УДК 511.348

БИНАРНАЯ ПРОБЛЕМА ГОЛЬДБАХА-ЭЙЛЕРА В МНОЖЕСТВЕ $\Theta = \{6K \pm 1/K \in N\}$

Чермидов С.И.

ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», Краснодар, e-mail: Sergios1234@mail.ru

В настоящей статье рассматриваются свойства четных чисел $\zeta > 8$ сравнимых с m по mod 6, где m = 0, 2, 4, т.е. чётные числа вида $\zeta = 6\nu + m$ и их представления в виде суммы двух элементов из множества Θ. Даётся вариант доказательства бинарной проблемы Гольдбаха – Эйлера для чётных чисел $\zeta > 8$ в соответствии с остатками m и их способами представления с элементами множества Θ. Бинарная проблема Гольдбаха-Эйлера выполнима не только по множеству простых чисел P, но и в множестве близнецов простых чисел Tw, когда параметры элементов $(\theta_1, \theta_2) \in \Theta$ принадлежат к множеству параметров близнецов, т.е. $(\kappa_1, \kappa_2) \in Ch = N/FN$, где FN – объединение параметров составных чисел в множестве Θ. Приведены примеры разложений чётных чисел $\zeta > 8$ с помощью программ Gold –P и Gold Tw. Дано также доказательство бесконечности простых чисел в числовых последовательностях {6k – 1} и {6k + 1}. На представленные в статье алгоритмы приведены описания и листинги программ на Software Module ACCESS, которые подтверждают верность гипотезы, что любое четное число $\zeta > 2$ разлагается на сумму двух простых чисел.

Ключевые слова: Бинарная проблема Гольдбаха –Эйлера, бесконечность простых чисел в множествах {6k – 1} и {6k + 1}

BINARY GOLDBACH-EULER PROBLEM IN THE SET $\Theta = \{6K \pm 1/K \in N\}$

Tsermidis S.I.

Kuban State University, Krasnodar, e-mail: Sergios1234@mail.ru

The article deals with the properties of even numbers $\zeta > 8$ comparable to m by modulo 6, where m = 0, 2, 4 are given by ways to present of even numbers $\zeta = 6\nu + m$ as sum of two elements of the set Θ. We give a variant of proof binary problem Goldbach –Euler for even numbers $\zeta > 8$ presented respectively with the rests m and methods for their representation of elements in the set Θ. The binary Goldbach problem and the Euler feasible not only in the set primes P, but and on the set of numbers of twins if the parameters of elements $(\theta_1, \theta_2) \in \Theta$ belong to the set of parameters of number twins $(\kappa_1, \kappa_2) \in Ch = N/FN$, где FN where FN – union of parameters of composite numbers in the set Θ. We give some examples of decomposition of even numbers $\zeta > 8$ using programs Gold –P and Gold Tw. The proof of the infinity of prime numbers in a numerical sequence {6k – 1} & {6k + 1}. On the all presented algorithms are given in the article the description and listings of programs in Software Module ACCESS. That once again shows us that any even number $\zeta > 2$ is decomposed into a sum of two prime number.

Keywords: Binary problem Goldbach–Euler, the infinite of primes in the sets {6k – 1} and {6k + 1}

В последние годы в области аддитивной теории чисел произошли большие изменения, например тернарная (слабая) проблема Гольдбаха в 2013 г. была решена, Харальдом Хельготт. Про бинарную (сильную) проблему многие считают, что эта гипотеза недоказуема, будто б наблюдаемая закономерность является сложной комбинацией математических совпадений. Это ассоциируется с тем, что еще не нашли закона распределения простых чисел. Хотя автором получено распределение параметров простых чисел *PN* и составных чисел *CN* на базе множества Θ = {6k ± 1/ где параметр $k \in N$}. (***D***istribution of parameters of ***C***omposite and ***P***rime ***N***umbers – *DCPN*), [1].

Целью настоящей статьи является решение проблемы Гольдбаха-Эйлера, т.е. доказательство того, что *любое четное число* $\zeta > 2$ *представима в виде суммы двух простых чисел* или другими словами предлагается разрешимость Диофантового уравнения $\zeta = x + y$, где ζ – четное число и $(x, y) \in P$.

В работе рассматриваются свойства четных чисел $\zeta > 8$ сравнимых с *m* по mod 6 соответственно по остаткам m = 0, 2, 4. Приводятся представления чётных чисел $\zeta = 6\nu + m$ в виде суммы двух элементов $\theta_1 + \theta_2$ из множества Θ.

Бинарная проблема Гольдбаха-Эйлера выполнима и на множестве близнецов простых чисел *Tw*, когда параметры (κ_1, κ_2) элементов θ_1 и θ_2 принадлежат к множеству параметров чисел близнецов, т.е. $(\kappa_1, \kappa_2) \in Ch = N \setminus FN$, где *FN* – объединение параметров составных чисел в множестве Θ. Для программного обеспечения проблемы используются свойства четных чисел $\zeta \equiv r \pmod{12}$ и тождества полученные соответственно по свойствам четных чисел $\zeta > 8$. Приведены примеры разложений чётных чисел $\zeta > 8$ с помощью программ *Gold –P* и *Gold Tw* как по всем простым числам *P*, так и по множеству близнецов простых чисел *Tw*. На представленные алгоритмы даны описания и листинги программ на Software Module ACCESS.

Краткий обзор по проблеме Гольдбаха-Эйлера

В 1922 г. Харди и Литлвуд доказали с помощью своего известного аналитического метода [5], что предположение Гольдбаха верна для всех достаточно больших нечетных чисел, если дзета функция $\zeta(s)$ и функция $L(s, \chi)$ не имеют нулей при $\mathrm{Re}\, s \geq 3/4$. Есть предположение, что методами Харди–Литлвуд и Рамануджана в форме тригонометрических сумм И.М. Виноградова можно получить асимптотические формулы, т.е. доказать «почти все» четные числа представимы суммами двух простых чисел, однако, потребуется бесконечно много исключений [3, 6]. В 1930 Шнирельман показал, что целое число есть сумма не более чем const $C = 800\,000$ простых чисел. Однако, в 1995 г. Оливер Рамаре получил, что четное число есть сумма неболее чем шесть простых чисел. В 1966 Chen Jingrun доказал, что любое достаточно большое чётное число представимо в виде суммы простых чисел или в виде суммы простого числа и полупростого (произведение двух простых чисел). В работах Харди и Литлвуда, Харальд Хельготт заметил, что круговой метод «большие дуги» и «малые дуги» не действуют, влияние малых дуг очень сильные [4] Среди учёных бытует мысль, если бинарная гипотеза Гольдбаха неверна, то найдётся рано или поздно алгоритм , который обнаружит её нарушение.

Бинарная или сильная проблема Гольдбаха-Эйлера

Как приведено в [1] для любого составного числа $n \in \Theta$ параметры, которых $\lambda = (n \pm 1)/6$, представимы $\forall\ x, y, \lambda \in N$ одним из следующих функций:

1. $\lambda = f_{11}(x, y) = (6xy - x - y) = (6x - 1)y - x$

2. $\lambda = f_{12}(x, y) = (6xy + x + y) = (6x + 1)y + x$

3. $\lambda = f_{21}(x, y) = (6xy - x + y) = (6x + 1)y - x$

4. $\lambda = f_{22}(x, y) = (6xy + x - y) = (6x - 1)y + x$ (1)

Множества значений функций (1) счетные и бесконечные множества, возрастающие по обеим направлениям переменных (x, y), где выражения 1&2 соот ветствуют к составным CN^+ и простым числам PN^+ вида $6\lambda + 1$, выражения 3&4 соответствуют к составным CN^- и простым числам PN^- вида $6\lambda - 1$.

Параметры всех составных чисел FN в множестве Θ, счетны как объединение счетных множеств

$$FN = Jmf_{11}(x, y) \cup Jmf_{12}(x, y) \cup Jmf_{21}(x, y) \cup Jmf_{22}(x, y).$$

Счетны так же и множества разделенные по подкатегориям соответственно по формам:

$$CN^+ - \text{ по форме } 6\lambda + 1 : FN^+ = Jmf_{11}(x, y) \cup Jmf_{12}(x, y)$$

$$CN^- - \text{ по форме } 6\lambda - 1 : FN^- = Jmf_{21}(x, y) \cup Jmf_{22}(x, y),\ [1].$$

Поскольку, простые числа имеют вид $6\kappa \pm 1$, то сумма элементов $\theta_1 = (6\kappa_1 \pm 1)$ и $\theta_2 = (6\kappa_2 \pm 1)$ однозначно будут либо

$$6 \cdot (\kappa_1 + \kappa_2) \text{ либо } 6 \cdot (\kappa_1 + \kappa_2) \pm 2 \quad (1')$$

Очевидно, в обеих случаях $\theta_1 + \theta_2$ являются четными числами. Прежде чем начать доказательство бинарной проблемы Гольдбаха-Эйлера приведём несколько предложений и свойств элементов в множестве Θ.

Предложение 1 *Числовые последовательности* $\{6\kappa - 1\}$ *и* $\{6\kappa + 1\}$ *содержат бесконечно много простых чисел*

Доказательство. Поскольку, множества FN^- и FN^+ являются счётными и бесконечными множествами параметров составных чисел в множестве Θ соответственно по формам: $6\kappa - 1/$ где $\kappa \in FN^-$ и $6\kappa + 1/$ где $\kappa \in FN^+$, [1].

Стоит поменять, например, для формы $\{6\kappa - 1\}$ область определения $\kappa \in FN^-$ на $\kappa \in FN^+$ и для формы $\{6\kappa + 1\}$ область определения $\kappa \in FN^+$ на $\kappa \in FN^-$, то будут соответственно по формам сгенерированы бесконечно много простых чис ел в силу Предложения 2 из [1], т.к. при таких раскладах параметров не имеют решений Диофантовые уравнения 1&2 и аналогично 3&4 из (1). Если еще и добавить к этим множествам по аналогии форм близнецов простых чисел $Tw: 6\xi \pm 1\}$ параметры, которых $\xi \in Ch = \{N \setminus FN\}$, где Ch есть бесконечное множество в силу теоремы о бесконечности близнецов простых чисел Tw, [1]. И учитывая, что объединение бесконечных множеств есть бесконечное мно жество, то числовые последовательности $\{6\kappa - 1\}$ и $\{6\kappa + 1\}$ содержат бесконечно много простых чисел, т.е. в точности множества PN^- и PN^+, [1].

Предложение 2 *Любое чётное число* $\zeta \equiv 0$ *or* 2, *or* 4 (mod 6)

Доказательство. Пусть четное число $\zeta = 2n$, $n \in N$, тогда $2n/6 = n/3$т.е. n принимает форму $3q + \alpha$, где $q \in N$ и естественно $\alpha = (0, 1, 2)$.

При $\alpha = \underline{0} \to \zeta = 2(3q+0) = 6q + \underline{0}, \to m = 0$ т.е. делится нацело на 6,
$\alpha = \underline{1} \to \zeta = 2n = 2(3q+1) = 6q + \underline{\underline{2}} \to m = 2$
$\alpha = \underline{\underline{2}} \to \zeta = 2n = 2(3q+2) = 6q + \underline{\underline{4}} \to m = 4$ или $6(q+1) - \underline{2}$

<u>Предложение 3</u> *Любое четное число $\zeta > 8$ есть сумма 2-х элементов* Θ

<u>Доказательство.</u> $\forall(\kappa, \nu) \in N$, рассмотрим случаи деления четного числа ζ на 6 (шесть) соответственно по остаткам (0, 2 и 4), тогда имеем случаи:

1) $\zeta = 6\nu + \underline{0}$, пусть $\nu = \kappa_1 + \kappa_2 \to \zeta = 6(\kappa_1 + \kappa_2) = 6\kappa_1 + 6\kappa_2$, (добавим и отнимем 1 (единицу), тогда имеем: $\zeta = (6\kappa_1 - 1) + (6\kappa_2 + 1) = \theta_1^- + \theta_2^+$, $(\theta_1^-, \theta_2^+) \in \Theta$,

2) $\zeta = 6\nu + \underline{\underline{2}}$, пусть

$$\nu = \kappa_1 + \kappa_2 \to \zeta = 6(\kappa_1 + \kappa_2) + 2 = (6\kappa_1 + 1) + (6\kappa_2 + 1) = \theta_1^+ + \theta_2^+,\ (\theta_1^+, \theta_2^+) \in \Theta$$

3) $\zeta = 6\nu + \underline{\underline{4}} = 6(\nu + 1) - 2$ пусть

$$\nu + 1 = \kappa_1 + \kappa_2 \to \zeta = 6(\kappa_1 + \kappa_2) - 2 = (6\kappa_1 - 1) + (6\kappa_2 - 1) = \theta_1^- + \theta_2^-.$$

Свойства и представления чётных чисел $\zeta > 8$ в множестве Θ

Пусть $\forall\ \kappa,\ \nu \in N$ четное число $\zeta \equiv\ m \pmod 6$, где $m = (0, 2, 4)$ тогда имеем следующие свойства элементов Θ разделенные соответственно по остаткам m:

α) Если к числам $\zeta = 6\nu + \underline{0}$ добавить и отнять числа вида $6\kappa - 1$, то будем иметь: $6\nu + (6\kappa - 1) - (6\kappa - 1) = (6\kappa - 1) \mp (6(\nu - \kappa) + 1)$ и точно также если добавить и отнять числа $6\kappa + 1$, имеем $6\nu + (6\kappa + 1) - (6\kappa + 1) = (6\kappa + 1) + (6(\nu - \kappa) - 1)$.

Значит, $6\nu + \underline{\underline{0}} = (6\kappa - 1) + (6(\nu - \kappa) + 1)$ или

$$6\nu + \underline{\underline{0}} = (6\kappa + 1) + (6(\nu - \kappa) - 1) \tag{2}$$

выполнимо также и тождество

$$(6\kappa - 1) + 6(\kappa + 2) + 1 = (6\kappa + 1) + 6(\kappa + 2) - 1. \tag{2'}$$

Пусть $\zeta = 96 \ \to\ 6\nu = 96,\ \nu = 96/6 = 16.$ Для $\theta_1 = 6\kappa + 1$ и $\theta_2 = 6(\nu - \kappa) - 1$ при $\kappa = 1 \to$ $\theta_1 = 7,\ \theta_2 = 89.$ Для $\theta_1 = 6\kappa - 1$ и $\theta_2 = 6(\nu - \kappa) + 1$ при $\kappa = 1 \to \theta_1 = 5,\ \theta_2 = 91$

β) Если к числам $\zeta = 6\nu + \underline{\underline{2}}$ добавить и отнять $6\kappa + 1$, то будем иметь:
$6n + 2 + (6\kappa + 1) - (6\kappa - 1) = (6\kappa + 1) + (6(\nu - \kappa) + 1)$, тогда следует, что

$$6\nu + \underline{\underline{2}} = (6\kappa + 1) + (6(\nu - \kappa) + 1), \tag{3}$$

выполнимо также и тождество

$$(6\kappa + 1) + (6(\kappa + 3) + 1) = (6(\kappa + 1) + 1) + (6(\kappa + 2) + 1). \tag{3'}$$

Пусть $\zeta = 98 \to 6\nu + 2 = 98, \nu = (98 - 2)/6 = 16 \to$ из (3), при $k = 1$ $\theta_1 = 7,\ \theta_2 = 91$

γ) Если числам $\zeta = 6\nu - \underline{\underline{2}}$ (добавить и отнять числа вида $6\kappa - 1$) будем иметь:
$6\nu - 2 + (6\kappa - 1) - (6\kappa - 1) = (6\kappa - 1) + (6(\nu - \kappa) - 1)$, следовательно, имеем

$$6\nu - \underline{\underline{2}} = (6\kappa - 1) + (6(\nu - \kappa) - 1), \tag{4}$$

выполнимо также и тождество

$$(6\kappa - 1) + [6(\kappa + 3) - 1] = [6(\kappa + 1) - 1] + [6(\kappa + 2) - 1]. \tag{4'}$$

Пусть $\zeta = 100 \ \to\ 6\nu - 2 = 100,\ \nu = (100 + 2)/6 = 17$ и из (4) при $\kappa = 1 \ \to\ \theta_1 = 5, \theta_2 = 95$

<u>Теорема</u> (Euler) *Любое четное число $\zeta > 2$ представима в виде суммы двух простых чисел*

<u>Доказательство</u> разложения четных чисел $\zeta \le 8$ на сумму двух простых чисел, очевидны. Рассмотрим разложение для четных чисел $\zeta > 8$. Четные числа ζ согласно свойствам α, β, γпредставимы элементами множества Θ в виде сумм двух чисел: $\theta_1 = 6\kappa_i \pm 1$ и $\theta_2 = 6(\nu - \kappa_i) \pm 1$, где $\kappa_i \in (1 \div \nu)$, $\underline{\nu = (\zeta - m) \setminus 6}$ соответственно по остаткам $m = (0,\ 2,\ -2)$ следующим образом:

а. для $\zeta = 6\nu + \underline{\underline{0}}$: $\theta_1 = \{6\kappa_i \pm\ 1/\kappa_i \in (1; \nu/2)\}$ и $\theta_2 = \{6(\nu - \kappa_i)\ \mp\ 1\ /\ (\nu - \kappa_i) \in (\nu/2\ ;\ \nu)\}$

б. для $\zeta = 6\nu + \underline{\underline{2}}$: $\theta_1 = \{6\kappa_i + 1/\kappa_i\ \in (1; \nu/2)\}$ и $\theta_2 = \{6(\nu - \kappa_i) + 1/\ (\nu - \kappa_i) \in (\nu/2\ ;\ \nu)\}$ (5)

в. для $\zeta = 6\nu - \underline{\underline{2}}$: $\theta_1 = \{6\kappa_i - 1/\kappa_i \in (1;\ \nu/2)\}$ и $\theta_2 = \{6(\nu - \kappa_i) - 1/\ (\nu - \kappa_i) \in (\nu/2\ ;\ \nu)\}$

Таблица 1

Формирование параметров составных чисел в множестве Θ

x	y	$f_{11} = 6xy - x - y$	$f_{12} = 6xy + x + y$	$f_{21} = 6xy - x + y$	$f_{22} = 6xy + x - y$
1	1	4	8	6	6
	2	9	15	13	11
	3	14	22	20	16
	4	19	29	27	21
	5	24	36	34	26
	6	29	43	41	31
	7	34	50	48	36
	8	39	57	55	41
	9	44	64	62	46
	10	49	71	69	51
2	2	20	28	24	24
	3	31	41	37	35
	4	42	54	50	46
	5	53	67	63	57
	6	64	80	76	68
	7	75	93	89	79
	8	86	106	102	90
	9	97	119	115	101
	10	108	132	128	112
3	3	48	60	54	54
	4	65	79	73	71
	5	82	98	92	88
	6	99	117	111	105
	7	116	136	130	122
	8	133	155	149	139
	9	150	174	168	156
	10	167	193	187	173
4	4	88	104	96	96
	5	111	129	121	119
	6	134	154	146	142
	7	157	179	171	165
	8	180	204	196	188
	9	203	229	221	211
	10	226	254	246	234
5	5	140	160	150	150
	6	169	191	181	179
	7	198	222	212	208
	8	227	253	243	237
	9	256	284	274	266
	10	285	315	305	295
6	6	204	228	216	216
	7	239	265	253	251
	8	274	302	290	286
	9	309	339	327	321
	10	344	376	364	356
7	7	280	308	294	294
	8	321	351	337	335
	9	362	394	380	376
	10	403	437	423	417
8	8	368	400	384	384
	9	415	449	433	431
	10	462	498	482	478
9	9	468	504	486	486
	10	521	559	541	539
10	10	580	620	600	600

Очевидно из (5) следует, что чётные числа ζ представляются суммами $\nu/2$ пар элементов из множества Θ. Поскольку рассматриваются чётные числа $\zeta > 8$, то значение $\nu > 1$, ибо $\nu \approx \zeta/6 = 8/6 = 1{,}3(3)$. Параметры пробегают интевал $(1 \div \nu)$ последовательно по натуральному ряду чисел. Т.к. натуральные числа являются параметрами множеств: P_{PCN} – простых и составных чисел; P_{Tw} – близнецов простых чисел; P_{TwCN} – близнецов составных чисел и из того, что в любом интервале $(1 \div \nu)$ число параметров $P_{PCN} \cup P_{Tw} > P_{TwCN}$, [2]) тогда следует, что обязательно найдутся в заданном интервале параметры κ_i для которых одна из форм $6\kappa_i \pm 1$ будет простым числом. Значит в проколотом интервале $\overline{(1 \div \nu) \setminus P_{TwCN}}$ останутся лишь параметры $\kappa_i \in Tw$ и $\kappa_i \in PCN$ (см. ниже в примерах). При параметрах близнецов простых чисел P_{Tw}, оба элемента θ_1 и θ_2 являются простыми числами. Простыми числами также являются и как уже убедились из Предложения 1 следующие сочетания форм с областями определений:

$$6\kappa_i + 1/ \text{ когда } \kappa_i \in FN^-,$$

$$6(\nu - \kappa_i) - 1 \ / \text{когда } (\nu - \kappa_i) \in FN^+ \text{ и}$$

$$6\kappa_i - 1/ \text{ когда } \kappa_i \in FN^+,$$

$$6(\nu - \kappa_i) + 1 \ / \text{когда } (\nu - \kappa_i) \in FN^- \quad (6)$$

Значит проблема Гольдбаха-Эйлера решается однозначно **положительно**, ибо для любого четного числа $8 < \zeta \le 6 \cdot N_{(x,y)} \pm 1$, где $N_{(x,y)} = f_{12}(x, y) = 6xy + x + y$, $(x, y) = 1, 2, 3\ldots$ в интервале $(1 \div N_{(x,y)})$ всегда существуют элементы из FN^+ и FN^-, поскольку при $(x, y) \in N$ значения функций $f_{11}(x, y), f_{21}(x, y), f_{22}(x, y)$, очевидно, $\le N_{(x,y)}$. Если одно из выражений: $6(\nu - \kappa_i) \pm 1$ или $6\kappa_i \pm 1$ будет составным числом, то при переходе на следующие параметры $\kappa_{i+1} \in (1; \nu/2)$ картина изменится в силу закона распределения параметров составных и простых чисел $DCPN$, [1] (см. табл. 2). Много примеров подтверждено программой $\underline{\underline{GE}}$ для разложения четных чисел начиная с заданного параметра κ = значению поля [sk].

Таблица 2

Распределение параметров составных и простых чисел Θ

Id	F_1	F_2												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	+	+	41	-	-	81	+	-	121	+	-	161	+	-
2	+	+	42	-	+	82	-	+	122	+	-	162	-	+
3	+	+	43	-	+	83	+	-	123	+	-	163	-	+
4	-	+	44	-	+	84	-	+	124	-	+	164	-	+
5	+	+	45	+	+	85	-	+	125	+	-	165	+	-
6	+	-	46	+	-	86	-	-	126	+	-	166	+	-
7	+	+	47	+	+	87	+	+	127	-	+	167	-	-
8	-	+	48	-	-	88	-	-	128	+	-	168	+	-
9	-	+	49	-	+	89	-	-	129	-	+	169	-	+
10	+	+	50	-	-	90	+	-	130	-	-	170	+	+
11	+	-	51	+	-	91	+	-	131	+	-	171	-	-
12	+	+	52	+	+	92	-	-	132	-	-	172	+	+
13	+	-	53	-	+	93	-	+	133	-	+	173	+	-
14	-	+	54	-	-	94	-	+	134	-	-	174	-	-
15	-	+	55	+	-	95	+	+	135	+	+	175	+	+
16	+	-	56	+	-	96	+	-	136	-	-	176	-	-
17	+	+	57	-	-	97	-	-	137	+	+	177	+	+
18	+	+	58	+	+	98	-	+	138	+	+	178	+	-
19	-	+	59	-	+	99	-	+	139	-	-	179	-	-
20	-	-	60	-	+	100	+	+	140	-	+	180	-	-
21	+	-	61	+	-	101	+	-	141	-	-	181	+	-
22	-	+	62	+	-	102	+	-	142	+	-	182	+	+
23	+	+	63	+	-	103	+	+	143	+	+	183	-	+
24	-	-	64	-	+	104	-	-	144	-	+	184	-	+
25	+	+	65	-	+	105	+	-	145	-	-	185	-	+
26	+	-	66	+	-	106	-	-	146	+	-	186	+	-
27	+	-	67	-	+	107	+	+	147	+	+	187	+	-
28	-	+	68	+	-	108	-	+	148	-	+	188	+	-
29	-	+	69	-	-	109	-	+	149	-	-	189	-	-
30	+	+	70	+	+	110	+	+	150	-	-	190	-	-
31	-	-	71	-	-	111	-	-	151	+	-	191	-	-
32	+	+	72	+	+	112	+	-	152	-	+	192	+	+
33	+	+	73	+	-	113	-	+	153	+	-	193	-	-

Окончание табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
34	-	-	74	-	+	114	-	+	154	-	-	194	-	+
35	+	-	75	-	+	115	+	-	155	-	+	195	+	-
36	-	-	76	+	-	116	-	-	156	+	-	196	-	-
37	+	-	77	+	+	117	-	+	157	-	+	197	-	+
38	+	+	78	-	+	118	+	-	158	-	+	198	-	+
39	-	+	79	-	-	119	-	-	159	-	+	199	-	+
40	+	+	80	-	+	120	-	+	160	-	-	200	+	-

Параметры чисел близнецов Tw от 1 до 6100:

Ch = {1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18, 23, 25, 30, 32, 33, 38, 40, 45, 47, 52, 58, 70, 72, 77, 87, 95, 100, 103, 107, 110, 135, 137, 138, 143, 147, 170, 172, 175, 177, 182, 192, 205, 213, 215, 217, 220, 238, 242, 247, 248, 268, 270, 278, 283, 287, 298, 312, 313, 322, 325, 333, 338, 347, 348, 352, 355, 357, 373, 378, 385, 390, 397, 425, 432, 443, 448, 452, 455, 465, 467, 495, 500, 520, 528, 542, 543, 550, 555, 560, 562, 565, 577, 578, 588, 590, 593, 597, 612, 628, 637, 642, 653, 655, 667, 670, 675, 682, 688, 693, 703, 705, 707, 710, 712, 723, 737, 747, 753, 758, 773, 775, 787, 798, 800, 822, 828, 835, 837, 850, 872, 880, 903, 907, 913, 917, 920, 940, 942, 943, 957, 975, 978, 980, 1015}

Пример 1. Пусть чётное число $\zeta = 6\nu = 360 \ \to \ \nu = 60$, выпишем параметры:

$$P_{TwCN} = \{20, 24, 31, 34, 36, 41, 48, 50, 54, 57\} \text{ (см. Теорему 1, [2])}$$

$$P_{Tw} = Ch = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18, 23, 25, 30, 32, 33, 38, 40, 45, 47, 52, 58\},$$

Для элементов множеств FN^- и FN^+ (см. табл. 1), из-за малой размерности табл. 1 могут и отсутствовать некоторые параметры), в данном случае имеем:

$$FN^- = \{6, 11, 13, 16, 20, 21, 24, 26, 27, 31, 34, 35, 36, 37, 41, 46, 48, 50, 51, 54, 55, 56, 57\}$$

$$FN^+ = \{4, 8, 9, 14, 15, 19, 20, 22, 24, 28, 29, 31, 34, 36, 39, 41, 42, 43, 44, 48, 49, 50, 53, 54, 55, 57, 59, 60\}$$

Рассмотрим элементы $\theta_1 \in (1; \nu \setminus 2)$ и $\theta_2 \in (\nu \setminus 2; \nu)$ по аналогии с (**5.a**) в проколотом интервале $\underline{(1 \div 60) \setminus P_{TwCN}}$.

$$\theta_1 = \{\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, {}^{+}4, \overline{5}, {}^{-}6, \overline{7}, {}^{+}8, {}^{+}9, \overline{10}, {}^{-}11, \overline{12}, {}^{-}13, {}^{+}14, {}^{+}15,$$
$${}^{-}16, \overline{17}, \overline{18}, {}^{+}19, \underset{20}{*}, {}^{-}21, {}^{+}22, \overline{23}, \underset{24}{*}, \overline{25}, {}^{-}26, {}^{-}27, {}^{+}28, {}^{+}29, \overline{30}\},$$

$$\theta_2 = \{\underset{31}{*}, \overline{32}, \overline{33}, \underset{34}{*}, {}^{-}35, \underset{36}{*}, {}^{-}37, \overline{38}, {}^{+}39, \overline{40}, \underset{41}{*}, {}^{+}42, {}^{+}43, {}^{+}44,$$
$$\overline{45}, {}^{-}46, \overline{47}, \underset{48}{*}, {}^{+}49, \underset{50}{*}, {}^{-}51, \overline{52}, {}^{+}53, \underset{54}{*}, {}^{-}55, {}^{-}56, \underset{57}{*}, \overline{58}, {}^{+}59, {}^{+}60\},$$

Пусть по элементам θ_1 рассматриваются только параметры близнецов простых чисел $\kappa_i \in P_{Tw} \in \theta_1$ тогда легко замеметить, что уже не играет роли к какому типу множеств FN^- или FN^+ относятся соответствующие параметры из θ_2. Тоже самое верно и для θ_2 если $\nu - \kappa_i \in P_{Tw} \in \theta_2$, не играет роли к какому типу множеств FN^- или FN^+ относятся соответствующие параметры θ_1, ибо при любом варианте для форм $6\kappa \pm 1$ когда параметр $\kappa \in P_{Tw}$ являются простыми числами близнецов, простыми также будут числа соответствующие условиям (6), один из форм будет простым числом, в силу Предложения 1, напр.,

1. $\kappa_i = 1 \in P_{Tw}$, тогда параметр θ_2:

$\nu - \kappa_i = 60 - 1 = 59 \in FN^+ \to$ имеем два случая

γ. $6\kappa_i - 1 = 5 \in PN^-$,

$6(\nu - \kappa_i) + 1 = 355 \in CN$

δ. $6\kappa_i + 1 = 7 \in PN^+$,

$\overline{6(\nu - \kappa_i) - 1 = 353 \in PN^-}$

2. $\kappa_i = 23 \in P_{Tw}$

тогда $\nu - \kappa_i = 60 - 23 = 37 \in FN^- \to$ имеем два случая

γ. $6\kappa_i - 1 = 137 \in PN^-$,

$\overline{6(\nu - \kappa_i) + 1 = 223 \in PN^+}$

δ. $6\kappa_i + 1 = 139 \in PN^+$,

$6(\nu - \kappa_i) - 1 = 221 \in CN$, и т.д.

Значит $\forall \ \kappa_i \in P_{Tw}$ в любом одном из 2-х вариантов (γ, δ) всегда имеется сумма простых чисел. Рассмотрим варианты когда параметры принадлежат к множествам FN^- или FN^+, например

3. $\kappa_i = 16 \in FN^-$, тогда

$\nu - \kappa_i = 60 - 16 = 44 \in FN^+ \to$

γ. $6\kappa_i - 1 = 95 \in CN^-$,

$6(\nu - \kappa_i) + 1 = 265 \in CN^+$

δ. $6\kappa_i + 1 = 97 \in PN^+$,

$6(\nu - \kappa_i) - 1 = 263 \in PN^-$

$\kappa_i = 14 \in FN^+$ тогда

$\nu - \kappa_i = 60 - 14 = 46 \in FN^- \to$

γ. $6\kappa_i - 1 = 83 \in PN^-$,

$6(\nu - \kappa_i) + 1 = 277 \in PN^+$

δ. $6\kappa_i + 1 = 85 \in CN^+$,

$6(\nu - \kappa_i) - 1 = 275 \in CN^-$

Пример 2. Чётное число $\zeta = 6\nu + 2 = 362$, найдём $\nu = 60$. Параметры P_{TwCN}, P_{Tw}, FN^-, FN^+, такие же как и в Примере 1. Рассмотрим в соответствии с **(5.б)** в проколотом интервале $(1 \div 60) \backslash P_{TwCN}$. Элементы θ_1 и θ_2 такие же как и в Примере 1.

Для того, чтобы элементы θ_1 и θ_2 были простыми числами, очевидно из (6) следует, что параметры $\kappa_i \in FN^-$ *or* P_{Tw} и $\nu - \kappa_i \in FN^-$ *or* P_{Tw}, например:

1. $\kappa_i = 5 \in P_{Tw}$ и

$\nu - \kappa_i = 60 - 5 = 55 \in FN^- \to$

$6\kappa_i + 1 = 31 \in PN^+$,

$6(\nu - \kappa_i) + 1 = 331 \in PN^+$

2. $\kappa_i = 13 \in FN^-$ и

$\nu - \kappa_i = 60 - 13 = 47 \in P_{Tw} \to$

$6\kappa_i + 1 = 79 \in PN^+$,

$6(\nu - \kappa_i) + 1 = 283 \in PN^+$

3. $\kappa_i = 23 \in P_{Tw}$ и $\nu - \kappa_i = 37 \in FN^- \to$

$6\kappa_i + 1 = 139 \in PN^+$,

$6(\nu - \kappa_i) + 1 = 223 \in PN^+$

Пример 3. Чётное число $\zeta = 6\nu - 2 = 364$, найдём $\nu = 61$. Параметры P_{TwCN}, P_{Tw}, FN^-, FN^+, θ_1 и θ_2 такие же как и в Примере 1. Рассмотрим в соответствии с **(5.в)** в проколотом интервале $(1 \div 60) \backslash P_{TwCN}$. Для того, чтобы элементы θ_1 и θ_2 были простыми числами, очевидно из (6) следует, что параметры $\kappa_i \in FN^+$ *or* P_{Tw} и $\nu - \kappa_i \in FN^+$ *or* P_{Tw}, например:

1. $\kappa_i = 8 \in FN^+$ и $\nu - \kappa_i = 53 \in FN^+ \to$

$6\kappa_i - 1 = 47 \in PN^-$, $6(\nu - \kappa_i) - 1 = 317 \in PN^-$

2. $\kappa_i = 14 \in FN^+$ и $\nu - \kappa_i = 47 \in FN^+ \to$

$6\kappa_i - 1 = 83 \in PN^-$, $6(\nu - \kappa_i) - 1 = 281 \in PN^+$

Описание программы Gold-P

Вначале в поле П2 проверяется число на четность и какому типу четных чисел оно относится. Согласно свойств четных чисел $\zeta \equiv r \pmod{12}$ (см. ниже) формируется программой элемент $p_1 \in \Theta$ соответствующий к типу числа.

После тестирования чисел p_1 и П2 – p_1 на простоту делается анализ если числа простые, то всё нормально, иначе переход на следующий $k_1 = k_1 + 1$ шаг.

Algorithm Goldbach – Euler for pairs of primes of an even number

```
Private Sub Gold-P Click()
Dim k1,k2,m1,m2 As String
If sl4<10 or Not (Right(П2,1) Mod 2 = 0 Then
        П4 = " It is sl4<10 or cannot be  <not even number>"
Else
    Ora1=Time(), ora2=""
        k1=sk,   П4 =sl4, П4 =Ost(sl4,12,ss)
s1: If П4 =0 or П4 =4 or П4 =6 or П4 =10 Then p1=6*k1-1
                If П4 =2 or П4 =8 Then p1=6*k1+1
                        m1=PFA(p1,ss)
  If m1 ="+" Then
            k1=k1+1
                GoTo s1
  Else
    End If
            p2=vich(П2,p1,ss),  m2= PFA(p2,ss)
  If m2 ="-" Then
            If p1+p2=0+П2  Then
                πχ1=p1, πχ2=p2, ora2= Time()
                        sk=k1, П2=sl1
  Else
        k1=k1+1
            GoTo s1
                End If
  Else
        k1=k1+1
            GoTo s1
 End If
    End If
        П2=sl1, sl1 =""  End Sub
```

Описание программы Gold-Tw

Вначале в поле П2 проверяется число на четность и какому типу четных чисел оно относится. Согласно свойств четных чисел $\zeta \equiv r \pmod{12}$ (см. ниже) формируется программой элемент $p_1 \in \Theta$ соответствующий к типу числа и в зависимости от значения поля [sk], т.е. с какого номера начать соответствующий элемент $p1 \in \Theta$. После тестирования числа $p1$ на простоту делается еще и анализ на то, что является ли число простым и есть ли число $p1 \in Tw$. И точно также проверяется число $(П2 - p1) \in Tw$ если «да», то всё нормально, иначе переход на следующий шаг $k_1 = k_1 + 1$ к поиску нового $p1 \in Tw$ и т.д.

Algorithm Goldbach – Euler for pairs of twin's of an even number

```
Private Sub Gold-Tw Click()
Dim k1,k2,m1,m2 As String
        sl1=П2,   П2=sl4
If 0+ П2 ≤  0+sk Then sk=1
        If sl4 ≤ 10 or Not (Right(П2,1) Mod 2= 0 Then
                П4= "It is sl4<10 or cannot be < not even numbers >"
Else
        Ora1=Time(),  Ora2="" , k1=sk,  П4= sl4,  П4= Ost(sl4, 12, ss)
s1: If  П4= 0 or П4= 4 or П4= 6 or П4= 10 Then p1=6*k1-1
                If  П4= 2 or П4= 8 Then  p1=6*k1+1
                        m1=PFA(p1, ss)
   If m1="+"  Then
            k1=k1+1
                GoTo  s1
Else
     m1=PFA(slg(p1, 2, ss), ss),   m2=PFA(vich(p1, 2, ss), ss)
If m1="+" And  m2="+"  Then GoTo s2
      End if
         П5=dln(П2, 6, ss),   πχ3=k1,  p2= vich(П2, p1, ss),   m2= PFA(p2, ss)
If m2="-"  Then
        If  p1+p2=0+ П2  Then
              πχ1=p1,    πχ2=p2,     πχ4=dln(p2, 6, ss)
                  sk=k1,   П2=sl1,  Ora2= Time()
                      m2=PFA(slg(p2,2,ss), ss)
                        m3=PFA(vich(p2,2,ss), ss)
If m2="+" And  m3="+"  Then GoTo s2
Else
s2: k1=k1+1
GoTo s1
End if
Else
k1=k1+1
GoTo s1
End if,  П2=sl1,  sl1=""   End Sub
```

// Подпрограммы
1. Ost(sl4, sl1,ss) – остаток от деления больших чисел sl4 на sl1
2. PFA(p1,ss) – проверяет число p1 на простоту
3. vich(sl4,p1,ss) – вычитание больших чисел sl4 и sl1
4. slg(sl4, sl1, ss) – сложение больших чисел sl4 и sl1
5. dln(sl4, sl1, ss) – деление больших чисел sl4 и sl1

Представление чётных чисел

$\zeta \equiv r (\mathrm{mod}\,12)$, где $r = (0,\ 2,\ -2)$

1. Чётные числа вида: $\underline{\zeta = 12\tau}$. Количество пар (p_1, p_2) чисел в сумме дающих ζ равно $\nu = 12\tau / 6 \approx 2\tau$. Очевидно из (5) следует, что эти пары чисел в Θ, имеют вид: $p_1 = 6t - 1$, $p_2 = 6(\nu - t) + 1$ и $p_1 = 6t + 1$, $p_2 = 6(\nu - t) - 1$, где t и $\nu - t$ принадлежат к множеству P_{Tw}, [], т.е. (p_1 и p_2) числа – Tw.

2. Чётные числа: $\zeta = 12\tau - 2$ *or* $\zeta = 12\tau + 10$. Количество пар (p_1, p_2) в сумме дающих ζ равно $\nu = [(12\tau - 2)/6] \approx 2\tau$. Очевидно из (5) следует, что эти пары чисел в Θ имеют следующий вид: $p_1 = 6t - 1$, и $p_2 = 6(\nu - t) - 1$.

3. Чётные числа вида: $\zeta = 12\tau + 2$ количество пар чисел (p_1, p_2) в сумме дающих ζ равно $\nu = [(12\tau + 2)/6] \approx 2\tau$. Очевидно из (5) следует, что эти пары чисел в Θ имеют следующий вид: $p_1 = 6t + 1$, и $p_2 = 6(\nu - t) + 1$.

4. Чётные числа вида: $\zeta = 12\tau + 4$. Количество пар чисел (p_1, p_2) в сумме дающих ζ равно $\nu = [(12\tau + 4)/6] \approx 2\tau$ имеют вид: $p_1 = 6t - 1$, $p_2 = 6(\nu - t) - 1$.

5. Чётные числа вида: $\zeta = 12\tau + 6$. Количество пар чисел (p_1, p_2) в сумме дающих ζ равно $\nu = (12\tau + 6)/6 \approx 2\tau + 1$ имеют вид: $p_1 = 6t_i - 1$, $p_2 = 6t_{i+1} + 1$ or $p_1 = 6t_i + 1$ и $p_2 = 6t_{i+1} - 1$.

6. Чётные числа вида: $\zeta = 12\tau + 8$. Количество пар чисел (p_1, p_2) в сумме дающих ζ равно $\nu = [(12\tau + 8)/6] \approx 3\tau + 1$ имеют вид: $p_1 = 6t_i + 1$, $p_2 = 6t_{i+1} + 1$.

Примеры полученные прогаммой Gold-P и Gold-Tw:

197524=17 + 197507 $\in$ P, 227+197297, (227-229,197297-197299) $\in$ Tw
197826=23 + 197803 $\in$ P, 227+197299 (227-229,197297-197299) $\in$ Tw
197828=61 + 197767 $\in$ P, 229+197299, (227-229,197297-197299) $\in$ Tw
197830=71 + 197759 $\in$ P, 461+197369, (461-463,197369-197371) $\in$ Tw
98235646 =59 + 98235587 $\in$ P, 107 + 98235539, (107-109, 98235539-98235541) $\in$ Tw
102390012=71 + 102389941 $\in$ P, 1931+102388081, (1931-1933, 102388079 -102388081) $\in$ Tw
1781055442 = 83 + 1781055359 $\in$ P, 431+1781055011, (431-433, 1781055011- 1781055013) $\in$ Tw
16213612604=157 + 16213612447 $\in$ P, 1051 +16213611553, (1049-1051, 16213611551-16213611553) $\in$ Tw
42148942409608 =269+42148942409339, (269-271, 42148942409339- 42148942409341) $\in$ Tw
999999563487776 =15583+999999563472193 , (15581-15583, 999999563472191- 999999563472193) $\in$ Tw
2213394240964190=1321+221339424095089 , (1319-1321, 221339424095087-221339424095089) $\in$ Tw

. . . .

Заключение

В работе дано доказательство бесконечности простых чисел в числовых последовательностях $6n - 1$ и $6n + 1$. Приведены свойства чётных чисел $\zeta > 8$ и их представления в виде форм $6n + m$, где $m = (0, 2, 4)$ с суммами двух элементов $\theta_1 = 6\kappa \pm 1$ и $\theta_2 = 6(\nu - \kappa) \mp 1$ из множества Θ.

Дано доказательство о представлении четного числа $\zeta > 2$ на сумму двух простых чисел.

Список литературы

1. Чермидов С.И. Распределение простых чисел. Алгоритм чисел Близнецов и их бесконечность // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – № 06(110). – С. 414–436; IDA [article ID]: 1101506028. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2015/06/pdf/28.pdf.

2. Чермидов С.И. Гипотеза Лежандра (3-ая проблема Э Ландау). Бесконечность близнецов составных чисел // РАЕ «Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований», N1 часть 2, 2016, С. 315–143. Режим доступа: http//:rae.ru/upfs/pdf/2016/-2/8336.pdf.

3. Прахар К. Распределения простых чисел // перевод с нем. Карацуба А.А. под ред. А.И. Виноградова. – Москва, Мир, 1967.

4. Бог любит троицу – Lenta. Ru / articles 2013/06/17.

5. Р. Вон Метод Харди-Литтлвуда. – Москва. «Мир», 1985.

6. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел, 2004.