

УДК 004:37

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКОГО МНОЖЕСТВА

Курзаева Л.В.

ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»,
Магнитогорск, e-mail: LKurzaeva@mail.ru

Нечеткая логика – одно из интереснейших и активно развивающихся направлений теории искусственного интеллекта. Отличие теории нечетких множеств от классической теории четких множеств состоит в том, что если для четких множеств результатом вычисления функции принадлежности могут быть только два значения – ноль или единица, то для нечетких множеств это количество бесконечно, но ограничено диапазоном от нуля до единицы. В статье рассматриваются способы и примеры определения значений функции принадлежности, а именно частотный анализ, экспертный метод нормирования и метод попарных сравнений, L-R – функции. Рассмотренные методы просты в применении. Материалы данной статьи представляют методическую и практическую ценность для преподавателей и студентов, интересующихся вопросами нечеткого моделирования и анализа данных.

Ключевые слова: нечеткая логика, функция принадлежности

METHODS OF DETERMINING THE VALUES OF THE MEMBERSHIP FUNCTIONS OF FUZZY SETS

Kurzaeva L.V.

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, e-mail: lkurzaeva@mail.ru

Fuzzy logic is one of the most interesting and rapidly developing areas of artificial intelligence theory. The difference between the theory of fuzzy sets from the classical theory of crisp sets is that if clear sets the result of calculation of the membership function can be only two values – zero or one, then it is infinitely fuzzy sets is the number for, but is limited to the range from zero to one. The article discusses methods and examples of determining the values of the membership function, namely frequency analysis, expert method of valuation and the method of pairwise comparisons L-R – functions. Are considered easy to use. The contents of this article are of methodological and practical value for teachers and students interested in fuzzy modeling and data analysis.

Keywords: fuzzy logic, membership function

Все методы определения значений функций принадлежности условно можно разделить на следующие группы: прямые методы, косвенные методы, L-R – функции.

К первой группе методов можно отнести частотный анализ по результатам опросов экспертов.

Пример. По результатам опросов респондентов по прогнозам цены литра молока в 2016 г. получены следующие результаты (табл.1).

Ко второй группе методов можно отнести экспертные методы (например, анкетный метод нормирования, а также метод попарных сравнений).

Метод нормирования, заключается в следующем. Эксперту предлагается оценить степень принадлежности к множеству А каждого элемента из $U \times 1 - x_n$, соотнеся свое мнение со значениями по некоторой, заранее выбранной шкале (например, от 0 до 100%, или относительных величинах от 0 до 1, или любой другой).

Результаты опроса нескольких экспертов сводятся в матрицу опроса (табл. 2).

Затем производятся следующая последовательность действий:

– рассчитывается сумма весов, даваемых i-м экспертом всем элементам:

$$B_i = \sum_{j=1}^n b_{ij};$$

– рассчитывается относительный вес j-го элемента на основании оценки i-го эксперта:

$$W_{ij} = b_{ij} / B_i;$$

– рассчитывается результирующий вес j-го элемента:

$$W_j = \frac{\sum_{i=1}^m W_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ij}}.$$

Таблица 1

Данные по опросу экспертов о прогнозируемой цене на молоко в 2016 г

Прогнозируемая цена молока на 2016 г, руб.	Количество респондентов, выбравших данное значение цены	Доля респондентов, выбравших данное значение цены
46	68	0,38
48	52	0,29
50	43	0,24
52	17	0,09
Итого	180	1,00

Таблица 2

Матрица опроса нескольких экспертов

Эксперт	Элементы						Сумма
	1	2	...	j	...	n	
1	b_{11}	b_{12}	...	b_{1j}	...	b_{1n}	B_1
2	b_{21}	b_{22}	...	b_{2j}	...	b_{2n}	B_2
...
i	b_{i1}	b_{i2}	...	b_{ij}	...	b_{in}	B_i
...
m	b_{m1}	b_{m2}	...	b_{mj}	...	b_{mn}	B_m

Пример. В табл. 3 приведены результаты опроса четырех экспертов о степени принадлежности трех элементов – автомобилей

«ChevroletNiva», «JeepGrandCherokee», «CheryTiggo F» множеству «Внедорожники», оцененные по 100 бальной шкале.

Таблица 3

Матрица опроса

Эксперт	Элементы		
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»
1	60	20	20
2	40	20	30
3	70	40	50
4	40	80	50

– рассчитывается сумма весов, даваемых i-м экспертом всем элементам:

Таблица 4

Матрица опроса с элементами расчетов

Эксперт	Элементы			B_i
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»	
1	60	20	20	100
2	40	20	30	90
3	70	40	50	160
4	40	80	50	170

– рассчитывается относительный вес j -го элемента на основании оценки i -го эксперта:

Таблица 5

Матрица опроса с элементами расчетов

Эксперт	Э л е м е н т ы			B_i
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»	
1	0,6	0,2	0,2	100
2	0,44	0,22	0,33	90
3	0,44	0,25	0,31	160
4	0,24	0,47	0,29	170

– рассчитывается результирующий вес j -го элемента:

Таблица 6

Матрица опроса с элементами расчетов и результатами

Эксперт	Э л е м е н т ы			B_i
	«JeepGrandCherokee»	«ChevroletNiva»	«CheryTiggo F»	
1	0,6	0,2	0,2	100
2	0,44	0,22	0,33	90
3	0,44	0,25	0,31	160
4	0,24	0,47	0,29	170
W_j	0,43	0,29	0,28	

Итак, согласно собранным данным и методу расчета множеств «Внедорожники» = {0,43/ «JeepGrandCherokee»; 0,29/ «ChevroletNiva»; 0,28/ «CheryTiggo F»}

Метод попарных сравнений, заключается в том, что только один эксперт на осно-

ве своего субъективного мнения оценивает принадлежность элемента данному множеству относительно другого элемента. Для проведения субъективных парных сравнений Т. Саати была разработана шкала относительной важности, ее модификация приведена в табл. 7:

Таблица 7

Матрица опроса с элементами расчетов и результатами

Шкала	Значение
1	Равная важность/предпочтительность
3	Умеренное превосходство одного над другим
5	Существенное превосходство одного над другим
7	Значительное превосходство одного над другим
9	Очень сильное превосходство одного над другим
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения шкалы

Может быть выбрана и иная шкала. Выбор определялся следующими требованиями: шкала должна давать возможность улавливать разницу в чувствах людей, когда они проводят сравнения, различать как можно больше оттенков чувств, которые имеют люди; эксперт должен быть уверенным во всех градациях своих суждений одновременно.

Результаты попарного сравнения элементов заносятся в матрицу сравнения размерности $n \times n$, где n – число сравниваемых элементов. Элемент указанной матрицы выражает результат сравнения элементов i и j . Если при сравнении элементов i и j получено $a(i,j)=b$, то результатом сравнения элементов j и i должно быть $a(j,i)=1/b$. Очевидно, что диагональные элементы матрицы равны 1.

Т. Саати предложил упрощенную процедуру вычисления вектора w . Пусть v – вектор геометрических средних строк некоторой матрицы сравнения:

$$v = \begin{bmatrix} \sqrt[n]{a(1,1) \times \dots \times a(1,n)} \\ \dots \\ \sqrt[n]{a(n,1) \times \dots \times a(n,n)} \end{bmatrix}$$

Тогда вектор w будет определяться следующим образом:

$$w = \begin{bmatrix} \frac{v_1}{\sum_{i=1}^n v_i} \\ \dots \\ \frac{v_n}{\sum_{i=1}^n v_i} \end{bmatrix} \quad (v_1, \dots, v_n - \text{элементы вектора } v)$$

Пример. По результатам оценки эксперта степени принадлежности трех элементов – значений температур в градусах Цельсия определить множество «Холодно».

$$M_{\text{«Холодно»}} = \begin{matrix} & -25 & -10 & -5 \\ \begin{matrix} -25 \\ -10 \\ -5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1/5 & 1 & 1 \\ 1/7 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Соответствующие матрицам сравнения векторы локальных приоритетов находятся следующим образом:

$$v_{M_{\text{«Холодно»}}} = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{35} \\ \sqrt[3]{0,2} \\ \sqrt[3]{1/7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,267 \\ 0,585 \\ 0,523 \end{bmatrix} w_{M_{\text{«Холодно»}}} =$$

$$= \begin{bmatrix} 3,267 \\ 0,585 \\ 0,523 \end{bmatrix} w_{M_{\text{«Холодно»}}} = \begin{bmatrix} \frac{3,267}{3,267 + 0,585 + 0,523} \\ \frac{0,585}{3,267 + 0,523 + 0,585} \\ \frac{0,523}{3,267 + 0,585 + 0,523} \end{bmatrix} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 0,747 \\ 0,134 \\ 0,119 \end{bmatrix}$$

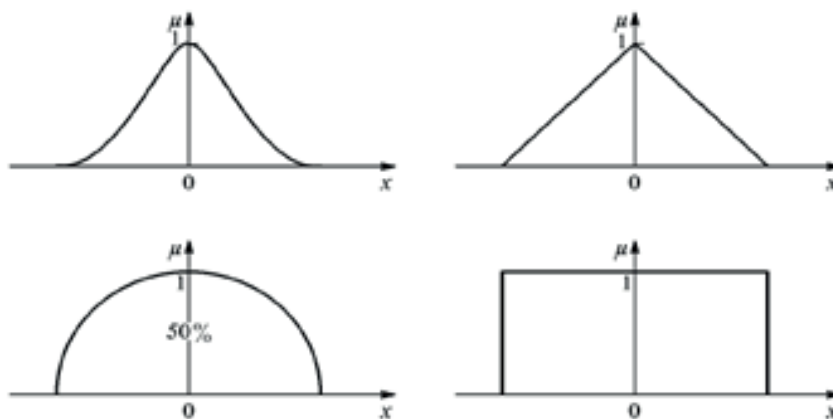


Рис. 1. Примеры L-R -функций

Итак, по данным расчетов «Холодно» = {0,747/-25; 0,134/-10; 0,119/-5}.

Третью группу составляют способы на основе использования так называемые L-R – функций (типовых форм кривых рис. 1) для задания функций принадлежности с уточнением их параметров путем приближения к реальным данным.

Пример. Если мы оцениваем параметр качественно, например, говоря: «Это значение параметра является средним», необходимо ввести уточняющее высказывание типа «Среднее значение — это примерно от а до b», которое есть предмет экспертной оценки (нечеткой классификации), и тогда можно использовать для моделирования трапециевидную функцию.

Если мы хотим выразить «приблизительно равно α», то можно использовать треугольные функции.

Список литературы

1. Курзаева Л.В., Новикова Т.Б., Лактионова Ю.С., Петеляк В.Е. Применение метода попарных сравнений для определения функции принадлежности нечеткой переменной в задачах управления социально-экономическими системами // Научно-практический журнал «Заметки ученого». - 2015 - №5. - С.87-90
2. Курзаева Л.В. Нечеткая логика и нейронные сети. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск, гос.тех. ун-та им. Г.И.Носова, 2016.
3. Курзаева Л.В. Дистанционный курс «Основы математической обработки информации»: электронный учебно-методический комплекс // Хроники объединенного фонда электронных ресурсов Наука и образование. - 2014. -Т. 1. - № 12 (67). - С. 117
4. Курзаева Л.В. Введение в теорию систем и системный анализ: учеб. пособие/Л.В. Курзаева. -Магнитогорск: МаГУ, 2015. -211 с.
5. Курзаева Л.В. Введение в методы и средства получения и обработки информации для задач управления социальными и экономическими системами: учеб. пособие / Л.В. Курзаева, И.Г. Овчинникова, Г.Н. Чусавитина. -Магнитогорск: Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2016. -118 с.