

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УПРУГИХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОЛОСТЬЮ (СООТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ К ВЫСОТЕ ОДИН К ДВЕНАДЦАТИ)

Мусаев В.К.

Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II, Москва,
e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Приводится некоторая информация моделирования защиты окружающей среды от нестационарных сейсмических воздействий. Поставленная задача реализуется с помощью моделирования уравнений волновой теории упругости. Применяется численный метод. Рассматривается волновая теория сейсмической безопасности. Применяется техническое средство в виде вертикальных полостей для увеличения безопасности объекта. Для решения поставленной задачи применяется волновое уравнение механики деформируемого твердого тела. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями. Получена явная двухслойная схема. Рассмотрена постановка задачи с полостью (соотношение ширины к высоте один к двенадцати) в полуплоскости при воздействии в виде функции Хевисайда. Решается система уравнений из 59048 неизвестных. В четырех точках приводится изменение контурного напряжения.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, численный метод, алгоритм, комплекс программ Мусаева В.К., метод, нестационарные упругие волны, динамика сплошных сред, физические процессы, механические процессы, волновая теория сейсмической безопасности, сейсмика, сейсмическая стойкость, сейсмическое воздействие, фундаментальное воздействие, распространение сейсмических волн, вертикальные прямоугольные полости, полуплоскость, неотражающие граничные условия, исследуемая расчетная область, функция Хевисайда, нестационарный переходный процесс, безопасность объекта

THE DEFINITION OF SEISMIC NON-STATIONARY ELASTIC STRESS WAVES IN A HALF-PLANE WITH VERTICAL RECTANGULAR CAVITY (RATIO OF WIDTH TO HEIGHT OF ONE TO TWELVE)

Musayev V.K.

Moscow state transport University of Emperor Nicholas II, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Is some information of simulation of protection of the environment from non-stationary seismic effects. The task is implemented by using modeling equations of the wave theory of elasticity. Applied numerical method. Considered the wave theory of seismic safety. Applicable technical tool in the form of vertical cavities to increase the security of the facility. To solve this problem apply the wave equation mechanics of deformable solids. Basic relations of the finite element method obtained by using the principle of possible displacements. Linear dynamic problem with initial and boundary conditions given to the system of linear ordinary differential equations with initial conditions. The explicit two-layer scheme. Reviewed the problem statement with the cavity (ratio of width to height of one to twelve) in the half-plane when exposed in the form of Heaviside functions. Solve the system of equations of 59048 unknown. Four points is the change in the grid voltages.

Keywords: computer simulation, numerical method, algorithm, software complex Musayev V.K., a method of non-stationary elastic waves, dynamics of continuous media, physical processes, mechanical processes, wave theory for seismic safety, seismic, seismic resistance, seismic impact, fundamental impact, the propagation of seismic waves, the vertical rectangular cavity, the half-plane, non-reflecting boundary conditions, studied the computational domain, the function of Heaviside, non-stationary transition process, the security of the facility

Волны напряжений различной природы, распространяясь, в деформируемом теле взаимодействуют, друг с другом, что приводит к образованию новых областей возмущений, перераспределению напряжений и деформаций.

После трехкратного или четырехкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

В работе рассматривается техническое средство в виде вертикальной полости

для управления сейсмическим напряженным состоянием в упругой полуплоскости. Поставленная задача реализуется с помощью моделирования уравнений волновой теории упругости.

Постановка задачи волновой теории упругости

Для решения задачи о моделировании упругих нестационарных волн напряжений в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t = 0$

сообщается механическое нестационарное импульсное воздействие.

Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

$$(x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho (C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y,$$

$$\sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho (C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy},$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial Y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X},$$

$$(x, y) \in (\Gamma \cup S), \quad (1)$$

где σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x , ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ –

плотность материала; $C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны;

$C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной

упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; S ($S_1 \cup S_2$) – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

В работах [1–10] приведена информация о моделировании нестационарных волн напряжений в деформируемых телах сложной формы с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Некоторая информация о верификации моделирования нестационарных волн напряжений в деформируемых телах с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ приведена в следующих работах [2–6].

Разработка методики и алгоритма для решения волновых задач

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с на-

чальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{H}\ddot{\vec{\Phi}} + \bar{K}\vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \vec{\Phi}|_{t=0} = \vec{\Phi}_0,$$

$$\dot{\vec{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\vec{\Phi}}_0, \quad (2)$$

где $\bar{H}$ – диагональная матрица инерции; $\bar{K}$ – матрица жесткости; $\vec{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; $\vec{R}$ – вектор внешних узловых упругих сил.

Соотношение (2) система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями.

Таким образом, с помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями (1) привели к линейной задаче Коши (2).

Для интегрирования уравнения (2) конечноэлементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду

$$\bar{H} \frac{d}{dt} \dot{\vec{\Phi}} + \bar{K} \vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \frac{d}{dt} \vec{\Phi} = \dot{\vec{\Phi}}. \quad (3)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (3) с помощью конечноэлементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\vec{\Phi}_{i+1} = \vec{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K} \vec{\Phi}_i + \vec{R}_i),$$

$$\dot{\vec{\Phi}}_{i+1} = \dot{\vec{\Phi}}_i + \Delta t \dot{\vec{\Phi}}_{i+1}, \quad (4)$$

где Δt – шаг по временной координате.

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечноэлементного варианта метода Галеркина.

Определяем условия на отношение шагов по временной координате Δt и по пространственным координатам, а именно

$$\Delta t = 0,5 \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (5)$$

где Δl — длина стороны конечного элемента.

Для исследуемой области, состоящей из материалов с разными физическими свойствами, выбирается минимальный шаг по временной координате (5).

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач, которые позволяют решать задачи при нестационарных волновых воздействиях на сложные системы. При разработке комплекса

программ использовался алгоритмический язык Фортран-90.

Моделирование сейсмических волн в упругой полуплоскости с полостью

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$; $1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^3$.

Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны параллельной свободной поверхности упругой полуплоскости с полостью (соотношение ширины к высоте один к двенадцати) (рис. 1).

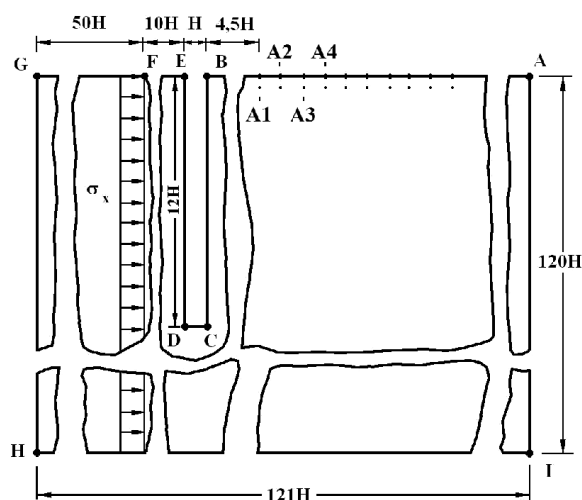


Рис. 1. Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны на упругую полуплоскость с полостью (соотношение ширины к высоте один к двенадцати)

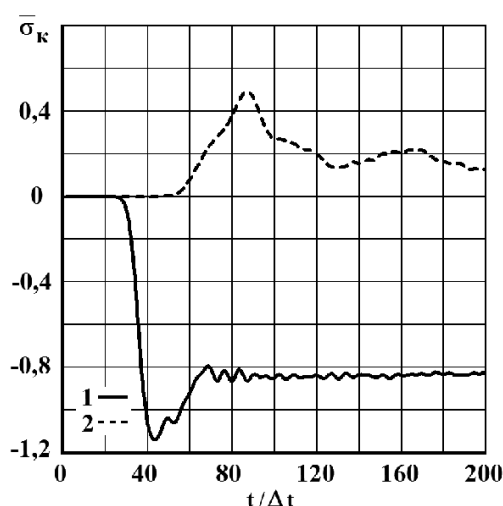


Рис. 2. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t / \Delta t$ в точке A1:
1 — в задаче без полости; 2 — в задаче с полостью
(соотношение ширины к высоте один к двенадцати)

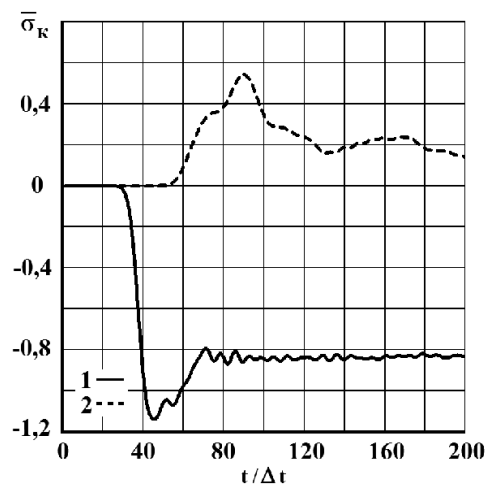


Рис. 3. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t / \Delta t$ в точке A2:
1 – в задаче без полости; 2 – в задаче с полостью (соотношение ширины к высоте один к двенадцати)

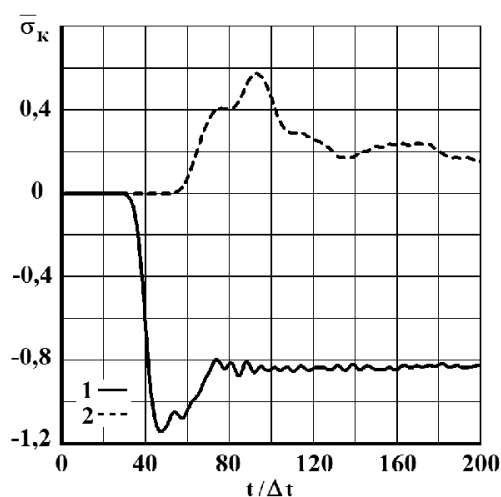


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t / \Delta t$ в точке A3:
1 – в задаче без полости; 2 – в задаче с полостью (соотношение ширины к высоте один к двенадцати)

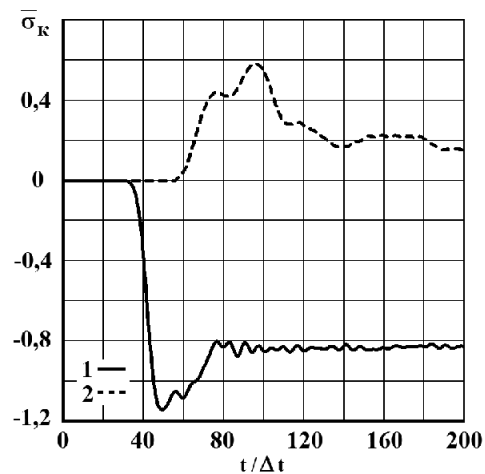


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t / \Delta t$ в точке A4:
1 – в задаче без полости; 2 – в задаче с полостью (соотношение ширины к высоте один к двенадцати)

От точки F параллельно свободной поверхности $ABEFG$ приложено нормальное напряжение σ_x , которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \leq 10$ равно P ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 0,1$ МПа (1 кгс/см^2)). Граничные условия для контура $GHI A$ при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура $GHI A$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 200$. Контур $ABCDEFGF$ свободен от нагрузок, кроме точки F . Расчеты проведены при следующих исходных данных:

$$\begin{aligned} H &= \Delta x = \Delta y; \\ \Delta t &= 1,393 \cdot 10^{-6} \text{ с}; \\ E &= 3,15 \cdot 10^4 \text{ МПа } (3,15 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2); \\ \nu &= 0,2; \\ \rho &= 0,255 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3 (0,255 \cdot 10^{-5} \text{ кгс} \cdot \text{с}^2/\text{см}^4); \\ C_p &= 3587 \text{ м/с}; C_s = 2269 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Решается система уравнений из 59048 неизвестных.

Результаты расчетов для контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ ($\bar{\sigma}_k = \sigma_k / |\sigma_0|$) во времени n получены в точках $A1-A4$ (рис. 1), находящихся на свободной поверхности упругой полуплоскости. На рис. 2–5 приведены контурные напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках $A1-A4$ во времени n .

Вывод

Полученные результаты можно оценить как первое приближение к решению сложной комплексной задачи, о применении полостей для увеличения безопасности различных сооружений при нестационарных волновых сейсмических воздействиях, с помощью численного моделирования волновых уравнений теории упругости.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32.
2. Мусаев В.К. Численное решение задачи о распространении нестационарных упругих волн напряжений в подкрепленном круглом отверстии // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 2. – С. 93–97.
3. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
4. Мусаев В.К. Исследования устойчивости явной двухслойной линейной конечноэлементной схемы для внутренних узловых точек на равномерной прямоугольной сетке // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 5. – С. 39–42.
5. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных стоячих упругих волн в бесконечной полосе при воздействии в виде треугольного импульса // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 248–251.
6. Мусаев В.К. Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 222–226.
7. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде дельта функции // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2 (часть 1). – С. 25–29.
8. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде функции Хевисайда // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 5 (часть 1). – С. 38–41.
9. Мусаев В.К. Численное моделирование нестационарных упругих волн напряжений в некоторых задачах методического характера // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 227–230.
10. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в Курпсайской плотине с основанием (полуплоскость) с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 3–1. – С. 47–50.