

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УПРУГИХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В КУРПСАЙСКОЙ ПЛОТИНЕ С ОСНОВАНИЕМ (ПОЛУПЛОСКОСТЬ) С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Мусаев В.К.

Московский государственный машиностроительный университет (МГМУ), Москва,
e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Рассматриваются некоторые вопросы численного моделирования сейсмической безопасности бетонной Курпсайской плотины с грунтовым основанием при волновых воздействиях. Плотина моделируется без заполненного водохранилища. Программный комплекс позволяют решать задачи при нестационарных воздействиях на объекты сложной формы. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач волновой теории упругости. Проведено сопоставление с результатами смешанного метода конечных элементов. Максимальное растягивающее напряжение возникает в верхней части задней области контура плотины. Упругое контурное напряжение на гранях плотины является почти зеркальным отражением одна другой, то есть антисимметричным.

Ключевые слова: математическое моделирование, контурные напряжения, бетонная Курпсайская плотина, незаполненное водохранилище, волновая теория сейсмической безопасности, динамическая теория упругости, перемещение, скорость перемещений, ускорение, сейсмическое воздействие, функция Хевисайда, фундаментальное воздействие, метод конечных элементов, численный метод, алгоритм, комплекс программ, метод Мусаева В.К., узловы точки, явная двухслойная схема, контурное напряжение, изгибные волны

SIMULATION OF TRANSIENT ELASTIC STRESS WAVES IN KURPSAY THE DAM BASE (HALF-PLANE) WITH THE HELP OF WAVE THEORY FOR SEISMIC SAFETY

Musayev V.K.

Moscow state University of mechanical engineering (MSMU), Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Discusses some problems of numerical modeling of seismic safety of concrete dams Kurpsay with a soil base under wave influences. The dam is modeled without a filled reservoir. The program complex allows to solve problems under nonstationary actions on objects of complex shape. On the basis of the finite element method in displacements the developed algorithm and the program complex for solving linear flat two-dimensional problems of wave theory of elasticity. A comparison with the results of the mixed finite element method. The maximum tensile stress occurs in the upper part of the rear region of the contour of the dam. Elastic contour stress on the faces of the dam is almost a mirror reflection of one another, that is, antisymmetric.

Keywords: mathematical modeling, the grid voltages, Kurpsay concrete dam, empty reservoir, wave theory for seismic safety, a dynamic theory of elasticity, displacement, velocity, displacement, acceleration, seismic impact, the function of Heaviside, fundamental impact, finite element method, numerical method, algorithm, software complex, the method Musayev V.K., nodal points, an explicit two-layer scheme, contour tension, bending waves

Постановка задачи при нестационарных сейсмических воздействиях

Волны напряжений различной природы, распространяясь, в деформируемом теле взаимодействуют, друг с другом, что приводит к образованию новых областей возмущений, перераспределению напряжений и деформаций.

При интерференции волн напряжений их интенсивности складываются. Они могут достигать значений, превосходящих предел прочности материала. В этом случае наступает разрушение материала.

После трехкратного или четырехкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

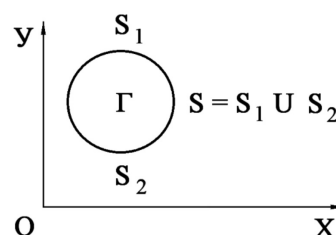


Рис. 1. Некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY

Некоторые вопросы в области моделирования нестационарных динамических задач с помощью применяемого метода, алгоритма и комплекса программ рассмотрены в следующих работах [1–10].

Для решения задачи о моделировании упругих нестационарных волн напряжений в деформируемых областях сложной формы

рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY (рис. 1), которому в начальный момент времени $t = 0$ сообщается механическое нестационарное импульсное воздействие.

Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

$$(x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y,$$

$$\sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy},$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial Y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X},$$

$$(x, y) \in (\Gamma \cup S), \quad (1)$$

где σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x , ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ –

плотность материала; $C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны;

$C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; S ($S_1 \cup S_2$) – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Разработка методики и алгоритма

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{H} \ddot{\bar{\Phi}} + \bar{K} \bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \bar{\Phi}|_{t=0} = \bar{\Phi}_0, \quad \dot{\bar{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\bar{\Phi}}_0, \quad (2)$$

где \bar{H} – диагональная матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\bar{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \bar{R} – вектор внешних узловых упругих сил.

Соотношение (2) система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями.

Таким образом, с помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями (1) привели к линейной задаче Коши (2).

Для интегрирования уравнения (2) конечноэлементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду

$$\bar{H} \frac{d}{dt} \dot{\bar{\Phi}} + \bar{K} \bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \frac{d}{dt} \bar{\Phi} = \dot{\bar{\Phi}}. \quad (3)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (3) с помощью конечноэлементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\dot{\bar{\Phi}}_{i+1} = \dot{\bar{\Phi}}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K} \bar{\Phi}_i + \bar{R}_i),$$

$$\bar{\Phi}_{i+1} = \bar{\Phi}_i + \Delta t \dot{\bar{\Phi}}_{i+1}. \quad (4)$$

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечноэлементного варианта метода Галеркина.

Общая теория численных уравнений математической физики требует для этого наложение определенных условий на отношение шагов по временной координате Δt и по пространственным координатам, а именно

$$\Delta t = 0,5 \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (5)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента.

Для исследуемой области, состоящей из материалов с разными физическими свойствами, выбирается минимальный шаг по временной координате (5).

В работах [3–4, 6–8] приведена информация о физической достоверности и математической точности моделирования нестационарных волн напряжений в деформируемых телах с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Определение нестационарных волновых напряжений в Курпсайской плотине

ны на Курпсайскую плотину с основанием (рис. 2).

В работах [1–3, 5, 10] приведена информация о моделировании нестационарных волн напряжений в деформируемых объектах при сейсмических воздействиях с помощью применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$; $1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^3$.

Рассматривается задача о воздействии плоской продольной упругой вол-

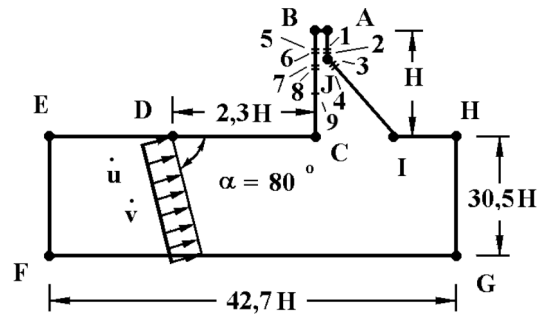


Рис. 2. Постановка задачи для системы сооружение-основание (Курпсайская плотина)

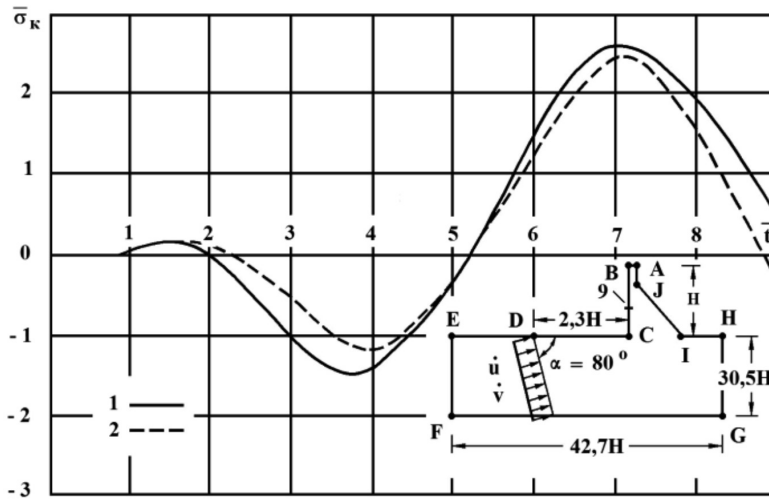


Рис. 3. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точке 9 во времени \bar{t} на контуре Курпсайской плотины при воздействии плоской продольной упругой волны типа полупериода синусоиды при $\lambda/H = 3$

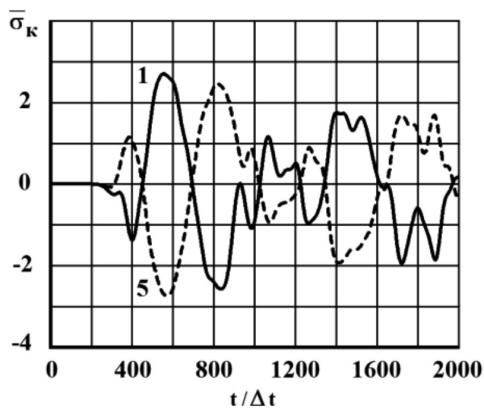


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках 1 и 5 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

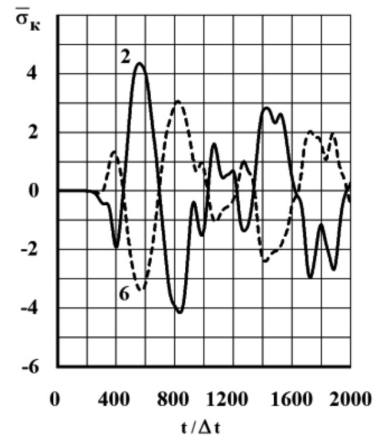


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках 2 и 6 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

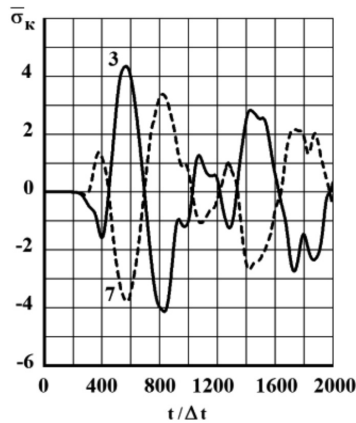


Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках 3 и 7 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

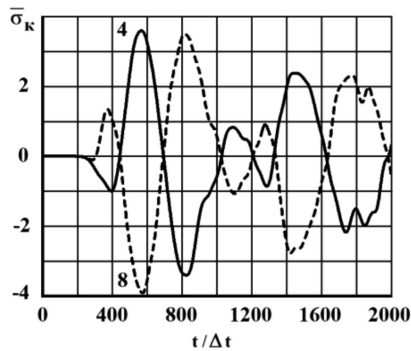


Рис. 7. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точке 4 и 8 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

Начальные условия приняты нулевыми. В сечении на расстоянии $2,3H$ (рис. 2) ($H = 115$ м) при $0 \leq n \leq 25$ ($n = t / \Delta t$) скорости упругих перемещений \dot{u} и \dot{v} изменяются линейно от 0 до $\dot{u} = P \sin \alpha$ и $\dot{v} = P \cos \alpha$, а при $n > 25$ $\dot{u} = P \sin \alpha$ и $\dot{v} = P \cos \alpha$ ($P = \sigma_0 / (\rho C_p)$, $\sigma_0 = 0,1$ МПа (1 кгс/см^2)).

Контур плотины HIJABCDE (кроме точки D) предполагается свободным от нагрузок при $t > 0$. Граничные условия для контура EFGH при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура EFGH не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 2000$. Расчеты проведены при следующих исходных данных: $H = 115$ м; $\Delta t = 0,742 \cdot 10^{-3}$ с; $E = 0,36 \cdot 10^4$ МПа ($0,36 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$); $\nu = 0,36$; $\rho = 0,122 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$ ($0,122 \cdot 10^5 \text{ кгс см}^2/\text{см}^4$); $C_p = 1841$ м/с.

Исследуемая расчетная область имеет 953 узловых точек. Курпсайская плотина аппроксимирована 224 узловыми точками.

На рис. 3 показано изменение контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точке 9 во времени t , полученное с помощью интеграла Дюамеля при воздействии типа полупериода синусоиды при $\lambda/H = 3$ (λ – длина волны): 1 – результаты численного решения, полу-

ченные методом конечных элементов в перемещениях [3]; 2 – результаты численного решения, полученные смешанным методом конечных элементов [3]. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 5%.

На рис. 4–7 показано изменение контурных напряжений $\bar{\sigma}_k$ в Курпсайской плотине во времени $t/\Delta t$.

Выводы

1. Курпсайская плотина моделируется с упругим основанием без заполненного водохранилища.

2. Упругое контурное напряжение на гранях Курпсайской плотины является почти зеркальным отражением одна другой, то есть антисимметричным.

3. Курпсайская плотина при сейсмическом воздействии работает как стержень переменного сечения, то есть если на одной грани растягивающие напряжения, то на другой сжимающие напряжения.

4. На контурах Курпсайской плотины при сейсмическом воздействии в основном преобладают изгибные волны.

5. Максимальное растягивающее напряжение возникает в верхней части задней области контура Курпсайской плотины.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Волновая теория сейсмостойкости в задаче об оценке сложного напряженного состояния Курпсайской плотины с основанием // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2005. – № 2. – С. 13–19.
2. Мусаев В.К. Численное моделирование упругих сейсмических волн напряжений в сложных деформируемых телах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 4. – С. 6–22.
3. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
4. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
5. Мусаев В.К. Определение упругих напряжений в плотине Койна с основанием с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Успехи современного естествознания. – 2014. – № 12 (часть 3). – С. 235–240.
6. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
7. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
8. Мусаев В.К. Исследования устойчивости явной двухслойной линейной конечноэлементной схемы для внутренних узловых точек на равномерной прямоугольной сетке // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 5. – С. 39–42.
9. Мусаев В.К. Численное моделирование нестационарных упругих волн напряжений в некоторых задачах методического характера // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 227–230.
10. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных процессов в геообъектах с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 12. – С. 347–352.