

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ НАДЗЕМНОГО НЕФТЕПРОВОДА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Мусаев В.К.

Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II, Москва, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Приводится информация о моделировании безопасности некоторых задач при нестационарных волновых сейсмических воздействиях на надземный нефтепровод с помощью метода конечных элементов. Для решения поставленной задачи применяются уравнения нестационарной динамической теории упругости. Для решения двумерной нестационарной динамической задачи математической теории упругости с начальными и граничными условиями используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Применяется однородный алгоритм. С помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши. Рассмотрена постановка четырех задач при различных углах подхода сейсмического воздействия на надземный нефтепровод. Сейсмическое воздействие моделируется в виде функции Хевисайда. Решается система уравнений из 32032288 неизвестных.

Ключевые слова: численный метод Мусаева В.К., алгоритм, комплекс программ, нестационарные упругие волны, динамика сплошных сред, волновая теория сейсмической безопасности, сейсмика, сейсмическая стойкость, сейсмическое воздействие, сейсмическая нагрузка, фундаментальное воздействие, полуплоскость, неотражающие граничные условия, исследуемая расчетная область, нефтепровод, надземное сооружение, импульс в виде ступеньки, функция Хевисайда

MODELING THE SECURITY OVERHEAD OF THE PIPELINE UNDER NON-STATIONARY SEISMIC LOADING

Musayev V.K.

Moscow state transport University of Emperor Nicholas II, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Provides information on the security modelling of some problems in non-stationary seismic wave effects on the aboveground pipeline using finite element method. To solve the tasks used the equations of non-stationary dynamic theory of elasticity. For solving two-dimensional nonstationary dynamic problems of mathematical elasticity theory with initial and boundary conditions we use the method of finite elements in displacements. The problem is solved by the method of end-to-end account, without allocation of breaks. Applies a uniform algorithm. Using the method of finite elements in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions led to a linear Cauchy problem. Considered setting four objectives at various angles of approach of the seismic impact on the aboveground pipeline. The seismic excitation is modeled as a function of Heaviside. Solve the system of equations of 32032288 unknown.

Keywords: the numerical method Musayev V.K., algorithm, program complex, unsteady elastic waves, dynamics of continuous media, wave theory for seismic safety, seismic, seismic resistance, seismic effect, seismic load, fundamental impact, half-plane, non-reflective boundary conditions, the investigated design region, pipeline, overhead construction, momentum in the form of steps, the function of Heaviside

Рассматриваются вопросы численного моделирования сейсмического воздействия на надземный нефтепровод с основанием в виде полуплоскости.

Поставленная задача решается с помощью численного моделирования уравнений нестационарной математической теории упругости.

В работах [1–10] приведена информация о моделировании нестационарных волн напряжений в деформируемых телах сложной формы с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Постановка волновой задачи с начальными и граничными условиями

Для решения задачи о моделировании упругих нестационарных волн напряжений в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело Γ в прямоуголь-

ной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t=0$ сообщается механическое нестационарное импульсное воздействие.

Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

$$(x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y,$$

$$\sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy},$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial Y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X},$$

$$(x, y) \in (\Gamma \cup S), \quad (1)$$

где σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x , ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно;

ρ – плотность материала; $C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ –

скорость продольной упругой волны;

$C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной

упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; S ($S_1 \cup S_2$) – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Разработка методики и алгоритма

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{H}\ddot{\bar{\Phi}} + \bar{K}\bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \bar{\Phi}|_{t=0} = \bar{\Phi}_0,$$

$$\dot{\bar{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\bar{\Phi}}_0, \quad (2)$$

где \bar{H} – диагональная матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\bar{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \bar{R} – вектор внешних узловых упругих сил.

Соотношение (2) система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями.

Таким образом, с помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями (1) привели к линейной задаче Коши (2).

Интегрируя по временной координате соотношение (2) с помощью конечно-элементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\bar{\Phi}_{i+1} = \bar{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K}\bar{\Phi}_i + \bar{R}_i),$$

$$\dot{\bar{\Phi}}_{i+1} = \dot{\bar{\Phi}}_i + \Delta t \dot{\bar{\Phi}}_{i+1}, \quad (3)$$

где Δt – шаг по временной координате.

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечноэлементного варианта метода Галеркина.

Общая теория численных уравнений математической физики требует для этого наложение определенных условий на отношение шагов по временной координате Δt и по пространственным координатам, а именно

$$\Delta t = 0,5 \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (4)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента.

Для исследуемой области, состоящей из материалов с разными физическими свойствами, выбирается минимальный шаг по временной координате (4).

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач, которые позволяют решать задачи при нестационарных волновых воздействиях на сложные системы. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90.

В работах [1, 3–5, 7] приведена информация о физической достоверности и математической точности моделирования нестационарных волн напряжений с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Постановка задач о сейсмическом воздействии на надземный нефтепровод

В работе приводится постановка для четырех задач. Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с).

Для рассматриваемых материалов приняты следующие исходные данные. Для трубы приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 9,309 \cdot 10^{-7}$ с; $E = 2,1 \cdot 10^6$ кгс/см²; $\nu = 0,3$; $\rho = 0,8 \cdot 10^{-5}$ кгс с²/см⁴; $C_p = 5371$ м/с; $C_s = 3177$ м/с. Для основания приняты следующие исходные данные:

$$H = \Delta x = \Delta y; \Delta t = 2,788 \cdot 10^{-6} \text{ с};$$

$$E = 3,15 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \nu = 0,2;$$

$$\rho = 0,255 \cdot 10^{-5} \text{ кгс с}^2/\text{см}^4; C_p = 3587 \text{ м/с};$$

$$C_s = 2269 \text{ м/с}.$$

Внутренний диаметр трубы равен $14,5H$. Средний диаметр трубы равен $15H$. Наружный диаметр трубы равен $15,5H$. Толщина трубы равна $0,5H$. Решается система уравнений из 32032288 неизвестных.

1. Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны (рис. 2) под углом девяносто градусов к горизонту на наземный нефтепровод (рис. 1). От точки J под углом девяносто градусов на расстоянии трех средних диаметров от края трубы приложено нормаль-

ное напряжение σ_x , которое при $0 \leq n \leq 25$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 25$ равно P ($P = \sigma_0, \sigma_0 = 1 \text{ кгс/см}^2$). Граничные условия для контура $KLMI$ при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура $KLMI$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 3000$. Внутренний контур трубы $ABCD$ свободен от напряжений. Наружный контур $EFGH$ трубы свободен от напряжений, кроме точки G , которая находится на контакте с упругой полуплоскостью. В точке G контакта трубы и основания приняты условия непрерывности перемещений. Контур $KJGI$ свободен от нагрузок, кроме точек G и J , которые находятся в упругой полуплоскости.

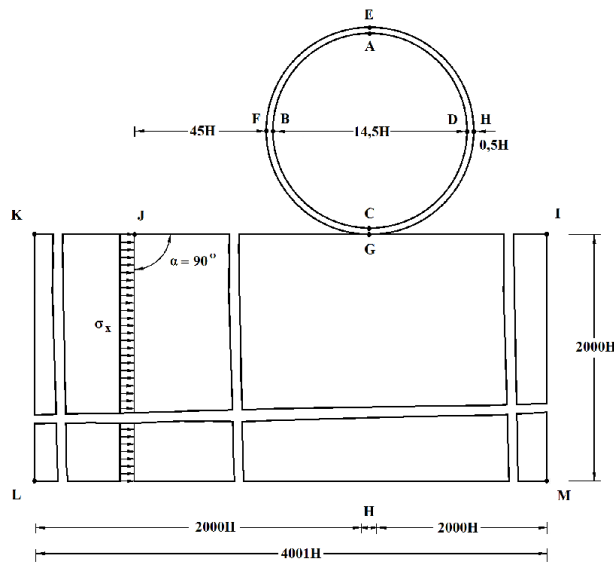


Рис. 1. Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом девяносто градусов к горизонту на наземный нефтепровод

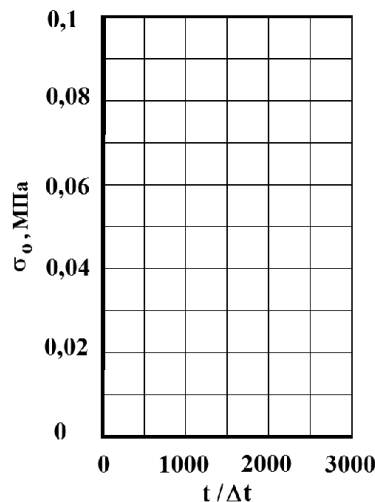


Рис. 2. Сейсмическое воздействие в виде ступенчатой функции (функция Хевисайда)

2. Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны (рис. 2) под углом восемьдесят градусов к горизонту на наземный нефтепровод (рис. 3). От точки J под углом восемьдесят градусов на расстоянии трех средних диаметров от края трубы приложено нормальное напряжение σ_n , которое при $0 \leq n \leq 25$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 25$ равно P ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 1$ кгс/см²). Граничные условия для контура $KLMI$ при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура $KLMI$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 3000$. Внутренний контур трубы $ABCD$ свободен от напряжений. Наружный контур $EFGH$ трубы свободен от напряжений, кроме точки G , которая находится на контакте с упругой полуплоскостью. В точке G контакта трубы и основания приняты условия непрерывности перемещений. Контур $KJGI$ свободен от нагрузок, кроме точек G и J , которые находятся в упругой полуплоскости.

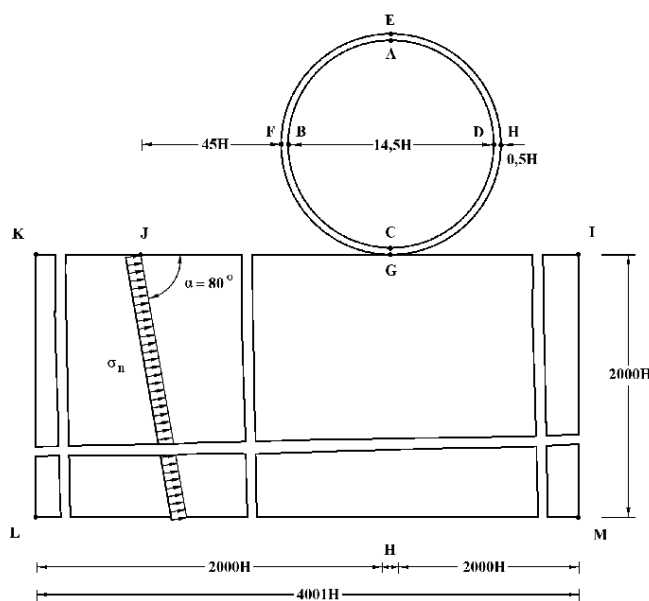


Рис. 3. Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом восемьдесят градусов к горизонту на наземный нефтепровод

3. Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны (рис. 2) под углом семьдесят градусов к горизонту на наземный нефтепровод (рис. 4). От точки J под углом семьдесят градусов на расстоянии трех средних диаметров от края трубы приложено нормальное напряжение σ_n , которое при $0 \leq n \leq 25$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 25$ равно P ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 1$ кгс/см²). Граничные условия для контура $KLMI$ при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны

от контура $KLMI$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 3000$. Внутренний контур трубы $ABCD$ свободен от напряжений. Наружный контур $EFGH$ трубы свободен от напряжений, кроме точки G , которая находится на контакте с упругой полуплоскостью. В точке G контакта трубы и основания приняты условия непрерывности перемещений. Контур $KJGI$ свободен от нагрузок, кроме точек G и J , которые находятся в упругой полуплоскости.

4. Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны (рис. 2) под углом шестьдесят градусов к горизонту на наземный нефтепровод (рис. 5).

От точки J под углом шестьдесят градусов на расстоянии трех средних диаметров от края трубы приложено нормальное напряжение σ_n , которое при $0 \leq n \leq 25$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 25$ равно P ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 1$ кгс/см²). Граничные условия для контура $KLMI$ при

$u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура $KLMI$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 3000$. Внутренний контур трубы $ABCD$ свободен от напряжений. Наружный контур $EFGH$ трубы свободен от напряжений, кроме точки G , которая находится на контакте с упругой полуплоскостью. В точке G контакта трубы и основания приняты условия непрерывности перемещений. Контур $KJGI$ свободен от нагрузок, кроме точек G и J , которые находятся в упругой полуплоскости.

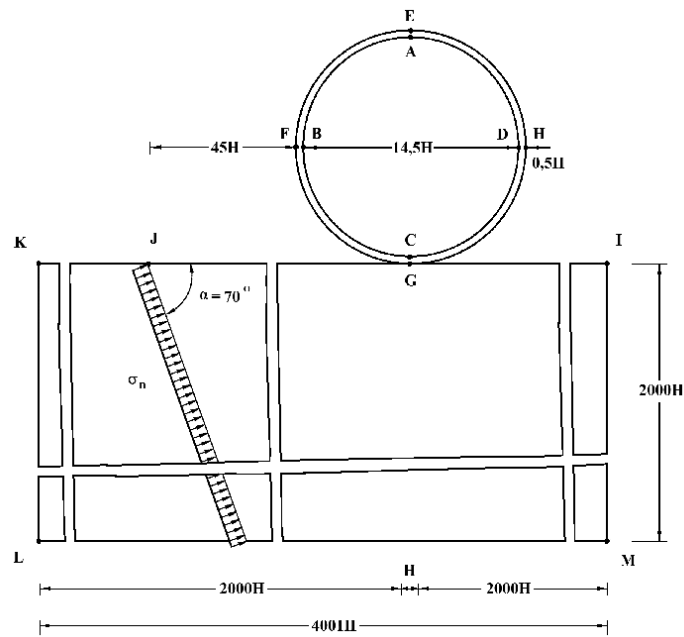


Рис. 4. Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом семьдесят градусов к горизонту на надземный нефтепровод

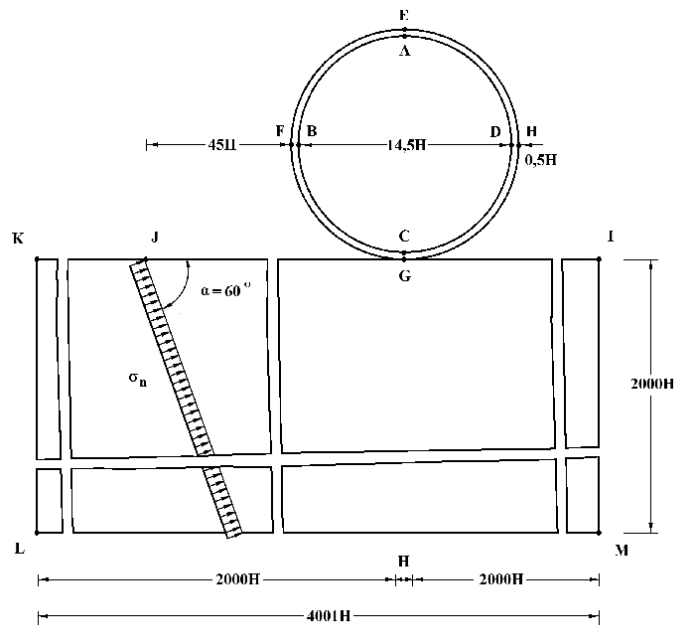


Рис. 5. Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны под углом шестьдесят градусов к горизонту на надземный нефтепровод

Список литературы

1. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
2. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // *Современные наукоемкие технологии*. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32.
3. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // *Успехи современного естествознания*. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
4. Мусаев В.К. Численное решение задачи о распространении нестационарных упругих волн напряжений в подкрепленном круглом отверстии // *Современные наукоемкие технологии*. – 2015. – № 2. – С. 93–97.
5. Мусаев В.К. Исследования устойчивости явной двухслойной линейной конечноэлементной схемы для внутренних узловых точек на равномерной прямоугольной сетке // *Современные наукоемкие технологии*. – 2015. – № 5. – С. 39–42.
6. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде функции Хевисайда // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. – 2015. – № 5 (часть 1). – С. 38–41.
7. Мусаев В.К. Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // *Международный журнал экспериментального образования*. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 222–226.
8. Мусаев В.К. Численное моделирование нестационарных упругих волн напряжений в некоторых задачах методического характера // *Международный журнал экспериментального образования*. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 227–230.
9. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных процессов в геообъектах с помощью волновой теории сейсмической безопасности // *Международный журнал экспериментального образования*. – 2015. – № 12. – С. 347–352.
10. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в Курпсайской плотине с основанием (полуплоскость) с помощью волновой теории сейсмической безопасности // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. – 2016. – № 3–1. – С. 47–50.