

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО АВАРИЙНОГО ВЫБРОСА НЕФТИ В СЛОЖНОЙ МНОГОФАЗНОЙ ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЕ

Мусаев В.К.

*Московский государственный машиностроительный университет (МГМУ), Москва,
e-mail: musayev-vk@yandex.ru*

Рассматривается некоторая информация о математическом моделировании водной, нефтяной и твердой деформируемых сред при аварийном выбросе нефти. Для решения поставленной задачи применяются волновые уравнения механики деформируемого твердого тела. Реализация исследуемой задачи осуществляется с помощью численного моделирования уравнений волновой механики. Приводится нормальное напряжение в характерной области исследуемой задачи. Для решения двумерной нестационарной динамической задачи математической теории упругости с начальными и граничными условиями используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Применяется однородный алгоритм. С помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши. Показано изменение упругого нормально-го напряжения в точках, находящихся в водной среде.

Ключевые слова: моделирование, численный метод, алгоритм, комплекс программ, метод Мусаева В.К., упругие волны, нестационарные волновые уравнения, динамика сплошных сред, распространение волн, водная деформируемая среда, нефтяная деформируемая среда, твердая деформируемая среда, сложная среда, многофазная среда, ударное воздействие, волновое уравнение, механика деформируемого твердого тела, неотражающие граничные условия, компоненты тензора напряжений

MATHEMATICAL MODELING OF TRANSIENT ACCIDENTAL RELEASE OF OIL IN COMPLEX MULTI-PHASE DEFORMABLE MEDIUM

Musayev V.K.

Moscow state University of mechanical engineering (MSMU), Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Discusses some information on the mathematical modeling of water, oil and solid deformable media accidental release of oil. To solve this problem apply the wave equation mechanics of deformable solids. The implementation of the investigated problem by using numerical simulation of the equations of wave mechanics. Is normal stress in a characteristic region of the investigated problem. For solving two-dimensional nonstationary dynamic problems of mathematical elasticity theory with initial and boundary conditions using the finite element method in displacements. The problem is solved by the method of end-to-end account, without allocation of breaks. Applies a uniform algorithm. Using the method of finite elements in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions led to a linear Cauchy problem. Shows the change of the elastic normal stress at the points found in the aquatic environment.

Keywords: modeling, numerical method, algorithm, software complex, the method Musayev V.K., elastic waves, transient wave equations, dynamics of continuous media, wave propagation, deformable water medium, oil medium deformable, deformable environment, complex environment, multi-phase environment, shock, wave equation, mechanics of deformable solids, non-reflective boundary conditions, the components of the stress tensor

Для прогноза безопасности сложной системы, находящейся в водной, нефтяной и твердой деформируемой среде, при нестационарных волновых воздействиях применяется численное моделирование.

Волны напряжений различной природы, распространяясь, в деформируемом теле взаимодействуют, друг с другом, что приводит к образованию новых областей возмущений, перераспределению напряжений и деформаций. При интерференции волн напряжений их интенсивности складываются. Они могут достигать значений, превосходящих предел прочности материала. В этом случае наступает разрушение материала.

После трехкратного или четырехкратного прохождения и отражения волн на-

пряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

Для моделирования волн напряжений в деформируемых областях сложной формы применяется численное моделирование. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны методика, алгоритм и комплекс программ для решения линейных двумерных плоских задач, которые позволяют решать сложные задачи при ударных воздействиях на сооружения. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. Матрица упругости выражена через скорость

продольных волн, скорость поперечных волн и плотность.

Исследуемая область разбивается по пространственным переменным на треугольные конечные элементы с тремя узловыми точками с линейной аппроксимацией упругих перемещений и на прямоугольные конечные элементы с четырьмя узловыми точками с билинейной аппроксимацией упругих перемещений. По временной переменной исследуемая область разбивается на линейные конечные элементы с двумя узловыми точками с линейной аппроксимацией упругих перемещений. За основные неизвестные приняты два перемещения и две скорости перемещений в узле конечного элемента.

Задачи решаются с методом сквозного счета, без выделения разрывов. Применяется кусочно-линейная аппроксимация для уменьшения влияния разрывов на точность результатов численного решения, полученных с помощью метода конечных элементов в перемещениях.

Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями в виде дифференциальных уравнений в частных производных, для решения задач о нестационарных воздействиях на деформируемые

объекты сложной формы, с помощью метода конечных элементов в перемещениях приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

Рассмотрим задачу об ударном аварийном выбросе нефти (рис. 3) в сложной системе, которая состоит из следующих деформируемых сред: нефтяная, водная и твердая (рис. 1).

Некоторая информация в области моделирования волн напряжений в сложных деформируемых областях различной формы с помощью рассматриваемого метода приведена в следующих работах [1–10].

В работах [1–10] приведена информация о физической достоверности и математической точности рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения:

$$1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098 \text{ МПа};$$

$$1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3.$$

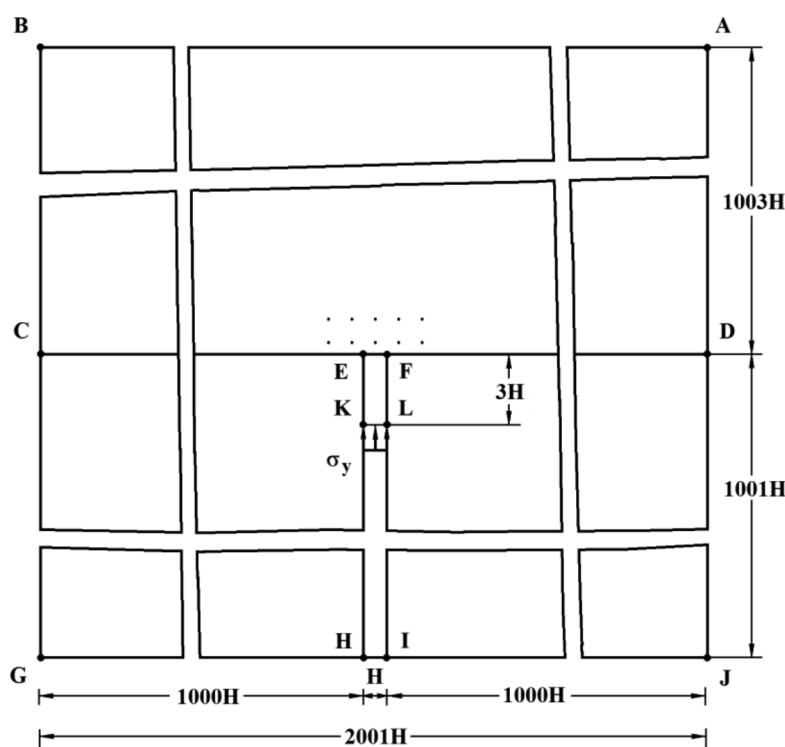


Рис. 1. Постановка задачи об ударном аварийном выбросе нефти в сложной деформируемой системе

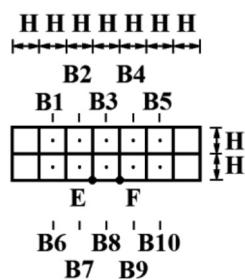


Рис. 2. Точки B1–B10, в которых получены упругие напряжения во времени

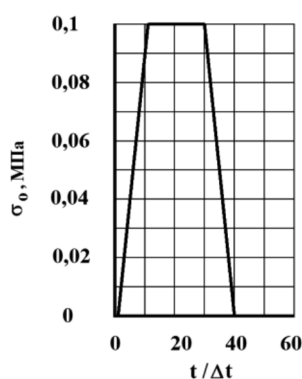


Рис. 3. Ударное воздействие

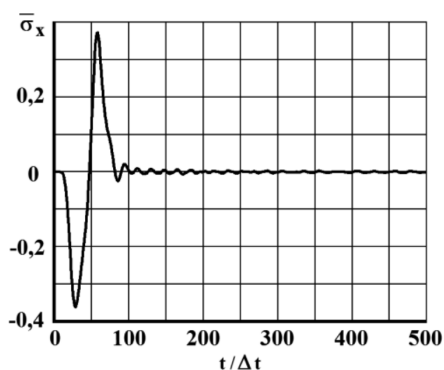


Рис. 4. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B1

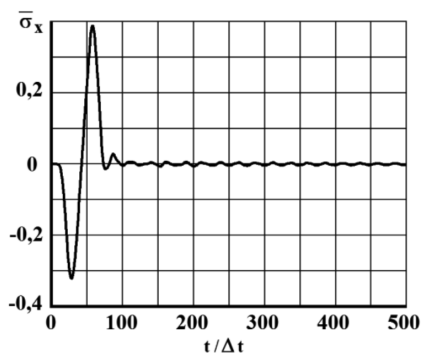


Рис. 5. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B2

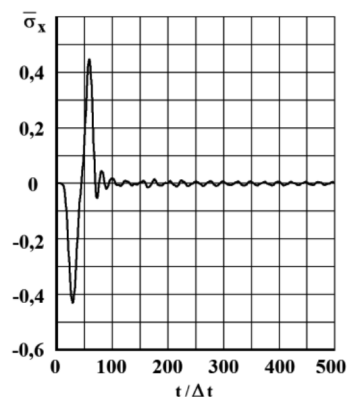


Рис. 6. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B3

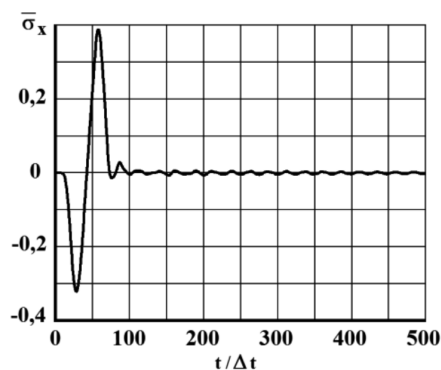


Рис. 7. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B4

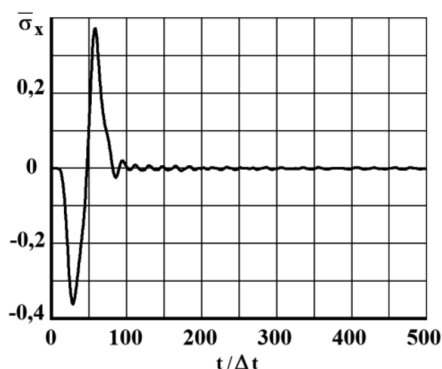


Рис. 8. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B5

На контуре KL приложено нормальное воздействие σ_y (рис. 1), которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , при $11 \leq n \leq 30$ равно P и при $31 \leq n \leq 40$ от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 0,098$ МПа (1 кгс/см^2)). Принято следующее допущение: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098$ МПа.

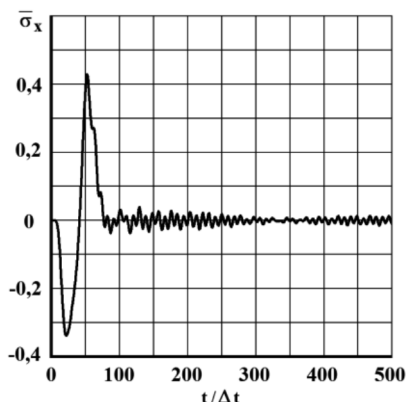


Рис. 9. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B6

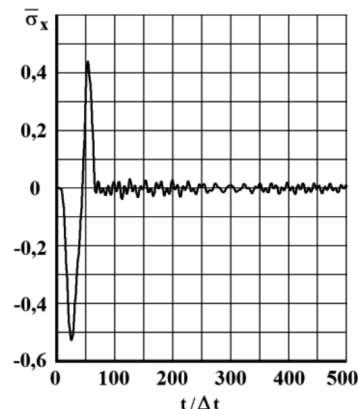


Рис. 12. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B9

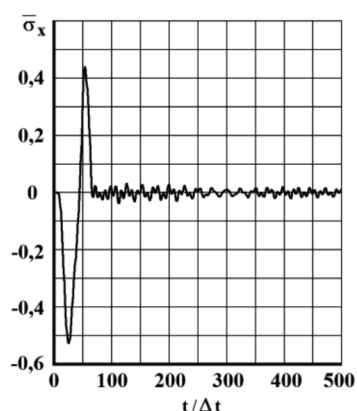


Рис. 10. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B7

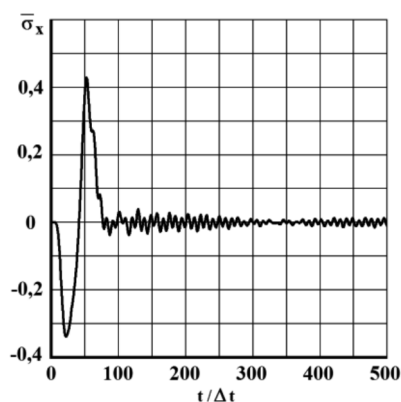


Рис. 13. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B10

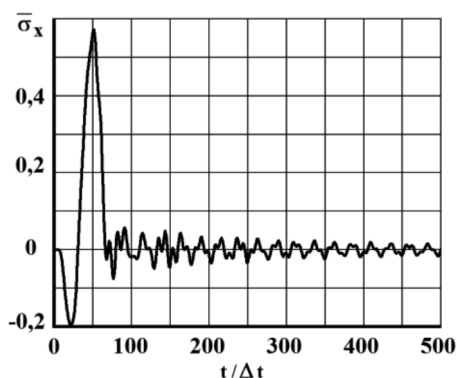


Рис. 11. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B8

Для твердой деформируемой среды *ECGHC* и *DFLIJ* приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,393 \times 10^{-6}$ с; $E = 3,09 \times 10^4$ МПа ($3,15 \times 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,2$; $\rho = 0,25 \times 10^4$ кг/м³ ($0,255 \times 10^{-5}$ кгс/см⁴); $C_p = 3587$ м/с; $C_s = 2269$ м/с. Приняты следующие допущения: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098 \text{ МПа}$; $1 \text{ кгс/см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$.

Для водной деформируемой среды *ABCFD* приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 3,268 \times 10^{-6}$ с; $\rho = 1,025 \times 10^3$ кг/м³ ($1,045 \times 10^{-6}$ кгс/см⁴); $C_p = 1530$ м/с. Принято следующее допущение: $1 \text{ кгс/см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$.

Для нефтяной деформируемой среды *FEKHI* приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 3,876 \times 10^{-5}$ с; $\rho = 0,825 \times 10^3$ кг/м³ ($0,841 \times 10^{-6}$ кгс/см⁴); $C_p = 1290$ м/с. Принято следующее допущение: $1 \text{ кгс/см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$.

При расчетах принимается минимальный шаг по времени $\Delta t = 1,393 \times 10^{-6}$ с.

Исследуемая расчетная область имеет 4014010 узловых точек. Решается система уравнений из 16056040 неизвестных.

На рис. 4–13 показано изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ ($\bar{\sigma}_x = \sigma_x / |\sigma_0|$) во времени n в точках B1–B10 (рис. 2), находящихся в водной среде.

Полученные результаты можно оценить как первое приближение к решению сложной комплексной задачи об ударном аварийном выбросе нефти в сложной деформируемой системе.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Решение задачи дифракции и распространения упругих волн методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – № 4. – С. 74–78.
2. Мусаев В.К. Об устойчивости двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы в перемещениях для внутренних узловых точек на равномерной треугольной сетке // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 2. – С. 59–65.
3. Мусаев В.К. Компьютерное моделирование задачи об отражении плоских продольных упругих, вязких и пластических волн напряжений в виде функции Хевисайда от свободной поверхности // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 81–93.
4. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
5. Мусаев В.К. О моделировании отражения упругих волн напряжений от свободной поверхности деформируемой области // Двойные технологии. – 2012. – № 4. – С. 61–64.
6. Мусаев В.К. О достоверности результатов математического моделирования нестационарных волн напряжений в объектах сложной формы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 3. – С. 71–76.
7. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
8. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
9. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
10. Мусаев В.К. Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 222–226.