Legendre (3-rd problem Landau), Infinite of twins of composite numbers in the set θ

Значительна простых чисел как в самой математике так и далеко за её пределами. Например, во второй половине 20-го века они находят практическое применение в криптографии для засекречивания важной военной информации, для защиты информации крупных компаний, в навигации, в кодировании и т.д.

Задача распределения простых чисел [6] в натуральном ряду до сих пор является нерешенной. Известные математики в прошлом [4], предлагали ряд теорий и гипотез, для того чтобы приблизиться к закономерностям их распределения. Поэтому распределения простых чисел до сих пор является актуальной значимой задачей.

В списке перечисленных проблем немецкого математика Ландау представлена, так называемая гипотеза Лежандра (hypothesis Legendre), в которой сказано следующее: *«Верно ли, что между квадратами любых соседних натуральных чисел всегда существует хоть одно простое число»*.

Из работ Д. Гильберта известно, что для решения аддитивных проблем в теории чисел, необходимо знать закон распределения простых чисел. Ссылаясь на полученный автором метод распределения параметров составных чисел *CN* и простых чисел *PN* (*Distribution of parameters of Composite and Primer Numbers – DCPN*) [1] на базе элементов множества θ заметим, что кроме простых чисел близнецов (twins of prime numbers – *Tw*) существуют и близнецы составных чисел (twins of composite numbers – *TwCN*), также отличающиеся друг от друга с разницей на 2 (два) как и при простых числах близнецов.

Целью данной работы является определение и причины возникновения чисел *TwCN*, доказательство их бесконечности и решение гипотезы Лежандра (3-й проблемы Ландау) hypothesis A Legendre (3rd problem E. Landau).

Краткий современный обзор по проблеме Лежандра

В последнее время в работах учёных математиков для доказательства гипотезы Лежандра прослеживаются схожие методы и подходы, которые сводятся либо к решению гипотезы Римана о нетривиальных нулях дзета функции ζ(s), либо к постулату Бертрана [7], либо алгоритму Эратосфена [5], либо на неравенство Лежандра $p_{n+1} < p_n + 2\sqrt{p_n}$ (где p_n – n-е простое число), которое, кстати, само до сих пор не доказано, хотя Хохайзель в 1930 г. показал, что существует такое число $\alpha < 1$, для которого $p_{n+1} - p_n < p_n^{\alpha}$ [6].

В статье [2] В.А. Минаева приведено доказательство гипотезы Лежандра на базе чисел множества $\theta = \{6k \pm 1/k \in N\}$ путём подсчета простых чисел $\pi(\chi)$ и составных чисел $c(\chi)$ в интервалах, с применением ассимптотического закона распределения, что влечет громоздкость и трудности в рассуждениях из-за неточности количества простых чисел определенных функцией $\psi(\chi) = \dfrac{x}{Lnx}$.

В работе [3] Е.Ю. Колесникова вводится обозначение N_p для чисел не делящихся на данное простое число p и вычеркиваются все те числа делящиеся на p, затем для следующего p и т.д. Доказывается, что на интервале p_i^2 до p_{i+1}^2 все числа N_{Pi} являются простыми числами и по аналогии решается проблема Лежандра. Однако, в выводах подчеркивается, что порой с высокой точностью совпадают распределения простых чисел, а с другой стороны говорится, что они появляются на числовой оси как «трава в лесу».

В статье Л.А. Шыхалиева [8] даются доказательства проблем Брокарда и Лежандра, основываясь на постулате Бертрана. В своем исследовании автор рассматривает вариант решета Эратосфена зафиксировав простое число p_n. Все натуральные числа от 1 до p_n^2, записывает в виде квадратной таблицы размера $p_n \times p_n$ и вычёркивает числа кратные соответственно по простым числам p_1, $p_2, p_3, ..., p_n$ ..., а затем утверждает о наличие простого числа в интервалах $p_n^2 - p_n$, p_n^2, где $p_1 = 2$; $p_2 = 3... p_n$ ... Таким образом, данная проблема до сих пор не решена.

Определение близнецов составных чисел в множестве *DCPN*

Рассмотрим примеры составных чисел близнецов:

$$TwCN_{20} = (119;\ 121);$$
$$TwCN_{24} = (143;\ 145);$$
$$TwCN_{36} = 6\cdot 36 \pm 1 = (215;\ 217);$$
$$TwCN_{41} = (245;\ 247);$$
$$TwCN_{54} = 6\cdot 54 \mp 1 = (323;\ 325);$$
$$TwCN_{57} = 6\cdot 57 \pm 1 = (341;\ 343);$$
$$TwCN_{79} = 6\cdot 79 \pm 1 = (473;\ 475);$$
$$TwCN_{111} = 6\cdot 111 \pm 1 = (665;\ 667);$$
$$TwCN_{116} = 6\cdot 116 \pm 1 = (695;\ 697);$$
$$TwCN_{134} = (803;\ 805);$$
$$TwCN_{196} = (1175;\ 1177),\ ...$$

Индекс i указывает на параметр числа $TwCN_i = \{6i \mp 1, / i \in P_{TwCN}\}$, где P_{TwCN} есть множество параметров $TwCN$ (см. ниже).

Способ определения близнецов составных чисел в множестве *DCPN*

Как приведено в [1], параметры $\lambda = \dfrac{n \pm 1}{6}$ $\forall$ составного $n \in \theta$, представимы одним из следующих функций (1), где $x, y, \lambda \in N$

$$\begin{aligned}
&1.\ \lambda = f_{11}(x,y) = (6xy - x - y) = (6x-1)y - x.\\
&2.\ \lambda = f_{12}(x,y) = (6xy + x + y) = (6x+1)y + x.\\
&3.\ \lambda = f_{21}(x,y) = (6xy - x + y) = (6x+1)y - x.\\
&4.\ \lambda = f_{22}(x,y) = (6xy + x - y) = (6x-1)y + x.
\end{aligned} \qquad (1)$$

Функции (1) возрастающие по обоим направлениям переменных (x, y) [1].

Первое и второе выражения (1) соответствуют составным и простым числам вида $6\lambda + 1$.

Третье и четвертое выражения (1) соответствуют составным и простым числам $6\lambda - 1$.

Множество значений функций (1) являются счетными и бесконечными.

Счетными являются и параметры всех составных чисел (FN) в множестве θ, где

$$FN = Jm\big(f_{11}(x,y)\big) \cup Jm\big(f_{12}(x,y)\big) \cup Jm\big(f_{21}(x,y)\big) \cup Jm\big(f_{22}(x,y)\big).$$

Счетными также являются множества составных чисел разделенные по подкатегориям CN^+ и CN^- по видам:

$$6\lambda + 1 : \lambda \in FN^+ = \big\{Jm\big(f_{11}(x,y)\big) \cup Jm\big(f_{12}(x,y)\big)\big\};$$
$$6\lambda - 1 : \lambda \in FN^- = \big\{Jm\big(f_{21}(x,y)\big) \cup Jm\big(f_{22}(x,y)\big)\big\}.$$

Структура множества *DCPN*

В таблице [1], показано что элементами множества *DCPN* являются все натуральные числа разделённые на два столбца с пометками «+» или «–», где плюсы соответствуют к простым числам и минусы к составным числам согласно функционированию форм: $6\cdot id + 1$ по первому столбцу и $6\cdot id - 1$ ко второму столбцу.

Пусть P_{CN} – параметры составных чисел и P_{PN} – параметры простых чисел.

Тогда множество *DCPN* распадается на параметры трёх следующих подмножеств:

1. P_{PCN} – параметры $P_{CN} \cup P_{PN}$, т.е. $PCN = \{6id \pm 1 / id \in P_{PCN}\}$ id: «±», «∓».

2. P_{Tw} – параметры простых чисел близнецов $Tw = \{6id \pm 1 / id \in P_{TW}\}$ id: «+», «+».

3. P_{TwCN} – параметры составных чисел близнецов $TwCN = \{6id \pm 1 / id \in P_{TwCN}\}$ id: «–», «–».

Здесь видно по пометкам параметров id, что $P_{Tw} \subset P_{PN}$ и $P_{TwCN} \subset P_{CN}$.

Исследование причин возникновения чисел *TwCN*

Обозначим α_1, α_2, α_3, α_4, α_5, α_6 соответственно для каждого из ниже следующих Диофантовых уравнений (2), множества чисел для которых значения функций $f_{i,j}(x, y)$, $i \le 2$, $j \le 2$ совпадают при различных переменных (x, y) и (x', y'):

$$\begin{aligned}
&1.\ 6(xy - x'y') = x + y - (x' - y') \Leftrightarrow [f_{11}(x,y) = f_{21}(x',y')].\\
&2.\ 6(xy - x'y') = x + y + (x' - y') \Leftrightarrow [f_{11}(x,y) = f_{22}(x',y')].\\
&3.\ 6(x'y' - xy) = x + y + (x' - y') \Leftrightarrow [f_{12}(x,y) = f_{21}(x',y')].\\
&4.\ 6(x'y' - xy) = x + y - (x' - y') \Leftrightarrow [f_{12}(x,y) = f_{22}(x',y')].\\
&5.\ 6(xy - x'y') = -(x + y) - (x' + y') \Leftrightarrow [f_{11}(x,y) = f_{12}(x',y')].\\
&6.\ 6(xy - x'y') = y - x + (y' - x') \Leftrightarrow [f_{21}(x,y) = f_{22}(x',y')].
\end{aligned} \qquad (2)$$

Эти множества и являются строительными блоками представлений параметров чисел *TwCN,* например:

$$\begin{aligned}
&20 = 6\cdot 2\cdot 2 - 2 - 2 = 6\cdot 1\cdot 3 - 1 + 3; \quad &&24 = 6\cdot 1\cdot 5 - 1 - 5 = 6\cdot 2\cdot 2 - 2 + 2;\\
&31 = 6\cdot 2\cdot 3 - 2 - 3 = 6\cdot 1\cdot 6 + 1 - 6; &&34 = 6\cdot 1\cdot 7 + 1 - 7 = 6\cdot 1\cdot 5 - 1 + 5;\\
&36 = 6\cdot 1\cdot 7 - 1 - 7 = 6\cdot 1\cdot 5 + 1 + 5; &&41 = 6\cdot 1\cdot 6 - 1 + 6 = 6\cdot 1\cdot 8 + 1 - 8;\\
&48 = 6\cdot 3\cdot 3 - 3 - 3 = 6\cdot 1\cdot 7 - 1 + 7; &&54 = 6\cdot 3\cdot 3 - 3 + 3 = 6\cdot 2\cdot 4 + 2 + 4;\\
&57 = 6\cdot 1\cdot 8 + 1 + 8 = 6\cdot 2\cdot 5 - 5 + 2; &&69 = 6\cdot 1\cdot 10 - 1 + 10 = 6\cdot 3\cdot 6 - 3 - 6;\\
&71 = 6\cdot 1\cdot 10 + 1 + 10 = 6\cdot 3\cdot 4 - 4 + 3; &&79 = 6\cdot 2\cdot 7 + 2 - 7 = 6\cdot 3\cdot 4 + 3 + 4;\\
&86 = 6\cdot 1\cdot 17 + 1 - 17 = 6\cdot 2\cdot 8 + 2 + 8; &&106 = 6\cdot 1\cdot 15 + 1 + 15 = 6\cdot 2\cdot 8 + 2 + 8;\\
&111 = 6\cdot 1\cdot 16 + 1 - 16 = 6\cdot 3\cdot 6 - 3 + 6; &&116 = 6\cdot 1\cdot 23 + 1 - 23 = 6\cdot 3\cdot 7 - 3 - 7;\\
&130 = 6\cdot 2\cdot 12 - 2 - 12 = 6\cdot 3\cdot 7 - 3 + 7; &&132 = 6\cdot 1\cdot 19 - 1 + 19 = 6\cdot 2\cdot 10 + 2 + 10;\\
&134 = 6\cdot 1\cdot 19 + 1 + 19 = 6\cdot 2\cdot 12 + 2 - 12; &&196 = 6\cdot 1\cdot 39 + 1 - 39 = 6\cdot 2\cdot 18 - 2 - 18.
\end{aligned}$$

Следовательно, объединение $P_{TwCN} = \alpha_1 \cup \alpha_2 \cup \alpha_3 \cup \alpha_4 \cup \alpha_5 \cup \alpha_6$, есть полная перечень параметров для чисел *TwCN* в множестве *DCPN*.

Бесконечность близнецов составных чисел в множестве DCPN

Параметры чисел *TwCN* лежат на не пустых пересечениях $FN^{+} \cap FN^{-} \neq \varnothing$.

Для доказательства бесконечности чисел *TwCN*, рассмотрим таблицу малой размерности 10×10, которой могут отсутствовать какие-либо параметры *TwCN,* так как значения функций в некоторых сочетаниях переменных *x*, *y* отсутствуют, поэтому чем больше размерность таблицы $m \times m$ тем полнее последовательность параметров *TwCN*.

Пусть

$$F_m^{-} = \{{}^{1}f_{21}\} \cup \{{}^{1}f_{22}\} \cup \{{}^{2}f_{21}\} \cup \{{}^{2}f_{22}\} \cup \{{}^{3}f_{21}\} \cup \{{}^{3}f_{22}\} \cup \ldots \cup \{{}^{m}f_{21}\} \cup \{{}^{m}f_{22}\},$$

где слева в верхнем углу индексы значений функций (1) по $x = 1, 2, 3, ..., m$.

При $m = 10$, имеем таблицу.

Формирование параметров составных чисел в множестве θ

x	y	$f_{11}(x, y) = 6xy - x - y$	$f_{12}(x, y) = 6xy + x + y$	$f_{21}(x, y) = 6xy - x + y$	$f_{22}(x, y) = 6xy + x - y$
1	2	3	4	5	6
1	1	4	8	6	6
	2	9	15	13	11
	3	14	22	20	16
	4	19	29	27	21
	5	24	36	34	26
	6	29	43	41	31
	7	34	50	48	36
	8	39	57	55	41
	9	44	64	62	46
	10	49	71	69	51
2	2	20	28	24	24
	3	31	41	37	35
	4	42	54	50	46
	5	53	67	63	57
	6	64	80	76	68
	7	75	93	89	79
	8	86	106	102	90
	9	97	119	115	101
	10	108	132	128	112
3	3	48	60	54	54
	4	65	79	73	71
	5	82	98	92	88
	6	99	117	111	105
	7	116	136	130	122
	8	133	155	149	139
	9	150	174	168	156
	10	167	193	187	173
4	4	88	104	96	96
	5	111	129	121	119
	6	134	154	146	142
	7	157	179	171	165
	8	180	204	196	188
	9	203	229	221	211
	10	226	254	246	234
5	5	140	160	150	150
	6	169	191	181	179
	7	198	222	212	208
	8	227	253	243	237
	9	256	284	274	266
	10	285	315	305	295
6	6	204	228	216	216
	7	239	265	253	251
	8	274	302	290	286
	9	309	339	327	321
	10	344	376	364	356
7	7	280	308	294	294
	8	321	351	337	335
	9	362	394	380	376
	10	403	437	423	417
8	8	368	400	384	384

Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6
	9	415	449	433	431
	10	462	498	482	478
9	9	468	504	486	486
	10	521	559	541	539
10	10	580	620	600	600

Теорема 1. Множество близнецов составных чисел в множестве θ бесконечно.

Доказательство бесконечности близнецов составных чисел проведём методом математической индукции, построив базу индукции из последовательностей β_i. Пусть

$$FN_{10}^{-} = \{6,11,13,16,20,21,24,26,27,31,34,35,36,37,41,46,48,50,51,54,55,57,$$
$$62,63,68,69,71,73,76,79,88,89,90,92,96,101,102,105,111,112,115,119,$$
$$121,122,128,130,139,142,146,149,150,156,165,168,171,173,179,181,187,188,196,$$
$$208,211,212,216,221,234,237,243,246,251,253,266,274,286,290,294,295,$$
$$305,321,327,335,337,356,364,376,380,384,417,423,431,$$
$$433,478,482,486,539,541,600\}.$$

1. $FN_1^{+} = \{{}^1 f_{11}(x, y)\} \cup \{{}^1 f_{12}(x, y)\} = \{4, 8, 9, 14, 15, 19, 22, 24, 29, 34, 36, 39, 44, 49, 50, 57, 64, 71\},$

пусть $A_0 = \beta_0 = \varnothing$; $\beta_1 = FN_1^{+} \cap FN_{10}^{-} = \{24, 34, 36, 50, 57, 71\};$

$$A_1 = A_0 \cup \beta_1 = \{24, 34, 36, 50, 57, 71\}.$$

2. $FN_2^{+} = \{{}^2 f_{11}(x, y)\} \cup \{{}^2 f_{12}(x, y)\} = \{20, 28, 31, 41, 42, 53, 54, 64, 67, 75, 80, 86, 93, 97, 106, 108, 119, 132\},$

$$\beta_2 = FN_2^{+} \cap FN^{-}_{10} = \{20, 31, 41, 54, 119\}$$

$$A_2 = A_1 \cup \beta_2 = \{20, 24, 31, 34, 36, 41, 50, 54, 57, 71, 119\}$$

3. $FN_3^{+} = \{{}^3 f_{11}(x, y)\} \cup \{{}^3 f_{12}(x, y)\} = \{48, 60, 65, 79, 82, 89, 98, 116, 117, 133, 136, 150, 155, 167, 174, 193\},$

$$\beta_3 = FN_3^{+} \cap FN_{10}^{-} = \{48, 79, 89, 150\};$$

$$A_3 = A_2 \cup \beta_3 = \{20, 24, 31, 34, 36, 41, 48, 50, 54, 57, 71, 79, 89, 150, 119\}.$$

4. $FN_4^{+} = \{{}^4 f_{11}(x, y)\} \cup \{{}^4 f_{12}(x, y)\} = \{88, 104, 111, 129, 134, 154, 157, 179, 180, 203, 204, 226, 229, 254\},$

$$\beta_4 = FN_4^{+} \cap FN_{10}^{-} = \{88, 111, 179\};$$

$$A_4 = A_3 \cup \beta_4 = \{20, 24, 31, 34, 36, 41, 48, 50, 54, 57, 79, 86, 88, 89, 92, 97, 104, 106, 111, 116, 119, 179\}.$$

5. $FN_5^{+} = \{{}^5 f_{11}(x, y)\} \cup \{{}^5 f_{12}(x, y)\} = \{140, 160, 169, 191, 198, 222, 227, 253, 256, 284, 285, 315\},$

$$\beta_5 = FN_5^{+} \cap FN_{10}^{-} = \{253\};$$

$$A_5 = A_4 \cup \beta_5 = \{20, 24, 31, 34, 36, 41, 48, 50, 54, 57, 79, 86, 88, 89, 92, 97, 104, 106, 111, 116, 119, 179, 253\} \ldots$$

Пусть выполняется выше изложенный процесс до β_n Допустим $\beta_{n+1} = \varnothing$, то в силу того, что элементы β_i синтезируются из чисел находящиеся на пересечениях счетных множеств $\beta_i = FN_i^+ \cap FN_m^-$ следует, что функции (1) должны быть ограниченными, невозрастающими чего быть не может, ибо функции (1) бесконечные и возрастающие, следовательно из противоречия следует, что $\beta_{n+1} \neq \varnothing$, а значит и найдется последовательность β_{n+1}.

Таким образом, построено счетное множество $A = \bigcup_1^m \beta_i$, где $m \to \infty$ и так как параметры чисел *TwCN* после формирования множеств FN_m^+ и FN_m^- все различные (в силу операции объединения), значит и различные сами числа *TwCN*. Так как любое счетное множество с различными элементами является бесконечным, то множество параметров P_{TwCN} является бесконечным, а значит бесконечны и сами числа *TwCN* ЧТД.

Предложение 1. *В интервалах между квадратами соседних натуральных чисел всегда существуют элементы множества* θ.

Доказательство. Рассмотрим разность между квадратами соседних натуральных чисел,

$$(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1.$$

Пусть $n = 3k$, тогда имеем числа вида $n = 6k + 1$ если $n = 3k - 1$ получим числа вида $n = 6k - 1$, следовательно, в интервалах $n^2...(n+1)^2$ всегда содержится хотя бы один элемент из множества θ. Пусть $n^2 < 6k + 1 < (n+1)^2$ и $n^2 < 6k - 1 < (n+1)^2$, тогда имеем интервал k изменений параметров, которые находятся по следующим неравенствам:

$$a)\ \frac{n^2-1}{6} < k < \frac{n(n+2)}{6};$$
$$b)\ \frac{n^2+1}{6} < k < \frac{n^2+2(n+1)}{6}. \qquad (3)$$

Пример 1. Пусть $n = 7$, имеем интервал49–64. Найдем интервал k из неравенства (3α), имеем $< k < 11 \to k = \{9, 10\}$, значит, элементы θ в этом интервале будут

$$6 \cdot 9 \pm 1 = (53; 55)$$

и

$$6 \cdot 10 \pm 1 = (59; 61) \to \{49, 53, 55, 59, 61, 64\}.$$

Теорема 2 (Лежандра). $\forall n \in N$ в интервале $n^2...(n+1)^2$ всегда найдётся простое число

Доказательство. Так как параметры P_{TwCN} лежат на не пустых пересечениях решений Диофантовых уравнений (1).

$$\alpha_1 = Jm\big(f_{11}(x, y)\big) \cap Jm\big(f_{12}(x, y)\big);$$
$$\alpha_2 = Jm\big(f_{12}(x, y)\big) \cap Jm\big(f_{21}(x, y)\big);$$
$$\alpha_3 = Jm\big(f_{21}(x, y)\big) \cap Jm\big(f_{22}(x, y)\big);$$
$$\alpha_4 = Jm\big(f_{22}(x, y)\big) \cap Jm\big(f_{11}(x, y)\big);$$
$$\alpha_5 = Jm\big(f_{11}(x, y)\big) \cap Jm\big(f_{21}(x, y)\big);$$
$$\alpha_6 = Jm\big(f_{12}(x, y)\big) \cap Jm\big(f_{22}(x, y)\big).$$

И поскольку каждое множество пересечений по определению $\leq$ самого множества, имеем следующие неравенства:

$$\alpha_1 \leq f_{11}(x, y)\ \&\ \alpha_1 \leq f_{12}(x, y);$$
$$\alpha_2 \leq f_{12}(x, y)\ \&\ \alpha_2 \leq f_{21}(x, y);$$
$$\alpha_3 \leq f_{21}(x, y)\ \&\ \alpha_3 \leq f_{22}(x, y);$$
$$\alpha_4 \leq f_{22}(x, y)\ \&\ \alpha_4 \leq f_{11}(x, y);$$
$$\alpha_5 \leq f_{11}(x, y)\ \&\ \alpha_5 \leq f_{21}(x, y);$$
$$\alpha_6 \leq f_{12}(x, y)\ \&\ \alpha_6 \leq f_{22}(x, y),$$

тогда почленно объединяя их имеем:

$$\alpha_1 \cup \alpha_2 \cup \alpha_3 \cup \alpha_4 \cup \alpha_5 \cup \alpha_6 \leq$$
$$\leq \big(f_{11}(x, y) \cup f_{12}(x, y) \cup f_{21}(x, y) \cup f_{22}(x, y)\big). \qquad (4)$$

И учитывая, что при изменении областей определения параметра λ, значения форм $6\lambda \pm 1$ принимают различные типы множеств, например:

ξ_1) $6\lambda + 1 : \lambda \in FN^+\ \&\ 6\lambda - 1 : \lambda \in FN^-$ являются составными числами в θ;

ξ_2) $6\lambda + 1 : \lambda \in FN^-\ \&\ 6\lambda - 1 : \lambda \in FN^+$ являются простыми числами в силу Предложения 2 [1], (т.к. при изменении областей определений соответственно в формах.

Диофантовые уравнения (1) не имеют решений. Объединив всех параметров λ из ξ_1) и ξ_2) получаем, что P_{PCN} есть $P_{CN} \cup P_{PN}$, следовательно,

$$FN^+ \cup FN^- = f_{11}(x, y) \cup f_{12}(x, y) \cup f_{21}(x, y) \cup f_{22}(x, y) = P_{PCN} \cup P_{TwCN}$$

тогда из (4) следует, что

$$P_{TwCN} \le (P_{PCN} \cup P_{TwCN}) \to P_{PCN} \ge 0,$$

но так как параметры *DCPN* являются последовательностями натуральных чисел и состоят из объединений $P_{PCN} \cup P_{Tw} \cup P_{TwCN}$, то еще больше усиливается неравенство $P_{PCN} \ge 0$, т.е. $P_{PCN} \cup P_{Tw} > 0$, следовательно, в полученном интервале *k* из 3α следует, что всегда существуют элементы параметров множеств *PCN* или *Tw* и поскольку в параметрах P_{PCN} и P_{Tw} всегда содержится знак плюс «+», то наличие простых чисел гарантируется, а значит и гипотеза А. Лежандра (3-я проблема Э. Ландау) становится справедливой, ЧТД.

Пример 2. При $n = 11$ имеем $n^2 = 121$, $(n + 1)^2 = 144$, найдём максимальный интервал изменений параметров *k* из

$$a) \to \frac{n^2-1}{6} = 20 < k < \left[\frac{(n+1)^2-1}{6}\right] = 24,$$

следовательно, $k = \{21, 22, 23\}$.

Отметим, что в таблице

$$\text{id} = 21: «+», «–» \in P_{PCN};$$

$$\text{id} = 22: «–», «+» \in P_{PCN}$$

и

$$\text{id} = 23: «+», «+» \in P_{Tw},$$

тогда имеем последовательность элементов θ в интервале

$$k: \{121, 125, 127, 131, 133, 137, 139, 144\},$$

где $\{121, 131, 137, 139,\} \in P$.

Пример 3. Пусть $n = 318$, найдем интервал $n^2 = 10112,4 – (n + 1)^2 = 101761$.

Найдём максимальныйй интервал *k* из а):

$$\frac{n^2-1}{6} = 41666 < k < \left[\frac{(n+1)^2-1)}{6}\right] = 41833,$$

тогда в интервале *k* число элементов θ, будет

$$K_\theta = (k_{\max} - k_{\min}) = 41833 - 41666 = 167,$$

количество параметров K_{Tw} и K_{TwCN} найдём алгоритмически, путём подсчета чисел в *DCPN* соответственно по признакам для *Tw*: «+», «+» и для *TwCN TwCN*: «–», «–», $K_{TwCN} = 54$; $K_{Tw} = 6$, тогда количество параметров

$$K_{PCN} + K_{Tw} = K_\theta - K_{TwCN} = 167 - 54 = 113 > 0,$$

значит *существуют простые числа* в интервале *k*.

<u>Перечень параметров *TwCN* в интервале 41666 < *k* < 41833</u>:

16854 – 16855 – 16856 – 16859 – 16861 – 16863 – 16865 – 16869 – 16871 – 16872 –
–16873 – 16874 – 16875 – 16876 – 16877 – 16883 – 16884 – 16885 – 16886 – 16888 –
–16892 – 16895 – 16898 – 16899 – 16901 – 16904 – 16906 – 16907 – 16909 – 16910 –
–16912 – 16916 – 16918 – 16920 – 16924 – 16925 – 16926 – 16928 – 16931 – 16932 –
–16936 – 16937 – 16939 – 16941 – 16943 – 16945 – 16946 – 16948 – 16951 – ...

Нахождение параметров *id* для чисел *TwCN* по переменным $(x, y)\&(x', y')$ легче найти по программе, чем решать Диофантовые уравнения (2).

Описание программы ParamTwCN

Вводится параметр числа *TwCN* в поле <П2>, также заносится в поле <sk> вариант с которой мы хотим найти решения (i, j). Диофантовых уравнений (2), проверяются в цикле все значения функций (1) на равенство с значением поля <П2>, если нет таких (i, j), значит, число в поле <П2> не является параметром *TwCN*.

```
Private Sub ParamTwCN_Click()
Dim k, i, j, m1, m2, m3, m4 As Double
ora1 = Time(),  ora2 = ”” ,  m1 = 0 + П2
If  IsNull (П2) or П2=”“ or П2=0 Then
П4=”Enter the parameter TwCN in <П2>”
Else
        j= 0 + sk
For i =1 To 1000000000
                k=6 * i * j
If k + i +j > m1 Then GoTo LL
If k - i - j =m1 Then
                        Pol5=j & ” – “ & i
                        GoTo LL
        Else
        End If
                If k – i + j = m1 Then
                        Pol5=i & ” – “ & i
```

```
                Pol5=j & ” – “ & i
                GoTo LL
            Else
            End If
                If k+i - j > m1 Then
                    Pol5=j & ” – “ & i
                    GoTo LL
                Else
                End If
                If k + i + j > m1 Then
                    Pol5=j & ” – “ & i
                    GoTo LL
                Else
                End If
            Next i
            Pol5=””
            LL: End If
End Sub
```

Описание программы *TwCN*

Количество пар *TwCN* на участке (1 – *N*).

Вводится натуральное число в поле <**П2**> , т.к. параметры чисел *TwCN* в шесть раз меньше, то поиск параметров этих чисел начинается с 1 до **П2\6**. Программой **PFA(***TwCN*1,ss) проверяются сгенерированные числа 6*i* + 1 и 6*i* – 1 самой программой.

На *TwCN* и если оба числа имеют минус «–», то идет подсчет близнецов составных чисел, иначе не увеличивается на единицу и переходит к следующему шагу генерации.

```
    Private Sub_TwCN_Click()
    Dim m, m1, m2, m3 As Double
    Dim TwCn1, TwCn2 As Double
ora1 = Time(),  ora2 = ”” ,   sl4= П2
    If  IsNull (sl4) or sl4=0 Then
        П4=”Place the number in the <From>”
            Else
            DoCmd.OpenForm “PrmNub1”,acNormal
                m3=(0+sl4)\ 6
                    For i=1 To m3
                        m=6 * i, TwCN1=m –1, TwCN2= m +1,
                        m1=Mid(PFA(TwCN1,ss),1,1)
                        m2=Mid(PFA(TwCN2,ss),1,1)
                            If m1=”+” And (m2=”+”) Then
                      DoCmd.ForRecord asDataForm,“PrmNub1”, asGoTo, i
                                Forms![ PrmNub1]![Tw]= i
                            Else
                            End If
                        Next i
            End If
            DoCmd.Close asForm,“PrmNub1”,acSaveYes
            ora2 = Time()
    End Sub
```

Заключение

В работе введено новое понятие – числа близнецы составных чисел (*TwCN*).

Представлен способ получения и доказательство их бесконечности, а также дано описание и алгоритм нахождения чисел *TwCN*. Дано доказательство существования простых чисел в интервале между квадратами соседних натуральных чисел.

Список литературы

1. Чермидов С.И. (Tsermidis S.I.) Распределение простых чисел. Алгоритм чисел близнецов и их бесконечность // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – № 06(110). – С. 414–436. – IDA [article ID]: 1101506028. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2015/06/pdf/28.pdf.

2. Минаев В.А. Об интегральных оценках распределения простых чисел // Вестник Российского нового университета. – 2011. – № 4.

3. Колесников Е.Ю. Анализ принципов и законов распределения простых чисел // Вестник Московского государственного университета печати. – 2012. – № 9.

4. Bateman P.T. EWING // Department of Mathematics, http://www.math.uiuc.edu/~berndt/hundred-years-of-prime-numbers.pdf.

5. Drushinin V.V. The proof for hypothesis of Legendre existence of a prime between two squares // Austrian journal of Technical and Natural Sciences. – 2014. – № 7–8.

6. Прахар К. Распределение простых чисел / пер. с нем. А.А. Карацуба, под ред. А.И. Виноградова. – М.: МИР. 1967.

7. Шыхалиев Л.А. Решение 3-й проблемы Ландау // Открытые математические проблемы.