

УДК 548.1

**ПРОСТЫЕ И ГИБРИДНЫЕ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИЕ
МОНОМОДУЛЯРНЫЕ ФРАКТАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ****Иванов В.В.***Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова;
АО «ОКТБ «ОРИОН», Новочеркасск, e-mail: valivanov11@mail.ru*

Проанализированы классы детерминистических фрактальных структур на основе канторова множества и итерационной последовательности точек в 1D и 2D пространстве. Предложены варианты символического описания точечных и некоторых производных от них моноמודулярных фрактальных структур в 3D пространстве. Проведена первичная классификация структур и определены основополагающие соотношения между их фрактальными размерностями. Определены топологические характеристики моноמודулярных фракталов (размерности пространства, в котором существует структура, структурного фрагмента, на котором задан генератор, и собственно генератора фрактала). Проанализирована возможность существования и размерности вероятных гибридных моноמודулярных (точечных, линейчатых и из фрагментов поверхности) фрактальных структур в 3D пространстве. Также представлены результаты сравнительного анализа фрактальных размерностей и некоторых топологических характеристик для структур с тремя разными генераторами.

Ключевые слова: модуль, генератор, фрактальная структура, фрактальная размерность, модулярная структура, моноמודулярный фрактал, гибридная фрактальная структура

**SIMPLE AND HYBRID DETERMINISTIC MONOMODULAR
FRACTAL STRUCTURES****Ivanov V.V.***South-Russian state polytechnic university n.a. Platov MI (NPI);
ORION, Novocherkassk, e-mail: valivanov11@mail.ru*

The classes of a deterministic fractal structures based on Cantor sets and iterative sequence of points in 1D and 2D space were analyzed. The symbolic description variants of the point and some derivatives from monomodular fractal structures in 3D space were proposed. Their primary structural classification was held. The fundamental relationships between them supported units and the topological characteristics of the monomodular fractals (the dimension of the space in which there is structure, structural fragment where specified generator, and the generator itself fractal) were defined. The possibility of existence and dimensionality of the probable hybrid monomodular (from point, line, or fragments of the surface) fractal structures in 3D space were analyzed. The results of a comparative analysis of fractal dimension and topological characteristics of structures with three different generators were presented, too.

Keywords: module, generator, fractal structure, fractal dimension, modular structure, monomodular fractal, hybrid fractal structure

Для формирования детерминистических модулярных структур, в том числе и фрактальных, необходимо структурированное (ячеестое) пространство [19 – 21]. Роль ячеестых 2D или 3D пространств могут выполнять 2D или 3D-решетки [23]. Принципы формирования структурных состояний из фрактальных компонент с учетом полугрупповых свойств множества соответствующих 1D генераторов, а также алгоритмы формирования соответствующих фрактальных структур сформулированы в [8, 9].

Фракталами с конечным ветвлением и определенной симметрией являются, в частности, детерминистические фрактальные решетки, построенные из заправки в виде определенного фрагмента 2D решетки. Конструкция таких решеток полностью описывается заданием геометрического генератора и итерационной процедуры. Бесконечное повторение процедуры итерации дает полную фрактальную решетку [25, 26]. Геометрическим генератором фрактальных решеток может быть фрагмент 2D полигонных

$R_{\{Pg\}_{im}}$ -структур, в частности, тетрагонных $R_{\{4\}_{im}}$ -структур, соответствующих 2D сетке 4444 или ее производным [10, 17–21, 23].

Известны фрактальные кривые, которые могут быть получены методом итераций, заданных соответствующим генератором, и в бесконечном повторении их имеют бесконечную длину и полностью заполняют 2D пространство [29]. Наряду с ними известны также замкнутые фрактальные кривые, полученные аналогичным итерационным методом, длина которых при бесконечном выполнении итерационного закона также становится бесконечной, а их площадь изменяется, принимая определенное конечное значение [25, 26].

Проанализируем возможности описания и классификации простых и гибридных моноמודулярных структур из модулей с разными

**Описание и классификация
моноמודулярных фрактальных структур**

Фрактальный характер структуры может определяться как позиционным упорядоче-

нием одинаковых структурных элементов с постоянным изменением масштаба позиционирования, так и подобием строения структурных фрагментов на разных уровнях иерархии, достигаемого путем инъективных или сюръективных отображений. В соответствии с [8, 9] любое упорядоченное множество идентичных фрактальных структур, полученных инъективным способом в единичной ячейке структурированного пространства, представляет собою детерминистическую фрактальную структуру. Фрактал F_n , полученный инъективным способом, включает в себя множество предфракталов $\{F_{(i)}\}$ ($i < n$) и занимает с ними одну и ту же ячейку структурированного пространства. При итерировании генератора фрактала сюръективным способом фрактальная структура неограниченно эволюционирует из инициальной ячейки в окружающее ячеечное пространство в соответствии со своим коэффициентом подобия. При сюръективном итерировании генератора $GenF(K)$ $^oF(K)$ фрактальной структуры $F(K)$, где K – коэффициент подобия, происходит «захват» новых пространственных ячеек таким образом, что «объем» каждого предфрактала n -го поколения с учетом лакунарного пространства возрастает по сравнению с «объемом» предфрактала предыдущего поколения в $(1/K)$ раз. Общее количество пространственных ячеек, занятых предфрактальной структурой $F_n(K)$: $N(n) = K^{-(Dn/2)}$, где D – размерность пространства [8, 9].

Точечные фрактальные структуры – результат позиционного упорядочения простейших структурных элементов без внутренней структуры, т.е. точек, по определенным фрактальным законам. Классическими примерами подобных точечных структур в 1D пространстве являются итерационная последовательность точек и канторово множество точек [4, 5, 7, 12, 13].

По аналогии с [7] для точечных фрактальных структур введем следующее символическое обозначение

$$F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen} + (-)\},$$

где $F(N)$ – имя структуры и характеристики классификационной принадлежности; d_{sp} , d_{frag} и d_{gen} – топологические размерности пространства, в котором существует данная структура, структурного фрагмента, на котором задан генератор, и собственно генератора фрактала, соответственно.

Знак + или – указывает тенденцию изменения фрактальной размерности генератора $Dim\ GenF(N)$ по сравнению с его топологической размерностью d_{gen} . Формально возможны следующие значения топологических размерностей: $d_{sp}[1, 2, 3]$, $d_{frag}[0, 1, 2]$,

$d_{gen}[0, 1, 2]$. Разные непротиворечивые сочетания этих значений для d_{sp} , d_{frag} и d_{gen} определяют разные классы фрактальных структур [7]. Перечислим эти 12 классов.

В 1D пространстве:

– классы структур с 0-мерными фрагментами: 1) $F\{1,0,0+\}$, 2) $F\{1,0,1-\}$.

В 2D пространстве:

– классы структур с 0-мерными фрагментами: 3) $F\{2,0,0+\}$, 4) $F\{2,0,1-\}$,

– классы структур с 1-мерными фрагментами: 5) $F\{2,1,1+\}$, 6) $F\{2,1,2-\}$, а соответствующие свертки [1, 2] характеризуют связи между этими классами структур:

$$sv\ F\{2,1,1+\} = F\{1,0,0+\},$$

$$sv\ F\{2,1,2-\} = F\{1,0,1-\}.$$

В 3D пространстве:

– классы структур с 0-мерными фрагментами: 7) $F\{3,0,0+\}$, 8) $F\{3,0,1-\}$,

– классы структур с 1-мерными фрагментами: 9) $F\{3,1,1+\}$, 10) $F\{3,1,2-\}$,

соответствующие свертки:

$$sv\ F\{3,1,1+\} = F\{2,0,0+\},$$

$$sv\ F\{3,1,2-\} = F\{2,0,0+\},$$

– классы структур с 2-мерными фрагментами: 11) $F\{3,2,2+\}$, 12) $F\{3,2,3-\}$,

соответствующие свертки [1, 2, 24]:

$$sv\ F\{3,2,2+\} = F\{2,1,1+\},$$

$$sv^2\ F\{3,2,2+\} = F\{1,0,0+\},$$

$$sv\ F\{3,2,3-\} = F\{2,1,2-\},$$

$$sv^2\ F\{3,2,3-\} = F\{1,0,1-\}.$$

Указанные выше непрерывные преобразования типа свертки в одном (sv) или двух (sv^2) ортогональных направлениях для структур классов 5, 6, 9 – 12 показывают генетическую связь линейчатых структур и структур из фрагментов поверхности с собственно точечными структурами. Отметим, что линейчатые структуры и структуры из фрагментов поверхности могут быть получены путем применения к ней одного (или двух) из возможных преобразований непрерывной группы трансляций t_y или t_{yz} в направлениях, ортогональных к пространству существования анализируемой точечной структуры [24].

Учитывая, что при каждой свертке фрактальная размерность структуры изменяется на единицу, имеем следующие простые соотношения:

$$\begin{aligned} Dim\ F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} &= \\ &= 1 + Dim\ sv\ F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Dim\ F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} &= \\ &= 2 + Dim\ sv^2\ F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\}. \end{aligned}$$

Необходимо также учесть, что локальная размерность точечной фрактальной структуры определяется фрактальной размерностью ее генератора Gen F. Тогда имеем

$$\text{Dim } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} = \text{Dim Gen } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\}.$$

Локальная фрактальная размерность структуры, генератор которой задает определенный коэффициент ее самоподобия в виде отношения $K = (b/a)$, может быть представлена следующим образом. Обозначим $\text{Gen } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} = \text{Gen } F(K)$.

Тогда для точечных фрактальных структур

$$\text{Dim Gen } F(K) = \ln(Da)/\ln b,$$

где D – мерность пространства, в котором существует фрактал.

В частности, имеем:

в 1D пространстве – $\text{Dim Gen } F(K) = \ln a/\ln b$,

в 2D пространстве – $\text{Dim Gen } F(K) = \ln(2a)/\ln b$,

в 3D пространстве – $\text{Dim Gen } F(K) = \ln(3a)/\ln b$.

Таким образом, предложено символическое описание точечных и некоторых производных от них мономодулярных фрактальных структур в 3D пространстве, проведена их первичная классификация и определены основополагающие соотношения между их фрактальными размерностями.

Гибридные мономодулярные фрактальные структуры

В соответствии с [3, 6, 11, 22] для заданного множества любых структурно совместимых 1D генераторов $\{\text{Gen}(i)\}$ реализуется три локальных транзитивных 2D области:

$$\text{Tr}[\text{Gen}(a), \text{Gen}(b)], \text{Tr}[\text{Gen}(a), \text{Gen}(c)] \\ \text{или } \text{Tr}[\text{Gen}(b), \text{Gen}(c)]$$

и одна и только одна локальная транзитивная 3D область, а ее формирование не зависит от последовательности реализации трех возможных транзитивных 2D областей, т.е.

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\text{Gen}(a), \text{Gen}(b), \text{Gen}(c)] &= \\ &= \text{Tr}[\text{Tr}[\text{Gen}(a), \text{Gen}(b)], \text{Gen}(c)] = \\ &= \text{Tr}[\text{Tr}[\text{Gen}(a), \text{Gen}(c)], \text{Gen}(b)] = \\ &= \text{Tr}[\text{Tr}[\text{Gen}(b), \text{Gen}(c)], \text{Gen}(a)]. \end{aligned}$$

В общем случае гибридные фрактальные структуры, вложенные в единичный объем 3D пространства, могут быть образованы тремя разными генераторами [3, 6, 11]. Для символического описания возможных классов мономодулярных гибридных фрактальных структур с тремя генераторами будем использовать следующие обозначения:

$$F(G_x, G_y, G_z)\{d_{sp}, (d_{frag, yz}, d_{frag, xz}, d_{frag, xy}), \\ (d_{gen, x}, d_{gen, y}, d_{gen, z})\},$$

где $F(G_x, G_y, G_z)$ – обозначение гибридного фрактала с указанием всех его генераторов; $d_{sp}, d_{frag, yz}, d_{frag, xz}$ и $d_{frag, xy}$ – топологические размерности пространства существования фрактала и структурных фрагментов в соответствующих взаимно ортогональных 2D подпространствах; $d_{gen, x}, d_{gen, y}$ и $d_{gen, z}$ – топологические размерности соответствующих генераторов. Области возможных значений: $d_{frag, yz}(xz, xy) [0,1,2]$, $d_{gen, x}(y, z) [0,1,2]$.

Тогда в 3D пространстве могут быть 4 варианта точечных гибридных фрактальных структур с тремя разными генераторами G_x, G_y и G_z :

$$F(G_x, G_y, G_z)\{3, (0,0,0), (0,0,0)\},$$

$$F(G_x, G_y, G_z)\{3, (0,0,0), (0,0,1)\},$$

$$F(G_x, G_y, G_z)\{3, (0,0,0), (0,1,1)\},$$

$$F(G_x, G_y, G_z)\{3, (0,0,0), (1,1,1)\},$$

Формально возможные 3 варианта линейчатых гибридных фрактальных структур с двумя генераторами, например, G_x и G_y , следующие:

$$F(G_x, G_y, Z)\{3, (0,1,1), (0,0, -)\},$$

$$F(G_x, G_y, Z)\{3, (0,1,1), (0,1, -)\},$$

$$F(G_x, G_y, Z)\{3, (0,1,1), (1,1, -)\}.$$

Фрактальные структуры из упорядоченных по фрактальному закону фрагментов плоскости $F(G_x, Y, Z)\{3, (1,2,2), (0, -, -)\}$ и $F(G_x, Y, Z)\{3, (1,2,2), (1, -, -)\}$ не являются гибридными.

Три гибридные линейчатые структуры с тремя генераторами G_x, G_y и G_z^* , где G_z^* – генератор фрактальной линии, совместимый по свойствам с генератором $G_x (G_y)$, могут быть следующие:

$$F(G_x, G_y, G_z^*)\{3, (0,1,1), (0,0,1)\},$$

$$F(G_x, G_y, G_z^*)\{3, (0,1,1), (0,1,1)\},$$

$$F(G_x, G_y, G_z^*)\{3, (0,1,1), (1,1,1)\}.$$

Отметим, что под совместимостью линейного генератора G_z^* с одним из точечных G_x (или G_y) понимается изоморфизм его сечения плоскостью ZX (или ZY) с ним [24], т.е.

$$G_z^*|_{ZX(ZY)} \rightarrow G_{x(y)}^* \leftrightarrow G_{x(y)}.$$

Две гибридные структуры из фрактальных поверхностей, упорядоченных в единичном объеме 3D пространства по фрактальному закону G_x и совместимых с ним:

$$F(G_x, G_{yz}^*)\{3, (1,2,2), (0,2)\},$$

$$F(G_x, G_{yz}^*)\{3, (1,2,2), (1,2)\}.$$

Условие совместимости:

$$G_{yz}^*|_{ZX(ZY)} \rightarrow G_z^* \leftrightarrow G_x.$$

В 2D пространстве имеем следующие возможные варианты точечных гибридных фрактальных структур с двумя генераторами, например, G_x и G_y :

$$F(G_x, G_y) \{2, (0, 1), (0, 0)\},$$

$$F(G_x, G_y) \{2, (0, 1), (0, 1)\},$$

$$F(G_x, G_y) \{2, (0, 0), (1, 1)\}.$$

Возможные линейчатые гибридные фрактальные структуры в 2D пространстве с двумя генераторами G_x и G_z^* , где G_z^* – генератор фрактальной линии, совместимый по свойствам с генератором G_x :

$$F(G_x, G_z^*) \{2, (0, 1), (0, 1)\}$$

Между точечными структурами 2D пространства и линейчатыми структурами 3D пространства существуют очевидные связи:

$$Sv_Z F(G_x, G_y, Z) \{3, (0, 1, 1), (0, 0, -)\} = \\ = F(G_x, G_y) \{2, (0, 0), (0, 0)\},$$

$$Sv_Z F(G_x, G_y, Z) \{3, (0, 1, 1), (0, 1, -)\} = \\ = F(G_x, G_y) \{2, (0, 0), (0, 1)\},$$

$$Sv_Z F(G_x, G_y, Z) \{3, (0, 1, 1), (1, 1, -)\} = \\ = F(G_x, G_y) \{2, (0, 0), (1, 1)\}.$$

Между точечными структурами 1D пространства, линейчатыми структурами и структурами 3D пространства из фрагментов поверхности также существуют очевидные связи:

$$Sv_{YZ} F(G_x, Y, Z) \{3, (1, 2, 2), (0, -, -)\} = \\ = F(G_x) \{1, (0), (0)\},$$

$$Sv_{YZ} F(G_x, Y, Z) \{3, (1, 2, 2), (1, -, -)\} = \\ = F(G_x) \{1, (0), (1)\}.$$

Определим фрактальные размерности выведенных структур через размерности их генераторов. Тогда фрактальные размерности точечных, линейчатых структур и структур из фрагментов поверхности могут быть соответственно представлены следующим образом:

$$\text{Dim } F(G_x, G_y, G_z) = \\ = \text{Dim } F_1(G_x) + \text{Dim } F_2(G_y) + \text{Dim } F_3(G_z),$$

$$\text{Dim } F(G_x, G_y, Z) = 1 + \text{Dim } F(G_x, G_y) = \\ = 1 + \text{Dim } F_1(G_x) + \text{Dim } F_2(G_y).$$

$$\text{Dim } F(G_x, Y, Z) = 2 + \text{Dim } F(G_x).$$

$$\text{Dim } F(G_x, G_y, G_z^*) = \\ = \text{Dim } F_1(G_x) + \text{Dim } F_2(G_y) + \text{Dim } F_3(G_z^*),$$

$$\text{Dim } F(G_x, G_{yz}^*) = \\ = \text{Dim } F(G_x) + \text{Dim } F(G_{yz}^*).$$

Таким образом, проанализирована возможность существования и определены размерности вероятных гибридных моно-модулярных (точечных, линейчатых и из фрагментов поверхности) фрактальных структур в 3D пространстве.

Отметим, что детерминистические модулярные структуры, в том числе и фрактальные, могут быть охарактеризованы с помощью определенных модулярных структурных состояний на поверхности или в объеме различных функциональных материалов [14 – 16, 28]. В связи с этим детерминистические модулярные фрактальные структуры могут рассматриваться как абстракции для вероятных сайт- или сайз-распределений фаз или как возможные аппроксиманты для конфигураций межфазных границ на поверхности композиционных материалов [27].

Выводы

Проанализированы возможности формирования детерминистических фрактальных структур на основе канторова множества и итерационной последовательности точек в 1D и 2D пространстве. Предложены варианты символьного описания моно-модулярных фрактальных структур в 3D пространстве. Проведена первичная классификация и определены фрактальные размерности и топологические характеристики вероятных гибридных мономодулярных фрактальных структур с тремя разными генераторами в 3D пространстве.

Список литературы

1. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965. – 455 с.
2. Биркоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир. – 1976. – 400 с.
3. Иванов В.В. Общая характеристика возможных гибридных мономодулярных фрактальных структур // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – № 5. – С.29–31.
4. Иванов В.В. Формирование фрактальных структур на основе итерационной последовательности и канторова множества точек с заданными характеристиками в 1D пространстве // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 8. – С.136–137.
5. Иванов В.В. Анализ возможности получения новых точечных и квазипростых фрактальных структур на основе итерационной последовательности и канторова множества // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 8. – С.129–130.
6. Иванов В.В. Формирование и символьное описание детерминистических гибридных фрактальных структур в 1D пространстве // Успехи современного естествознания, 2013. – № 11. – С.61–65.
7. Иванов В.В. Описание и классификация точечных мономодулярных фрактальных структур // Успехи соврем. естествознания, 2013. – № 8. – С.134–135.
8. Иванов В.В. Принципы формирования регулярных простых фрактальных структур // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №7–1. – С.35–37.
9. Иванов В.В. Принципы формирования структурных состояний из фрактальных компонент с учетом полугрупповых свойств множества соответствующих 1D генераторов // Успехи соврем. естествознания, 2014. – №.7. – С.100–104.

10. Иванов В.В. Комбинаторное моделирование вероятных структур неорганических веществ. – Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003. – 204 с.
11. Иванов В.В. Формирование и символическое описание детерминистических гибридных фрактальных структур в 2D пространстве // *Соврем. наукоемкие технологии*. – 2013. – № 9. – С. 89–93.
12. Иванов В.В. Детерминистические фракталы на основе итерационной последовательности точек в 2D пространстве // *Международ. науч.-иссл. журнал*, 2013. – №7–1. – С. 28–30.
13. Иванов В.В. Детерминистические фракталы на основе канторова множества и итерационной последовательности точек в 2D пространстве // *Международ. науч.-иссл. журнал*, 2013. – № 7–1. – С. 31–33.
14. Иванов В.В. Возможные состояния модулярных структур кристаллических, наноразмерных и фрактальных объектов на поверхности антифрикционных композиционных покрытий // *Соврем. наукоемкие технологии*, 2015. – № 8. – С. 24–27.
15. Иванов В.В. Возможные состояния распределения модулярных структур кристаллических, наноразмерных и фрактальных объектов в объеме антифрикционных композиционных материалов // *Соврем. наукоемкие технологии*, 2015. – № 5. – С. 16–19.
16. Иванов В.В. Континуальные и дисконтинуальные состояния многокомпонентных детерминистических модулярных структур фрактального гибридного класса (FFF) // *Международ. журнал прикладных и фундаментальных исследований*, 2016. – № 6 (часть 2). – С. 235–242.
17. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. Эволюционная модель формирования и анализ детерминистических фрактальных структур // *Успехи соврем. естествознания*, 2012. – № 4. – С. 230–232.
18. Иванов В.В., Таланов В.М. Модулярное строение наноструктур: Информационные коды и комбинаторный дизайн // *Наносистемы: Физика, Химия, Математика*. 2010. – Т.1. – № 1. – С. 72–107.
19. Иванов В.В., Таланов В.М. Разбиение и структурирование пространства, описание процесса формирования модульного кристалла // *Успехи соврем. естествознания*, 2012. – № 8. – С. 75–77.
20. Иванов В.В., Таланов В.М. Разбиение структурированного 3D пространства на модулярные ячейки и моделирование невырожденных модулярных структур // *Успехи соврем. естествознания*, 2012. – №10. – С. 78–80.
21. Иванов В.В., Таланов В.М. Формирование структурного модуля для модулярного дизайна в 3D пространстве // *Успехи соврем. естествознания*, 2012. – №9. – С. 74–77.
22. Иванов В.В., Таланов В.М. Классификация структурных состояний локальной транзитивной области структурированного 3D пространства // *Успехи соврем. естествознания*, 2013. – №.12. – С. 60–64.
23. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. Информация и структура в наномире: модулярный дизайн двумерных наноструктур и фрактальных решеток // *Наносистемы: Физика, Химия, Математика*, 2011. – Т.2. – № 3. – С. 121–134.
24. Общая алгебра. В 2 т. / Под общ. ред. Л.А. Скорнякова. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – Т.1. – 592 с.; 1991. – Т.2. – 480 с.
25. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 260 с.
26. Фракталы в физике. Под ред. Л. Пьетронеро и Э. Тоттати. – М.: Мир, 1988. 420 с.
27. Ivanov V.V., Derlugian P.D., Ivanova I.V., Popov S.V., Shishka V.G. Shcherbakov I.N. Fractal structures as a possible abstractions of the site and size-distributions of phases and a possible approximants of the interphase borders configurations onto surface of the composites // *Eastern European Scientific Journal*, 2016, 2 – pp. 203–206.
28. Ivanov V.V., Ivanova I.V. Structural states of the surface of compositional coatings with nano-dimensional and fractal components // *Eastern European Scientific Journal*, 2016, 1 – pp. 195–198.
29. Sander L.M. Fractal growth // *Sci. Am.* 1987. – V.256. – P.94–100.