

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О ВОЗДЕЙСТВИИ ВОЗДУШНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА КОНСОЛЬ (СООТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ К ВЫСОТЕ ОДИН К ДЕСЯТИ) С УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТЬЮ

Мусаев В.К.

*Московский государственный машиностроительный университет (МГМУ), Москва,
e-mail: musayev-vk@yandex.ru*

Рассматривается некоторая информация численного решения задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль (соотношение ширины к высоте один к десяти) с упругой полуплоскостью. Для решения поставленной задачи применяются уравнения нестационарной динамической теории упругости. Задача моделируется с учетом воздушной и твердой деформируемой сред. Приводится нормальное напряжение в характерной области консоли. Для решения двумерной нестационарной динамической задачи математической теории упругости с начальными и граничными условиями используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Применяется одно-родный алгоритм. С помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши. Показано изменение упругого нормального напряжения в точках, находящихся в верхней области консоли.

Ключевые слова: численное решение, математическое моделирование, численный метод, алгоритм, комплекс программ, метод Мусаева В.К., упругие волны, нестационарные волновые уравнения, динамика сплошных сред, распространение волн, консоль, упругая полуплоскость, воздушная ударная волна, воздушная деформируемая среда, твердая деформируемая среда, стоячие волны, волновая теория ударной безопасности

MODELING OF NON-STATIONARY OF STRESS WAVES IN THE PROBLEM OF THE INFLUENCE OF AIR SHOCK WAVES ON A CONSOLE (THE RATIO OF WIDTH TO HEIGHT OF ONE TO TEN) WITH AN ELASTIC HALF-PLANE

Musayev V.K.

Moscow state University of mechanical engineering (MSMU), Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Discusses some details of the numerical solution of the problem of the impact of air shock waves on a console (the ratio of width to height of one to ten) with an elastic half-plane. To solve this problem apply the equations of non-stationary dynamic theory of elasticity. The task is simulated with the air and solid deformable media. Is normal stress in a characteristic region of the console. For solving two-dimensional nonstationary dynamic problems of mathematical elasticity theory with initial and boundary conditions using the finite element method in displacements. The problem is solved by the method of end-to-end account, without allocation of breaks. Applies a uniform algorithm. Using the method of finite elements in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions led to a linear Cauchy problem. Shows the change of the elastic normal stress at points in the upper pane of the console.

Keywords: numerical solution, mathematical modeling, numerical method, algorithm, software complex, the method Musayev V.K., elastic waves, transient wave equations, dynamics of continuous media, wave propagation, console, elastic half-plane, air shock wave, the air Wednesday deformable, deformable medium, standing waves, the wave theory of impact security

Для прогноза безопасности уникальных сооружений, находящихся в воздушной и твердой деформируемой среде, при волновых воздействиях применяется численное моделирование. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны методика, алгоритм и комплекс программ для решения линейных двумерных плоских задач, которые позволяют решать сложные задачи при волновых воздействиях на сооружения. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. Матрица упругости выражена через скорость продольных волн, скорость поперечных волн и плотность.

Некоторая информация о моделировании нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью рассматриваемого численного метода приведена в следующих работах [1–10].

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098 \text{ МПа}$; $1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$.

В работах [1–4, 6–10] приведена информация о физической достоверности и математической точности применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

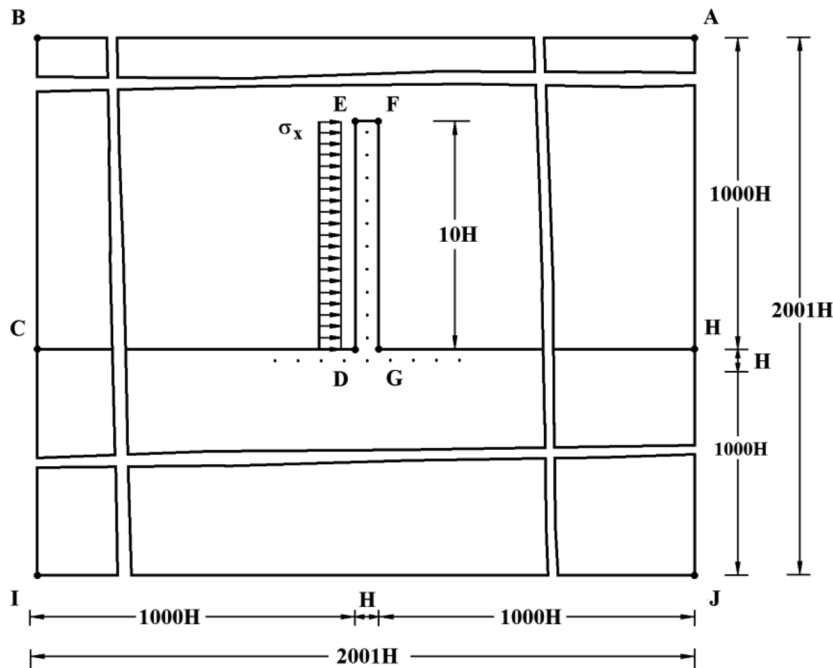


Рис. 1. Постановка задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль с упругой полуплоскостью (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

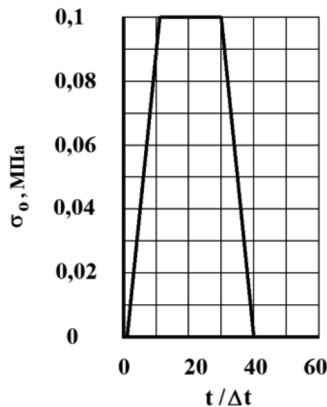


Рис. 2. Ударное воздействие для задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль с упругой полуплоскостью (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

Рассмотрим задачу о воздействии воздушной ударной волны (рис. 2) на консоль (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти) с упругой полуплоскостью (рис. 1).

На контуре ED приложено нормальное воздействие σ_x , которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t / \Delta t$) изменяется от 0 до P, а при $11 \leq n \leq 30$ равно P и при $31 \leq n \leq 40$ изменяется от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 0,098$ МПа (1 кгс/см²)). Принято следующее допущение: 1 кгс/см² \approx 0,098 МПа. Граничные условия для контура ABCIJH при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$.

Отраженные волны от контура ABCIJH не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 50$. На границе CDEFGH приняты условия непрерывности перемещений.

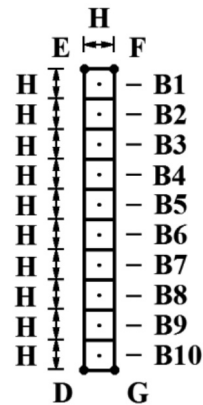


Рис. 3. Точки B1–B10, в которых получены упругие напряжения во времени для задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль с упругой полуплоскостью (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

Для воздушной деформируемой среды ABCDEFGH приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 0,147 \times 10^{-4}$ с; $C = 340$ м/с; $\rho = 1,2$ кг/м³ ($1,245 \times 10^{-9}$ кгс с²/см⁴). Принято следующее допущение: 1 кгс с²/см⁴ \approx $0,98 \times 10^9$ кг/м³.

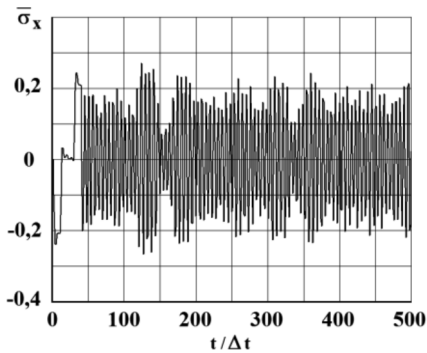


Рис. 4. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B1 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

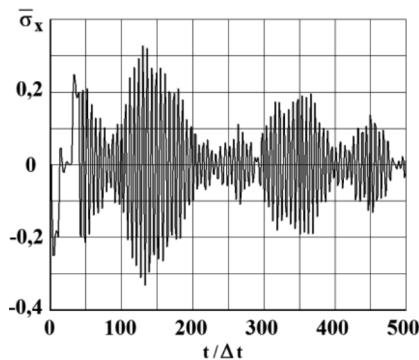


Рис. 5. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B2 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

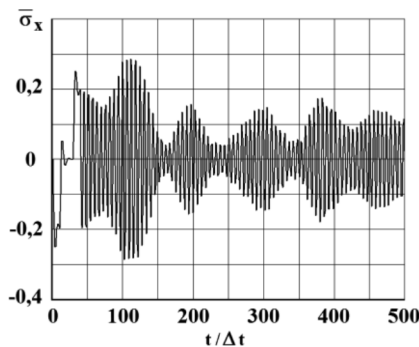


Рис. 6. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B3 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

Для твердой деформируемой среды $HGFEDCIJ$ приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 9,263 \times 10^{-7}$ с; $E = 6,958 \times 10^4$ МПа ($7,1 \times 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,34$; $\rho = 2,7 \times 10^3$ кг/м³ ($2,755 \times 10^{-6}$ кгс см⁴); $C_p = 5398$ м/с; $C_s = 3078$ м/с. Приняты сле-

дующие допущения: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,098 \text{ МПа}$;
 $1 \text{ кгс см}^4 \approx 0,98 \times 10^9 \text{ кг/м}^3$.

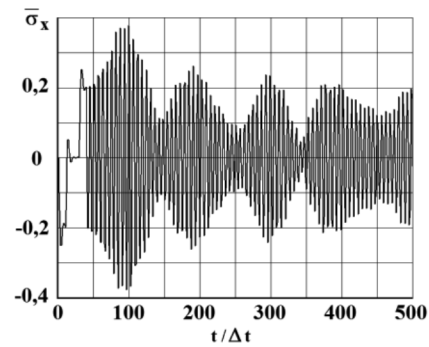


Рис. 7. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B4 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

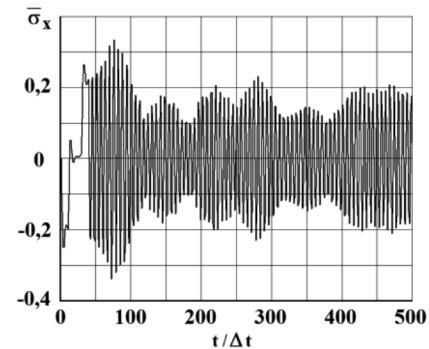


Рис. 8. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B5 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

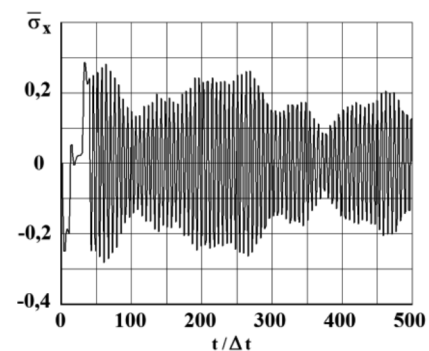


Рис. 9. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке B6 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

В расчетах принимается минимальный шаг по времени, то есть $\Delta t = 9,263 \times 10^{-7}$.

Исследуемая расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных.

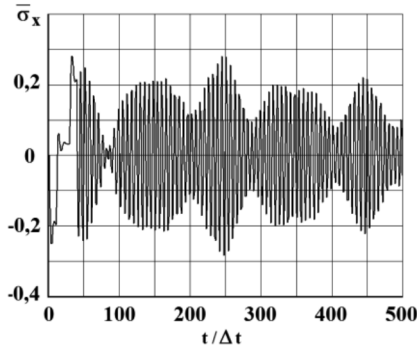


Рис. 10. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке В7 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

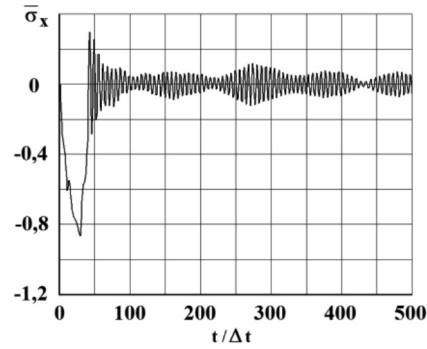


Рис. 13. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке В10 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

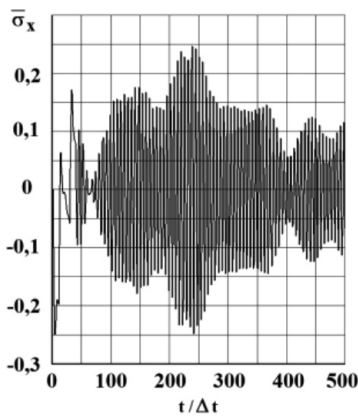


Рис. 11. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке В8 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

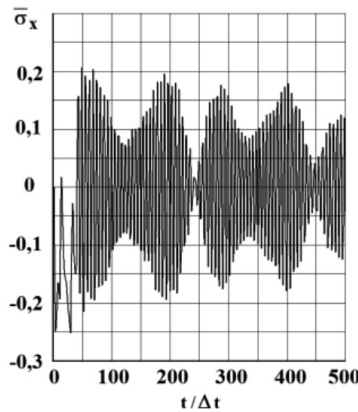


Рис. 12. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ во времени $t/\Delta t$ в точке В9 (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти)

На рис. 4–13 представлено изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ ($\bar{\sigma}_x = \sigma_x / |\sigma_0|$) во времени n в точках В1–В10 консоли (рис. 3).

Выводы

1. Для прогноза безопасности объекта, находящегося в воздушной и твердой деформируемой среде, при волновых воздействиях применяется численное моделирование.

2. Разработаны методика, алгоритм и комплекс программ для решения линейных двумерных плоских задач, которые позволяют решать сложные задачи при волновых воздействиях.

3. Матрица упругости выражена через скорость продольных волн, скорость поперечных волн и плотность.

4. Исследуемая область разбивается по пространственным переменным на треугольные и прямоугольные конечные элементы первого порядка. По временной переменной исследуемая область разбивается на линейные конечные элементы первого порядка.

5. За основные неизвестные приняты два перемещения и две скорости перемещений в узле конечного элемента.

6. Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями в виде дифференциальных уравнений в частных производных приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

7. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ от точки В1 до точки В10 консоли изменяется от значения $\bar{\sigma}_x = 0,207$ до значения $\bar{\sigma}_x = 0,378$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ от точки В1 до точки В10 консоли изменяется от значения $\bar{\sigma}_x = -0,25$ до значения $\bar{\sigma}_x = -0,867$.

8. Полученные результаты можно оценить как первое приближение к решению сложной комплексной задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль с упругой полуплоскостью, с помощью численного моделирования волновых уравнений теории упругости.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
2. Мусаев В.К. Численное моделирование задачи об отражении плоских продольных волн напряжений в виде дельта функции от жесткой поверхности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 2. – С. 42–50.
3. Мусаев В.К. Численное, аналитическое и экспериментальное решение задачи о концентрации нестационарных динамических напряжений в свободном круглом отверстии // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 4. – С. 67–71.
4. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
5. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемой среде на поверхности полуплоскости при взрывном воздействии в объекте хранения опасных веществ // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 1). – С. 84–87.
6. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
7. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
8. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
9. Мусаев В.К. Исследования устойчивости явной двухслойной линейной конечноэлементной схемы для внутренних узловых точек на равномерной прямоугольной сетке // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 5. – С. 39–42.
10. Мусаев В.К. Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 222–226.