УДК 539.3

# ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТРУКТУРНЫХ И ЖИДКОСТНЫХ ВОЛН В УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ЖИДКОСТЬЮ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ

## Тер-Акопянц Г.Л., Тер-Акопянц Л.Г.

СПбГМТУ «Санкт-Петербургский Государственный морской технический университет», Санкт-Петербург, e-mail: office@smtu.ru

В работе рассмотрено распространение упругих волн в цилиндрической оболочке, заполненной сжимаемой жидкостью, для неосесимметричных, осесимметричных и изгибных колебаний. Сопоставлены дисперсионные кривые для оболочки со сжимаемой жидкостью, для оболочки с несжимаемой жидкостью и для абсолютно жесткого цилиндрического волновода со сжимаемой жидкостью. Это позволило выявить волны преимущественно структурного и преимущественно жидкостного характера. Метод основан на том, что в оболочке, заполненной несжимаемой жидкостью, возможно распространение только структурных волн, а в жёстком волноводе, заполненном сжимаемой жидкостью, возможно распространение только жидкостных волн.

Ключевые слова: упругая цилиндрическая оболочка с жидкостью, распространение волн, дисперсионные кривые, осесимметричные колебания, изгибные колебания

## ABOUT THE IDENTIFICATION OF THE STRUCTURE-ORIGINATED WAVES AND THE FLUID-ORIGINATED WAVES IN AN ELASTIC CYLINDRICAL FLUID-FILLED SHELL THROUGH THE ANALYSIS OF THE DISPERSION CURVES

### Ter-Akopyants G.L., Ter-Akopyants L.G.

SPbGMTU «Sankt-Petersburg State Marine Technical University», Sankt-Petersburg, e-mail: office@smtu.ru

This paper considers the propagation of elastic waves in a cylindrical compressible fluid-filled shell for non-axisymmetric mode, for breathing mode and for beam mode. The dispersion curves were compared for the compressible fluid-filled shell, for the incompressible fluid-filled shell and for the absolutely rigid cylindrical compressible fluid-filled duct. It allows us to identify the predominantly structure-originated waves and the predominantly fluid-originated waves. The method is based on the fact, that in the incompressible fluid-filled shell it is possible the propagation of structure-originated waves only and in the rigid compressible fluid-filled duct it is possible the propagation of the fluid-originated waves only.

Keywords: elastic cylindrical fluid-filled shell, wave propagation, dispersion curves, breathing mode, beam mode

Целью работы является выявление из всего спектра упругих волн, распространяющихся в цилиндрической оболочке, заполненной сжимаемой жидкостью, волн преимущественно структурного и преимущественно жидкостного характера.

Следуя [4, 5, 6], будем искать решения системы динамических уравнений равновесия в перемещениях, учитывающей наличие жидкости внутри оболочки, в виде:

$$\vec{u}(z,\phi,t) = e^{kz - i\Omega t} \cdot \begin{pmatrix} U\cos m\phi \\ V\sin m\phi \\ W\cos m\phi \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где z – продольная безразмерная координата,  $\Omega$  – частота, k – приведённое осевое волновое число, m – фиксированное число окружных волн.

Выбор перемещений в виде (1) означает, что чисто мнимые значения k соответствуют распространяющимся волнам. Из пары волн, распространяющихся в противоположных направлениях, будем рассматривать только одну, распространяющуюся (Im(k) > 0) в направлении оси 0z.

Система уравнений для амплитуд перемещений в матричной форме принимает вид:

$$L \cdot \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где

 $L_{22}$ 

$$L_{11} = k^2 - \frac{1 - v}{2}m^2 + \omega^2,$$
  

$$L_{12} = -L_{21} = \frac{1 + v}{2}km,$$
  

$$L_{13} = L_{31} = vk,$$
  

$$= \frac{1 - v}{2}(1 + 4a)k^2 - (1 + a)m^2 + \omega^2$$

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ № 10, 2016

$$L_{23} = -L_{32} = -m + a(2-\nu)k^2m - am^3, \ L_{33} = 1 + a(k^2 - m^2)^2 - \omega^2 \left(1 + \frac{\rho_{fl}}{\rho}\frac{R}{h}f_m(k)\right)$$

 $\omega$  – приведённая частота,  $\omega^2 = \rho \frac{1-\nu^2}{E} R^2 \Omega^2$ ,  $a = \frac{h^2}{12R^2}$ ,  $\rho$ ,  $\rho_f$  – плотности оболочки и жид-

кости, h – толщина, R – срединный радиус оболочки, E, v – упругие константы. «Жидкостная» компонента в  $L_{33}$  имеет вид при  $m \ge 1$ :

$$f_m(k) = \frac{J_m(k)}{\frac{\partial J_m(rk)}{\partial r}} = \frac{J_m(k)}{mJ_m(k) - kJ_{m+1}(k)}$$
для несжимаемой жидкости и

$$f_m(k,\omega) = \frac{J_m\left(\sqrt{k^2 + \frac{c^2}{c_{fl}^2}\omega^2}\right)}{mJ_m\left(\sqrt{k^2 + \frac{c^2}{c_{fl}^2}\omega^2}\right) - \sqrt{k^2 + \frac{c^2}{c_{fl}^2}\omega^2} \cdot J_{m+1}\left(\sqrt{k^2 + \frac{c^2}{c_{fl}^2}\omega^2}\right)}$$
для сжимаемой,

где *с*, *c*<sub>*f*</sub> – скорости звука в оболочке и в жидкости соответственно.

В частном случае осесимметричных колебаний m = 0:

$$f_{0}(k,\omega) = f_{0}(k) = \frac{J_{0}(k)}{\frac{\partial J_{0}(rk)}{\partial r}} = \frac{J_{0}(k)}{kJ_{1}(k)}$$

для несжимаемой жидкости,

$$f_{0}(k,\omega) = -\frac{J_{0}\left(\sqrt{k^{2} + \frac{c^{2}}{c_{f}^{2}}\omega^{2}}\right)}{\sqrt{k^{2} + \frac{c^{2}}{c_{f}^{2}}\omega^{2}} \cdot J_{1}\left(\sqrt{k^{2} + \frac{c^{2}}{c_{f}^{2}}\omega^{2}}\right)}$$

для сжимаемой жидкости.

Дисперсионные кривые для случаев осесимметричных m = 0 и изгибных колебаний m = 1 были показаны в работах [1] и [2]. Для сжимаемой жидкости они впервые получены, по-видимому, в [4].

Оболочка со сжимаемой жидкостью представляет собой единую двухкомпонентную систему, в которой нельзя рассматривать по отдельности волны в оболочке и волны в жидкости. Они всегда взаимосвязаны. Однако возможно выяснить за счет чего в большей мере распространяется волна (т.е. передается энергия), за счёт оболочки или за счёт жидкости, то есть подразделить распространяющиеся волны на волны преимущественно жидкостного и преимущественно структурного характера распространения.

Для получения этого нового результата сопоставляются дисперсионные кривые для оболочки со сжимаемой и с несжимаемой жидкостью. Волны, распространяющиеся в оболочке с несжимаемой жидкостью, исключительно структурные, так как в несжимаемой жидкости волны не распространяются. Поэтому на тех частотных интервалах, где дисперсионные кривые для оболочки со сжимаемой и с несжимаемой жидкостью совпадают, волна преимущественно структурная. Для выявления преимущественно жидкостных волн сопоставляются дисперсионные кривые для оболочки со сжимаемой жидкостью и для абсолютно жёсткого цилиндрического волновода со сжимаемой жидкостью, являющегося математической моделью оболочки очень большой жёсткости. В абсолютно жестком волноводе волны распространяются исключительно за счёт сжимаемой жидкости. Поэтому совпадение на некоторых частотных интервалах дисперсионных кривых в этом случае означает, что волна преимущественно жидкостная.

На рис. 1 представлены дисперсионные кривые для неосесимметричных режимов колебаний (*m* = 2 и *m* = 3).

Наблюдение за графиками показывает, что для этих двух режимов волна, описываемая красной дисперсионной кривой 1, всегда преимущественно структурная, а волна, описываемая синей дисперсионной кривой 2, всегда преимущественно жидкостная. Волна, описываемая розовой дисперсионной кривой 4, переходит на частоте  $\omega = 2.15$  при m = 2 и  $\omega = 2.55$  при m = 3 из преимущественно структурной в преимущественно жидкостную. Волна, описываемая голубой дисперсионной кривой 5, зарождается, как преимущественно жидкостная, но остаётся таковой только до частоты  $\omega = 2.15$  при m = 2 и  $\omega = 2.55$  при m = 3.

INTERNATIONAL JOURNAL OF APPLIED AND FUNDAMENTAL RESEARCH № 10, 2016



Рис. 1. Дисперсионные кривые для неосесимметричных режимов колебаний



Рис. 2. Дисперсионные кривые для осесимметричных и изгибных колебаний

На рис. 2 представлены дисперсионные кривые для режимов осесимметричных колебаний (m = 0) и изгибных колебаний (m = 1).

Ввиду наибольшего практического интереса к этим двум режимам, результаты анализа дисперсионных кривых представим в табличной форме (табл. 1 и 2). Рассматривались частотные интервалы  $\omega \in (0, 2)$ для осесимметричного режима колебаний (m = 0) и  $\omega \in (0, 3)$  для случая изгибных колебаний (m = 1).

Отметим, что в зонах сближения дисперсионных кривых (veering) как раз и происходит изменение механизма распространения волн и обмен энергией между оболочкой и жидкостью (см. [3]). Это особенно удобно проследить по правому рис. 2 для четвёртой распространяющейся волны (розовая линия), которая на частоте  $\omega \approx 1,8$  переходит из преимущественно структурной в преимущественно жидкостную.

Практическое значение данного исследования в том, что колебания, передаваемые самой оболочкой (т.е. волны структурного происхождения), можно ослабить за счёт применения внешних устройств. Бороться с колебаниями, передаваемыми жидкостью, таким образом невозможно.

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ № 10, 2016

#### Таблица 1

Жидкостные и структурные волны в режиме осесимметричных колебаний

N⁰	Цвет линии	Частотные диапазоны, в которых волна	Частотные диапазоны, в которых волна
п/п		преимущественно структурная	преимущественно жидкостная
1	красный	(0.7, 2)	
2	синий		(0, 2)
3	зелёный	(0, 0.85)	
4	розовый	(0, 0.6); (0.85, 1.3)	(1.3, 2)
5	голубой	(1, 1.2); (1.3, 1.7)	(1.2, 1.3)
6	коричневый	(1.2, 1.3); (1.7, 2)	(1.15, 1.2)
7	оранжевый	(1.75, 2)	

#### Таблица 2

Жидкостные и структурные волны в режиме изгибных колебаний

N⁰	Цвет линии	Частотные диапазоны, в которых волна	Частотные диапазоны, в которых волна
п/п		преимущественно структурная	преимущественно жидкостная
1	красный	(0, 3)	
2	синий		(0.55, 3)
4	розовый	(1.45, 1.8)	(1.8, 3)
5	голубой	(1.45, 1.65)	(1.65, 1.8)
6	зелёный	(2.2, 3)	(1.6, 1.65)
7	оранжевый	(2.2, 2.7)	(2.7, 3)
8	серый		(2.6, 2.7)

## Выводы

Предложенный метод сопоставления дисперсионных кривых для оболочки со сжимаемой жидкостью, с несжимаемой жидкостью и для абсолютно жесткого волновода со сжимаемой жидкостью позволяет успешно определять, какие волны имеют преимущественно структурный, а какие преимущественно жидкостный механизм распространения.

#### Список литературы

1. Тер-Акопянц Г.Л. Дисперсионные кривые и модальные коэффициенты при распространении волн в оболочке с жидкостью // Естественные и технические науки. – 2015. – № 6(84). – С. 77-81.

2. Тер-Акопянц Г.Л. Осесимметричные волновые процессы в цилиндрических оболочках, заполненных жидкостью // Естественные и технические науки. – 2015. – № 7 (85). – С. 10-14.

 Филиппенко Г.В. Анализ потоков энергии в бесконечной цилиндрической оболочке, контактирующей со сжимаемой жидкостью. XXVII сессия Российского акустического общества. Санкт-Петербург, 16-18 апреля 2014 г.

4. Fuller C.R., Fahy F.J. Characteristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical elastic shells filled with fluid. // Journal of Sound and Vibration.  $-1982. - N \ge 81(4). - P. 501-518.$ 

5. Sarkar A., Sonti V.R., Asymptotic analysis for the coupled wavenumbers in an infinite fluid-filled flexible cylindrical shell: the axisymmetric mode. // Computer Modeling in Engineering and Sciences. – 2007. – № 21(3). – Р. 193–207.

6. Sarkar A., Sonti V.R. Asymptotic analysis for the coupled wavenumbers in an infinite fluid-filled flexible cylindrical shell: the beam mode. // Journal of Sound and Vibration. –  $2009. - N_{\odot} 319. - P. 646-667.$