УДК 624.131.+539.215

РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ УПРУГОПОЛЗУЧИХ ГРУНТОВ

[1]Дасибеков А., [2]Юнусов А.А., [2]Корганбаев Б.Н., [3]Юнусова А.А., [1]Саржанова М.Ж.

[1]Южно-казахстанский государственный университет им. М. Ауэзова, Шымкент, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]Международный гуманитарно-технический университет, Шымкент;

[3]Евразийский гуманитарный институт, Астана, e-mail: altyn_79@mail.ru

В данной работе рассмотрен процесс уплотнения грунтового массива в виде параллелепипеда **с** водоупором на глубине h и c водонепроницаемыми стенками $2\ell_1$ и $2\ell_2$. На верхней части поверхности этого параллелепипеда со сторонами $2a$ и $2b$ мгновенно приложена равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью q. При этом упругоползучее свойство грунта подчиняется нелинейной теории Г.Н. Маслова – Н.Х. Арутюняна [1]. Из всех существующих формул, принятых за функцию, отражающую нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями выбрана степенная функция от напряжения с целым показателем. Это позволило получить аналитическое решение пространственной задачи консолидации упругоползучих многофазных грунтов. Получены расчетные формулы для вычисления суммы главных напряжений, изменения поровых давлений и осадок уплотняемого слоя грунта для любого момента времени.

Ключевые слова: уплотнение грунтового массива, консолидация, решение пространственной задачи

MULTI-DIMENSIONAL CONSOLIDATION OF SOILS CONSIDERING NON-LINEAR CREEP

[1]Dasibekov A., [2]Korganbayev B.N., [2]Yunusov A.A., [3]Yunusova A.A., [1]Surganova M.W.

[1]M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]International gumj-technical universiny, Shymkent;

[3]Eurasian Institute for the Humanities, Astana, e-mail: altyn_79@mail.ru

In the present paper, the compaction of the soil massif in the form of a parallelepiped with a confining layer at depth h and with waterproof walls $2\ell_1$ and $2\ell_2$. On the top surface of the parallelepiped with sides $2a$ and $2b$ instantly applied uniformly distributed load with intensity q. Thus uprugosti of the soil obeys the nonlinear theory G.N. Maslov – N.X. Arutyunyan [1]. Of all the existing formulas adopted for the function that reflects the nonlinear dependence between stresses and strains is selected the power function of the voltage with an indicator. It is possible to obtain an analytical solution of a spatial problem of consolidation uprugosti multi-phase soils. Formulas for computing the sum of the principal stresses, changes in pore pressure and the residue compacted layer of soil for any moment of time.

Keywords: seal the soil mass, consolidation, solution for the space problem

Для практики интересен случай уплотнения трехфазных грунтов конечной глубины, где может находиться водопроницаемый слой. Кроме того наличие ограничивающих стенок может иметь самостоятельный интерес. В связи с этим, рассмотрим процесс уплотнения грунтового массива в виде параллелепипеда с водоупором на глубине h и с водонепроницаемыми стенками $2\ell_1$ и $2\ell_2$. На верхней части поверхности этого параллелепипеда со сторонами 2a и $2b$ мгновенно приложена равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью q. При этом упругоползучее свойство грунта подчиняется нелинейной теории Г.Н. Маслова – Н.Х. Арутюняна [1].

Решение задачи сводится к совместному исследованию следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\beta^{/}\left(1+\varepsilon_{cp}\right)\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{k\left(1+\varepsilon_{cp}\right)}{\gamma_{в}}\cdot\nabla^2 p, \quad (1)$$

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0}{1+2\xi}\theta(x,y,z,t)+\frac{1}{1+2\xi}\int_{\tau_1}^{r}\theta(x,y,z,\tau)\frac{\partial a_0(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau+$$

$$+\frac{1}{1+2\xi}\int_{\tau_1}^{r}f[\theta(x,y,z,\tau)]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \quad (2)$$

$$\theta(t) = 3\left[\left(\frac{\theta^*}{3} + p^*\right) - p(t)\right]. \qquad (3)$$

где функция $C(t,\tau)$, входящая в (2), находится из выражения

$$C(t,\tau) = a_1[1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}]; \qquad (4)$$

a_0 – коэффициент мгновенного уплотнения; $\beta^/$ – коэффициент объемного сжатия; ε_{cp} – средний коэффициент пористости; ξ – коэффициент бокового давления; κ – коэффициент фильтрации; γ_b – объемный вес воды; θ^*, P^* – определяет соответственно сумму главных напряжений и давлении в поровой жидкости для стабилизированного состояния грунта; p – давление в поровой жидкости; a_1, γ_1 – параметры ползучести.

Выражения (2), (3) подставив в (1), находим

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t}\theta(x,y,z,t) - f\left[\theta(x,y,z,t)\right]\cdot\frac{\partial C(\tau,t)}{\partial\tau}\Big|_{t=\tau} - \int_{\tau_1}^{t} f\left[\theta(x,y,z,\tau)\right]\frac{\partial^2 C(\tau,t)}{\partial\tau\partial t}d\tau =$$
$$= C_{nV}\nabla^2\theta(x,y,z,t). + F_{k-1}, \qquad (5)$$

где

$$A_0 = a_0 + \frac{1}{3}\beta^/\left(1+\varepsilon_{cp}\right)\left(1+2\xi\right);$$

$$C_{3V} = \frac{1}{3\gamma_в}k\left(1+\varepsilon_{cp}\right)\left(1+2\xi\right).$$

$$F_{-1} = 0;\; F_0 = W_0^2;\; F_k = \frac{1}{kW_0}\sum_{n=1}^{\infty}\left(nm - k + n\right)W_n F_{k-n} \text{ при } m \ge 1. \qquad (6)$$

Полученное уравнение (5) при (6) дает возможность определить сумму главных напряжений в уплотняемом грунте, который обладает нелинейной ползучестью. Однако для определения искомой функции $\theta(x,y,z,t)$, кроме граничных условий необходимо быть задано начальное условие. Оно имеет вид:

$$\theta(\tau_1) = n\gamma\left(1 - \frac{1}{\omega_0^1}\right)H_0, \qquad (7)$$

где H_0 – напорная функция для начального момента времени. Она применительно к двухфазной грунтовой среде была получена С.Р. Месчяном [4], которая запишется следующим образом:

$$\frac{\theta^*}{3} + p^* = \frac{ab}{\ell_1\ell_2}q + \frac{2b}{\ell_2}q\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi}\cdot\frac{ch\frac{m\pi}{\ell_1}z}{ch\frac{m\pi}{\ell_1}h}\cos\frac{m\pi}{\ell_1}x + \frac{2a}{\ell_1}q\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{n\pi}\cdot\frac{ch\frac{n\pi}{\ell_2}x}{ch\frac{n\pi}{\ell_2}h}\cos\frac{n\pi}{\ell_2}y +$$

$$\left. + 4q\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi}\cdot\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{n\pi}\cdot\frac{ch\lambda_{mnk}z}{ch\lambda_{mnk}h}\cdot\cos\frac{m\pi}{\ell_1}x\cdot\cos\frac{n\pi}{\ell_2}y\right], \qquad (8)$$

где

$$\lambda_{mn} = \left(\frac{m\pi}{\ell_1}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{\ell_2}\right)^2 + \left[\frac{(2k+1)\pi}{2h}\right]^2.$$

Таким образом, исследуемая задача сводится к решению уравнения (5), решение которого удовлетворяет начальному (7) и заданным граничным условиям.

Ввиду наличия малого параметра ρ в основном нелинейном уравнений (5), решение его представим в виде бесконечного ряда, т.е.

$$\theta(x,y,t)=\sum_{k=0}^{\infty}W_k(x,y,z,t)\rho^k, \qquad (9)$$

где $W_k(x,y,z,t)$ – некоторая непрерывная функция, подлежащая определению.

Подставляя (8) и (2) в (5) и приравнивая коэффициентов при одинаковых степенях ρ, получим следующую систему интегро-дифференциальных уравнений:

$$L^{(3)}W_0(x,y,z,t)=$$

$$=A_0\left(\frac{1}{n}\frac{\partial\theta^*}{\partial t}+\frac{\partial p^*}{\partial t}\right)-C_{3V}\left(\frac{1}{n}\theta^*+p^*\right); \quad (10)$$

$$L^{(3)}W_1(x,y,z,t)=l^{(3)}W_0^{\,m}; \qquad (11)$$

$$L^{(3)}W_2(x,y,z,t)=ml^{(3)}W_1W_0^{m-1}; \qquad (12)$$

$$L^{(3)}W_i(x,y,z,t)=l^{(3)}V_i, \qquad (13)$$

где

$$V_i=\frac{1}{iW_0}\sum_{j=1}^{i}(jm-i+j)W_iW_{i-j};V_0=W_0^m. \quad (14)$$

$$A_0=[3a_0+\beta^{/}(1+\varepsilon_{cp})\frac{1}{3}(1+2\xi)]^{-1}; \quad (15)$$

$$C_{nV}=k(1+\varepsilon_{cp})(n\gamma_B)^{-1}(1+2\xi)B. \quad (16)$$

$$L^{(3)}=\frac{\partial}{\partial t}-A_0K^*-C_{3v}\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}\Big|_{t=\tau}-C_{3V}\nabla^2;$$

$$K^*W_i=\int^{t}W_i(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[a_0+C(t,\tau)\right]d\tau. \qquad (17)$$

Граничные условия данной задачи, имея в виду (9), можно представить так:

$$\begin{aligned}&\alpha_0W_0+\beta_0\frac{\partial W_0}{\partial x_k}=3\alpha_0q;\ \beta_0=0\ \text{при}\ x_3=z=h;\\&\alpha_0=0\ \text{при}\ x_1=x=\pm l_1;x_2=y=\pm l_2,z=0;\end{aligned} \qquad (18)$$

$$\begin{aligned}&\alpha_iW_i+\beta_i\frac{\partial W_i}{\partial x_k}=0\ \ \beta_i=0\ \text{при}\ x_3=z=h;\\&\alpha_i=0\ \text{при}\ x_1=x=\pm l_1;x_2=y=\pm l_2,z=0;\ \ k=1,2,3.\end{aligned} \qquad (19)$$

$$W_o(x,y,z,\tau_1)=....=W_n(x,y,z,\tau_1)=0. \qquad (20)$$

Далее займемся определением неизвестных функции $W_k(x,y,z,t)$.

Вначале решим уравнение (10) при граничных (18),(19) и начальном (20) условиях. Это решение получим в виде:

$$W_o(x,y,z,t)=3p_0(x,y,z)-\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}T_{ijk}(t).\cos\frac{i\pi}{l_1}x\cos\frac{j\pi}{l_2}y\cos\frac{(2k+1)\pi}{2h}z, \qquad (21)$$

Здесь функция $p_0(x,y,z)$ – определяется по формуле (8);

$$T_{ijk}^{(0)}(t)=\sum_{s=1}^{2}\frac{1}{r_{2ijk}-r_{1ijk}}\left\{\begin{aligned}&[Q_{ijk}^{(0)}(\tau_1)-\left(B+C_{3V}\lambda_{ijk}^2-r_{3-s,ijk}\right)R_{ijk}(\tau_1)]e^{-r_{sijk}((t-\tau))}x\\&x\int_{\tau_1}^{t}[\frac{\partial Q_{ijk}^{(0)}(\tau)}{\partial\tau}+\gamma_1Q_{ijk}^{(0)}(\tau)]e^{-r_{sijk}(t-\tau)}d\tau\end{aligned}\right\}. \qquad (22)$$

Величины $-r_{1ijk},-r_{2ijk}$ соответствуют корням характеристического уравнения вида:

$$r^2+\left(A_0+C_{3V}\lambda_{ijk}^2\right)r+C_{3V}\lambda_{ijk}^2\gamma_1=0,$$

где

$$\lambda_{ijk}^2 = \left(\frac{i\pi}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{2k+1}{2h}\pi\right)^2.$$

Функция $Q_{ijk}^{(0)}(t)$ в (22) определяется из следующего выражения

$$Q_{ijk}^{(0)}(t) = \frac{8}{l_1 l_2 h}\int_0^{l_1}\int_0^{l_2}\int_0^{h}[A_0\gamma_1\int_{\tau_1}^{t} p_0 e^{-\gamma_1(t-\tau)}d\tau - A_0 p_0 + C_{3V}\nabla^2 p_0]\cos\frac{i\pi}{l_1}x\cos\frac{j\pi}{l_2}y\cos\frac{(2k+1)\pi}{2h}zdxdydz.$$

Аналогичным образом можно решить и другие уравнения системы (10)-(17). Причем вид решения n-го уравнения, удовлетворяющего краевым условиям исследуемой задачи, имеет вид:

$$W_n(x,y,z,t) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} T_{ijk}^{(n)}(t).\cos\frac{i\pi}{l_1}x\cos\frac{j\pi}{l_2}y\cos\frac{(2k+1)\pi}{2h}z, \quad (23)$$

где функции

$$T_{ijk}^{(n)}(t) = \sum_{s=1}^{2}(-1)^s\frac{1}{r_{2ijk}-r_{1ijk}}\left\{\begin{array}{l}[Q_{ijk}^{(n)}(\tau_1) - \left(B + C_{3V}\lambda_{ijk}^2 - r_{3-s,ijk}\right)R_{ijk}(\tau_1)]e^{-r_{sijk}((t-\tau))} - \\ -\int_{\tau_1}^{t}[\frac{\partial Q_{ijk}^{(n)}(\tau)}{\partial\tau} - \gamma_1 Q_{ijk}^{(n)}(\tau)]e^{-r_{sijk}(t-\tau)}d\tau\end{array}\right\}. \quad (24)$$

Функция $Q_{ijk}^{(n)}(t)$ в (24) определяется из следующего выражения

$$Q_{ijk}^{(0)}(t) = \frac{8}{l_1 l_2 h}\int_0^{l_1}\int_0^{l_2}\int_0^{h}[A_0\gamma_1\int_{\tau_1}^{t} V_n(\tau)e^{-\gamma_1(t-\tau)}d\tau - C_{3v}V_n(t)]\cos\frac{i\pi}{l_1}x\cos\frac{j\pi}{l_2}y\cos\frac{(2k+1)\pi}{2h}zdxdydz. \quad (25)$$

Тогда сумму главных напряжений (9), согласно выражений (21)-(25) определим из следующей зависимости

$$\theta(x,y,z,t) = 3q[\frac{ab}{\ell_1\ell_2} + \frac{2b}{\ell_2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi}\cdot\frac{ch\frac{m\pi}{\ell_1}z}{ch\frac{m\pi}{\ell_1}h}\cos\frac{m\pi}{\ell_1}x + \frac{2a}{\ell_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{n\pi}\cdot\frac{ch\frac{n\pi}{\ell_2}z}{ch\frac{n\pi}{\ell_2}h}\cos\frac{n\pi}{\ell_2}y +$$

$$\left.+4\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi a}{\ell_1}}{m\pi}\cdot\frac{\sin\frac{n\pi b}{\ell_2}}{n\pi}\cdot\frac{ch\lambda_{mn}z}{ch\lambda_{mn}h}\cdot\cos\frac{m\pi}{\ell_1}x\cdot\cos\frac{n\pi}{\ell_2}y\right] -$$

$$-\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\rho^n T_{ijk}^{(n)}(t).\cos\frac{i\pi}{l_1}x\cos\frac{j\pi}{l_2}y\cos\frac{(2k+1)\pi}{2h}z, \quad (26)$$

где функция $T_{ijk}^{(n)}(t)$ в (26) определяется из выражения (24).

Давление в поровой жидкости, согласно [2] находится из формулы

$$p(x,y,z,t) = \frac{\theta^*}{3} + p^* - \frac{\theta(x,y,z,t)}{3}. \quad (27)$$

При этом расчетную формулу для осадки уплотняемого массива представим в виде

$$S(x,y,t) = \frac{1}{(1+\varepsilon_0)(1+2\xi)}[a_0 S_0 + a_1(S_1 + S_2)], \quad (28)$$

где

$$S_0 = \int_0^h \theta(x,y,z,t)dz; S_1 = \int_0^h \int_{\tau_1}^t \gamma_1 \theta(x,y,z,\tau) e^{-\gamma_1(t-\tau_1)} d\tau dz; S_2 = \int_0^h \int_{\tau_1}^t \rho\gamma_1 \theta^m (x,y,z,\tau) d\tau dz.$$

Таким образом, формулы (26)–(28) дают возможность определить сумму главных напряжений, давление в поровой жидкости и осадок уплотняемого грунтового слоя с учетом нелинейной его ползучести. Решение этой задачи в такой постановке дает, что многие задачи теории консолидации многофазных грунтов могут быть решены с учетом их только физически нелинейности, сохранив геометрическую линеаризацию. При этом задачи сводятся к неоднородным краевым задачам консолидации упругоползучих грунтов и их решения безусловно представляют большие трудности. Однако знание собственных значений некоторых собственных функций, соответствующих однородной задачи позволяет решать и неоднородные задачи.

Из всех существующих формул, принятых за функцию, отражающую нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями степенная функция от напряжения с целым показателем позволит построить аналитические решения для ряда задач консолидации упругоползучих однородных и неоднородных многофазных грунтов.

Следует заметить, что подобные задачи в другой постановке исследованы в [2, 3].

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехтеориздат. 1952, -323 с.

2. Дасибеков А. Юнусов А.А., Юнусова А.А., Абжапбаров А.А. Физичекая нелинейность в консолидации грунтов // Современные наукоемкие технологии. 2014. – №8, часть 1. – С. 47-52.

3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Айменов Ж.Т., Юнусова А.А., Саржанова М.Ж. Неоднородность грунтов в основании фундаментов как основная причина повреждений зданий // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – №3. – С 23-27.

4. Месчян С.Р. Ползучесть глинистых грунтов. – Ереван: Изд-во АН Арм. ССР,1967. – 316 с.

5. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. – М.: Изд. МГУ, 1976. – С. 7-205.

6. Флорин В.А. Основы механики грунтов.– М.: Госстройиздат, 1961. – 543 с.