УДК 004.052.2

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПЕРЕСЧЕТА ОРТОГОНАЛЬНЫХ БАЗИСОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ УПРАВЛЯЕМОЙ ДЕГРАДАЦИИ НЕПОЗИЦИОННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

[1]Белов С.П., [2]Саркисов А.Б., [2]Хахалев Т.А., [2]Калмыков И.А., [3]Ряднов С.А.

[1]ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет», Белгород, e-mail: kia762@yandex.ru;
[2]ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь, e-mail: kia762@yandex.ru;
[3]Филиал Московского государственного университета приборостроения и информатики в городе Ставрополе, e-mail: kia762@yandex.ru

Современные параллельные вычислительные системы, функционирующие в модулярных кодах, позволяют достичь максимальной производительности за счет обработки малоразрядных остатков. Стремление обеспечить предельные скоростные характеристики приводит к усложнению устройства, что негативно влияет на надежность его функционирования. Известно, что модулярные коды позволяют обнаруживать и корректировать ошибки, возникающие в процессе вычислений из-за отказов оборудования. При этом такие коды обладают потенциальной возможностью к перераспределению вычислительной нагрузки при отказе каналов. Применение управляемой деградации структуры непозиционной вычислительной системы позволяет сохранить ей работоспособное состояние за счет снижения в допустимых пределах основных показателей качества функционирования. Основным сдерживающим фактором широкого применения метода реконфигурации является отсутствие эффективного алгоритма пересчета ортогональных базисов. Поэтому разработка алгоритма пересчета ортогональных базисов при проведении управляемой деградации непозиционной вычислительной системы является актуальной задачей.

Ключевые слова: модулярные коды, реконфигурация структуры, ортогональные базисы, коррекция ошибок, полиномиальная система классов вычетов, алгоритмы пересчета ортогональных базисов

THE ALGORITHM OF RECALCULATION OF ORTHOGONAL BASES WHEN CARRYING OUT CONTROLLED DEGRADATION NON-POSITIONAL COMPUTER SYSTEM

[1]Belov S.P., [2]Sarkisov A.B., [2]Khakhalev T.A., [2]Kalmykov I.A., [3]Ryadnov S.A.

[1]Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Belgorod State National Research University» Belgorod, e-mail: kia762@yandex.ru;
[2]Federal state Autonomous educational institution higher professional education «North-Caucasian Federal University, Stavropol, e-mail: kia762@yandex.ru;
[3]Filial Moscow state University of instrument engineering and informatics in the city of Stavropol, e-mail: kia762@yandex.ru

Modern parallel computing system operating in modular codes, enable maximum productivity by handling malorazlichimyh residues. The desire to provide the ultimate speed characteristics leads to complication of the device, which adversely affects the reliability of its functioning. It is known that modular codes allow to detect and correct errors arising in the computation process due to equipment failure. In addition, these codes have the potential for redistribution of computational load in case of failure of channels. The application of controlled degradation of the non-positional structure of a computing system allows you to keep her healthy state by reducing within the acceptable range of the main indicators of quality of functioning. The main limiting factor in the widespread application of the method of reconfiguration is the lack of an efficient algorithm for the recalculation of orthogonal bases. The development of the algorithm of recalculation of orthogonal bases when carrying out controlled degradation non-positional computing systems is an urgent task.

Keywords: modular codes, reconfiguration of orthogonal bases, error correction, polynomial system classes deductions, algorithms recalculation of orthogonal bases

Современные параллельные вычислительные системы, функционирующие в модулярных кодах, позволяют достичь максимальной производительности за счет обработки малоразрядных остатков. Стремление обеспечить предельные скоростные характеристики приводит к усложнению устройства, что негативно влияет на надежность его функционирования. Повысить отказоустойчивость параллельных вычислительных систем можно за счет применения избыточных модулярных кодов, в том числе кодов полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ).

Цель исследования

Коды полиномиальной системы классов вычетов за счет введения избыточных оснований позволяют обнаруживать и корректировать ошибки, возникающие в процессе вычислений из-за отказов оборудования. Однако для устранения последствий потока отказов такая избыточность становится достаточно большой. Решить эту проблему можно за счет проведения реконфигурации, то есть перераспределения вычислительной нагрузки между работоспособными каналами. Однако, отсутствие эффективного алгоритма пересчета значений ортогональных базисов (ОБ) не позволяют широко использовать реконфигурацию непозиционных вычислительных систем. Поэтому разработка алгоритма пересчета ОБ при проведении управляемой деградации непозиционной вычислительной системы является актуальной задачей.

Материалы и методы исследования

Код полиномиальной системы классов вычетов относится к непозиционным кодам. Кодовая комбинация ПСКВ представляется в виде набора остатков полиномам $A(z)$ по основаниям, в качестве которых выбраны неприводимые полиномы $p_i(z)$. Тогда

$$A(z) = (\alpha_1(z), \alpha_2(z), ..., \alpha_k(z)), \qquad (1)$$

где $\alpha_i(z) \equiv A(z) \bmod p_i(z)$; $i = 1, 2, …, n$.

Произведение оснований кода ПСКВ позволяет определить рабочий диапазон

$$P(z) = \prod_{i=1}^{k} p_i(z). \qquad (2)$$

Проведенный анализ работ [1, 3, 6] показал, что коды ПСКВ наиболее эффективно реализуют такие модульные операции как сложение, вычитание и умножение по модулю. В этом случае для кода ПСКВ справедливо

$$\left|A(z) \circ B(z)\right|^{+}_{p(z)} = \left(\left|\alpha_1(z) \circ b_1(z)\right|^{+}_{p_1(z)}, \left|\alpha_1(z) \circ b_1(z)\right|^{+}_{p_2(z)}, ..., \left|\alpha_k(z) \circ b_k(z)\right|^{+}_{p_k(z)}\right), \qquad (3)$$

где $A(z) = (\alpha_1(z), \alpha_2(z), ..., \alpha_k(z))$;
$B(z) = (b_1(z), b_2(z), ..., b_k(z))$;
$\circ$ – модульная операция.

Для обеспечения отказоустойчивости в код ПСКВ вводят избыточные основания, удовлетворяющие условию

$$\deg p_{k+r} \geq ... \geq \deg p_{k+1} \geq \deg p_k \geq \deg p_{k-1} .... \qquad (4)$$

В результате происходит расширение рабочего диапазона до полного диапазона

$$P^*(x) = \prod_{i=1}^{k+r} p_i(x) = P(x) \prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(x). \qquad (5)$$

Так как ошибка переводит правильный $A(z) = (\alpha_1(z), ..., \alpha_{k+r}(z))$ в ошибочный полином $A^*(z) = (\alpha_1(z), ..., \alpha_i^*(z), ...\alpha_{k+r}(z))$, лежащий вне рабочего диапазона, то, зная местоположение искаженного полинома $A^*(z)$, можно однозначно определить модуль $p_i(z)$, по которому произошла ошибка, а также ее глубину.

Применение корректирующих кодов ПСКВ наиболее эффективно при исправлении однократных ошибок. Однако при возникновении потока отказов такой подход не может обеспечить высокую отказоустойчивость. Решением данной проблемы является использование разработанный метод реконфигурации, который позволяет сохранять работоспособное состояние при возникновении отказов за счет снижения в допустимых пределах основных показателей качества функционирования. Данный метод перераспределения вычислительной нагрузки содержит следующие этапы [4, 5]: – обнаружение ошибочного вычислительного канала ПСКВ; – отключение отказавшего канала; – перераспределение вычислительной нагрузки между оставшимися модулями ПСКВ; – для организации обратного преобразования из кода ПСКВ в позиционный код пересчитать ортогональные базисы для деградируемой системы.

Если первые три этапа управляемой деградации структуры ВС можно достаточно легко реализовать в ПСКВ, то последний этап – во многом будет определять эффективность противодействия потоку отказов. В настоящее время известно несколько алгоритмов, позволяющих осуществлять перерасчет значений ортогональных базисов при изменении количества информационных и контрольных оснований ПСКВ [5].

В работе [3] представлено устройство для вычисления сумм парных произведений, функционирующее в ПСКВ. В основу работы данного устройства положено свойство сравнимости ортогональных базисов избыточной и безизбыточной систем ПСКВ.

$$B_i^*(z) \equiv B_i(z) \bmod P_{\text{раб}}(z), \qquad (6)$$

где $B_i(z)$ – ортогональный базис избыточной системы ПСКВ; $B_i^*(z)$ – ортогональный базис безизбыточной ПСКВ.

Такой подход позволяет перейти к вычислению в системе ПСКВ с меньшим числом модулей. Это свойство было положено в алгоритм пересчета ортогональных базисов модулярного кода при расширении системы оснований, который приведен в работе [1]. При расширении системы оснований необходимо осуществить пересчет ортогональных базисов $B_i^\bullet(z), i = 1, 2, .., k+1$, при заданных начальных значениях $B_i(z), i = 1, 2, .., k$ системы оснований $p_1(z), ..., p_k(z)$. Используя свойство сравнимости ортогональных базисов, имеем

$$m_i^\bullet(z) P_i^\bullet(z) \equiv m_i(z) P_i(z) \bmod p_i(z) \qquad (7)$$

где $m_i(z)$ и $m_i^\bullet(z)$ – вес ортогонального базиса в безизбыточной и расширенной ПСКВ.

Так как значения $B_i^\bullet(z)$ расширенной системы оснований и $P_i^\bullet(z) = P(z)/p_i(z)$ являются взаимно простыми с основанием $p_i(z)$, то выражение (7) можно переписать в виде

$$m_i^\bullet(z) = m_i(z) \left|P_i(z) P_i^\bullet(z)^{-1}\right|^{+}_{P_i(z)} \qquad (8)$$

С учетом того, что $P_i^*(z) = P_i(z) \cdot p_{\kappa+1}(z)$, получаем

$$m_i^\bullet(z) = \left|m_i(z) p_{k+1}(z)^{-1}\right|^{+}_{p_i(z)} \qquad (9)$$

Тогда, пересчитанная величина ортогонального базиса равна

$$B_i^{\bullet}(z) = \left| m_i(z) P^{\bullet}(z) \left(p_i(z) p_{k+1}(z) \right)^{-1} \right|^{+}_{p_i(z)} \qquad (10)$$

Так как в (10) используются константы, то для реализации пересчета была предложена двухслойная нейронная сеть, которая показана на рис. 1.

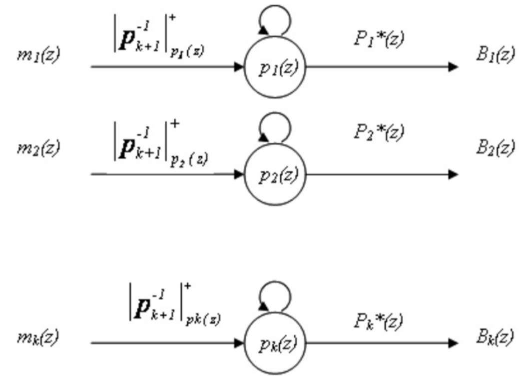

Рис. 1. Нейронная сеть для пересчета ортогональных базисов ПСКВ

В работе [1] задача пересчета сводится к преобразованию ортогональных базисов $B_i(z)$, где $i = 1, \ldots, k$, из пространства

$$P_k(z) = \prod_{i=1}^{k} p_i(z),$$

в ортогональные базисы $B_j^*(z)$, где $i = 1, \ldots, k-1$, определяемые диапазоном

$$P_{k-1}(z) = \prod_{j=1}^{k-1} p_j(z).$$

Уменьшение диапазона $P_k(z)$, определяемое оставшимися рабочими основаниями $p_j(z)$ приводит к изменению значений «деградируемых» ортогональных базисов известно, что

$$B_j^*(z) \equiv B_j(z) \bmod P_{k-1}(z). \qquad (11)$$

Проведенные исследования показали, что формирование новых ортогональных базисов можно осуществить с помощью многотактовых кодовых фильтров (МКФ). Такие фильтры содержат элементы трех видов: сумматоры по модулю два на два входа и один выход, устройство задержки символов на один временной такт, устройства умножения символов на величину 0, либо 1. Пусть полиномиальная форма делителя имеет вид:

$$q(z) = q_n z^n + q_{n-1} z^{n-1} + q_{n-2} z^{n-2} + \ldots + q_1 z + q_0, \qquad (12)$$

где коэффициенты q_i для $i = 1, \ldots, n$ лежат в поле $GF(p)$.

Тогда все операции сложения должны быть выполнены в поле $GF(p)$, и каждая ячейка регистра сдвига должна содержать элемент из $GF(p)$. Далее, результат на выходе сумматора, формирующего член обратной связи, нужно умножить на q_n^{-1}. Наконец для каждого нулевого q_i, $i > n$, член обратной связи должен быть умножен на $-q_i$. Сумма полученного произведения с результатом выхода предыдущей ячейки является входным значением i-й ячейки регистра, где i меняется от 0 до $n-1$. Схема МКФ показана на рис. 2.

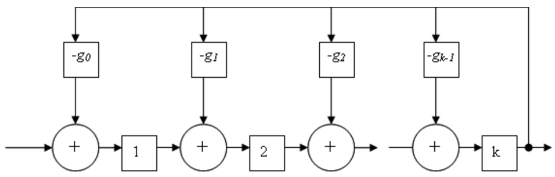

Рис. 2. Обобщенная схема МКФ

Однако данный метод вычисления обладает недостатком – для пересчета ОБ необходимо постоянно изменять структуру вычислительного устройства, постоянно подавая на его вход ортогональные вектора $B_i(z)$, $i = 1, \ldots, k$ исходной ПСКВ. Отсюда следует актуальность разработки нового алгоритма пересчета ОБ, позволяющего осуществлять управляемую деградацию ВС ПСКВ.

В разработанном алгоритме пересчета ОБ применяется свойство ортогональности, а также алгоритм вычисления ОБ. Согласно последнему для вычисления ОБ необходимо знать

$$P_i(z) = P_{\text{полн}}(z) / p_i(z). \qquad (13)$$

Для выполнения условия ортогональности используют вес ОБ $m_i(z)$, такого, что

$$B_i(z) = m_i(z) P_i(z) \equiv 1 \bmod p_i(z). \qquad (14)$$

Исходя из последнего условия, выражение (14) можно представить как

$$B_i(z) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{k+r} m_l(z) p_l(z), \qquad (15)$$

где $m_l(z)$ – вес l-го основания ПСКВ, определяемый соотношением

$$m_l(z) = p_l^{-1}(z) \bmod p_i(z). \qquad (16)$$

Очевидно, что для выполнения условия (14) необходимо соблюдение равенства

$$m_i(z) = \prod_{\substack{j=1 \\ l \neq i}}^{k+r} m_j^i(z) \bmod p_i(z). \qquad (17)$$

Следовательно, для пересчета ортогональных базисов при построении деградируемого СП ПСКВ необходимо использовать значения $m_j^i(z)$, то есть обратных величин оснований $p_l(z)$ по модулю $p_i(z)$.

Результаты исследования и их обсуждение

Пусть задан код с модулями $p_1(z) = z + 1$, $p_2(z) = z^2 + z + 1$, $p_3(z) = z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$, $p_4(z) = z^4 + z^3 + 1$, $p_5(z) = z^4 + z + 1$. и все основания СП ПСКВ находятся в исправном состоянии. Рассмотрим реализацию алгоритма вычисления веса ортогонального базиса $B_5(z)$. Для вычисления данного ортогонального базиса была получена константы

$$P_5(z) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 5}}^{5} p_i(z) = z^{11} + z^8 + z^7 + z^5 + z^3 + z^2 + z + 1.$$

Тогда остаток $\delta_5(z)=P_5(z)\bmod z^4+z+1=z^3+1$, а индексное представление будет равно $ind\,\delta_5(z)\bmod p_5(z)=ind\;P_5(z)=ind(z^3+1)=14$. Для выполнения условие (14) определим значение индекса веса ортогонального базиса $m_5(z)$ такое, чтобы

$$ind\,\delta_5(z)\bmod p_5(z)+ind\,m_5(z)\bmod(\deg p_5(z)-1)\equiv 0\bmod(2^{\deg p_j(z)}-1).$$

В этом случае индекс веса ортогонального базиса будет определяться из условия

$$14+ind\,m_5(z)\bmod(2^{\deg p_5(z)}-1)\equiv 0\bmod 15.$$

Таким образом, $ind\ m_5(z) = 1$. Это означает, что величина веса ортогонального базиса $B_5(z)$ равна $m_5(z) = z$. Тогда ортогональный базис составит

$$B_5(z)=m_5(z)M_5(z)=m_5(z)\prod_{\substack{i=1\\ i\neq 5}}^{5}p_i(z)=z^{12}+z^9+z^8+z^6+z^4+z^3+z^2+z.$$

Для вычисления $B_5(z)$ были использованы константы и их индексное представление:

– $m_5^1(z)=p_1(z)^{-1}\bmod p_5(z)=z^3+z^2+z$;

$ind\,m_5^1(z)=ind(z^3+z^2+z)=11$.

– $m_5^2(z)=p_2(z)^{-1}\bmod p_5(z)=z^2+z$;

$ind\,m_5^2(z)=ind(z^2+z)=5$.

– $m_5^3(z)=p_3(z)^{-1}\bmod p_5(z)=z^3+z$;

$ind\,m_5^3(z)=ind(z^3+z)=9$.

– $m_5^4(z)=p_3(z)^{-1}\bmod p_5(z)=z^3+z^2$;

$ind\,m_5^4(z)=ind(z^3+z^2)=6$.

Проведем расчет веса ортогонального базиса, используя разработанный алгоритм

$$ind\ m_5(z)=\sum_{i=1}^{4}ind(m_5^i(z))\bmod(2^{\deg_5(z)}-1)=1.$$

Таким образом, вес ортогонального базиса $B_5(z)$ равен $m_5(z)=z$.

Аналогичным образом можно произвести вычисление веса ортогонального базиса при постепенной управляемой деградации структуры СП ПСКВ при потоке отказов. Очевидно, чтобы использование разработанного алгоритма индексного представления веса ОБ позволяет повысить скорость выполнения данной немодульной операции.

Определим схемные затраты, которые будут затрачены на реализацию алгоритма пересчета ОБ, приведенные в работе [2]. В состав этого блока пересчета входят два блока памяти, $(n-2)$ умножителя по модулю $p_i(z)$, а также один позиционный умножитель. Тогда схемные затраты на блок расчета ортогонального базиса определяются

$$V_1=(n-2)V_{\text{mod}}+V_{LUT1}+V_{LUT2}+V_{\text{умн}}, \quad (18)$$

где V_{mod} – схемные затраты на умножители по модулю $p_i(z)$; V_{LUT} – схемные затраты на блок памяти LUT; $V_{\text{умн}}$ – схемные затраты на позиционный сумматор.

Значит для рассмотренного кода ПСКВ данных схемные затраты на блок вычисления ОБ, использующего мультипликативный алгоритм потребуется $V_1 = 810$ элементов.

Схемные затраты необходимые на построение блока вычисления ОБ, использующий разработанный алгоритм пересчета веса, будут определяться

$$V_1=V_{SU\text{mod}}+V_{\text{рег}}+V_{\text{преоб}}+V_{LUT1}+V_{LUT2}+V_{\text{умн}}, \quad (19)$$

где V_{SUmod} – схемные затраты на сумматор по модулю $2^{\deg p_i(z)}-1$; $V_{\text{рег}}$ – схемные затраты на регистр; $V_{\text{преоб}}$ – схемные затраты на преобразователь «индекс-элемент».

Проведенные исследования показали, что схемные затраты на реализацию разработанного алгоритма $V_2 = 681$ элемент. Очевидно, что выигрыш в схемных затратах разработанного алгоритма вычисления веса ОБ составит $К = V_1/V_2 = 1{,}19$.

Заключение

В работе проведен анализ основных методов пересчета ортогональных базисов при постепенной деградации СП ПСКВ из-за потока отказов. Показано, что известные ранее алгоритмы имеют значительные схемные затраты. С целью решения данной проблемы был разработан алгоритм пересчета весов ОБ, на основе использования индексного представления. Проведенные исследования показали, что при использовании разработанного алгоритма пересчета веса ОБ, схемные затраты будут сокращены в 1,19 раза по сравнению с алгоритмом, использующем линейку умножителей по модулю.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-50032.

Список литературы

1. Горденко Д.В., Калмыков И.А., Резеньков Д.Н., Саркисов А.Б. Методы и алгоритмы реконфигурации непозиционных вычислительных структур для обеспечения отказоустойчивости спецпроцессоров. – Ставрополь: Издательско-информационный центр «Фабула». – 2014. – 180 с.

2. Дагаева О.И., Калмыков И.А., Яковлева Е.М. Устройство для преобразования из полиномиальной системы классов вычетов в позиционный код // Патент России № 2409840. 2011. Бюл. № 2.

3. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 276 с.

4. Калмыков И.А., Саркисов А.Б., Калмыков М.И. Модулярный систолический процессор цифровой обработки сигналов с реконфигурируемой структурой // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. – 2013. – № 2 (35). – С. 30–35.

5. Резеньков Д.Н. Определение местоположения и глубины ошибок при постепенной деградации структуры спецпроцессора полиномиальной системы классов вычетов // Актуальные проблемы и инновации в экономике, управлении, образовании, информационных технологиях – Ставрополь, 2009. – Т. 4, № 5. – С. 94–95.

6. Kalmykov I.A., Katkov K.A., Naumenko D.O., Sarkisov A.B., Makarova A.V. Parallel modular technologies in digital signal processing // Life Science Journal – 2014. – № 11 (11s) – P. 435–438. http://www.lifesciencesite.com.