УДК 514.01

К ВОПРОСУ О ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ

Черкасов М.Ю.

Иркутск, e-mail: cherkasovmy@yandex.ru

Рассматриваются два аспекта вопроса о параллельных прямых. Во-первых, предположение Лобачевского о том, что через точку вне прямой можно провести две прямые, параллельные заданной, фактически означает, что некоторые параллельные могут пересекаться, т.к., если прямые, параллельные той же прямой, параллельны и между собой. Во-вторых, обнаружилось, что пятый постулат Евклида уже давно доказан, т.к. прямая, перпендикулярная данной, определяется единственным образом.

Ключевые слова: параллельные и перпендикулярные прямые, аксиома, постулат

TO THE QUESTION ABOUT PARALLEL

Cherkasov M.Y.

Irkutsk, e-mail: cherkasovmy@yandex.ru

Two aspects of a question on parallel straight lines are considered (examined). First, Lobachevski's assumption that through a point outside of a straight line it is possible to lead(carry out) two straight lines parallel given, actually means, that some parallel can be crossed, since if the straight lines parallel to the same straight line, are parallel and among themselves. Second, it was found out, that Euclid's fifth postulate already for a long time is proved, since the straight line, perpendicular given, is defined(determined) uniquely.

Keywords: parallel and perpendicular straight lines, an axiom, a postulate

Вопрос о параллельных прямых фактически сводится к вопросу о пятом постулате Евклида: является ли этот постулат независимым от других аксиом и постулатов геометрии Евклида, либо его можно вывести из них. Многочисленные попытки доказать это оказались безрезультатными [1, с. 13-15].

«Один из обнадеживающих способов подхода к доказательству пятого постулата, которым пользовались геометры XVIII и первой половины XIX вв., состоял в следующем: пятый постулат заменяется его отрицанием или каким-либо утверждением, эквивалентным отрицанию» [1, с. 15].

«Великий русский математик Н.И. Лобачевский (1792–1856), которому принадлежит честь открытия новой геометрии – геометрии Лобачевского, также начал с попытки доказательства пятого постулата. <…> один из эквивалентов пятого постулата состоит в утверждении, что через точку вне данной прямой проходит не более одной прямой, параллельной данной. Лобачевский заменил пятый постулат следующим:

Через точку вне прямой на плоскости проходят две прямые, не пересекающие данную» [1, с. 17-18].

Это предположение заключает в себе более глубокий геометрический смысл: Лобачевский фактически предположил, что параллельные прямые могут пересекаться. Это следует из Предложения 30 Евклида: «<Прямые>, параллельные той же прямой, параллельны и между собой» [2, с. 41].

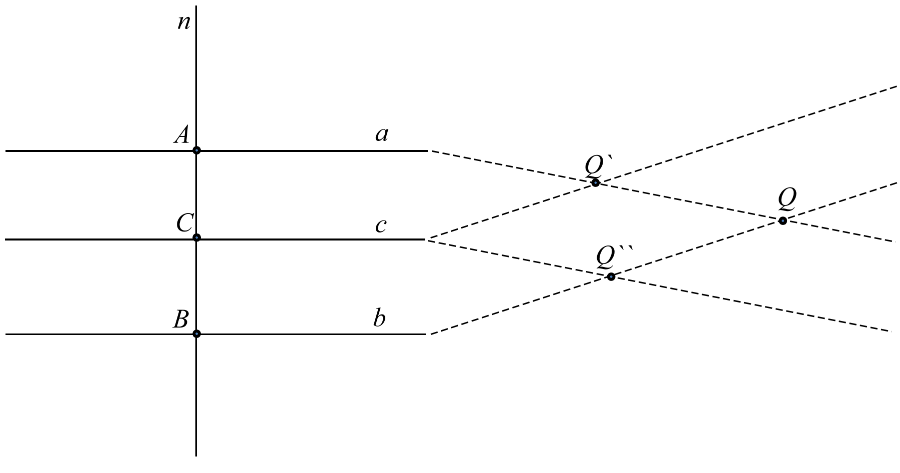

Рис. 1

Попробуем выяснить, при каких условиях это возможно. Возьмем произвольную прямую а (рис. 1).

Через произвольную точку A этой прямой проведем прямую n, перпендикулярную к ней, опираясь на Предложение 12 Евклида: «*К данной неограниченной прямой из заданной точки, на ней не находящейся, провести перпендикулярную прямую линию*» [2, с. 25]. На прямой n возьмем также произвольную точку B и через неё проведем прямую, параллельную исходной, что является возможным в соответствии с евклидовым Предложением 31: «*Провести через данную точку прямую линию, параллельную данной*» [2, с. 43]. Предположим, что прямые a и b пересекутся в точке Q. Теперь, выберем на прямой n ещё одну произвольную точку C, расположенную между точками A и B, и проведем через неё прямую c, параллельную a. Здесь возникает вопрос: где прямая c пересечет прямые a и b? Предполагая, что расстояние до точек их пересечения зависит от расстояния между ними, приходим к выводу: прямая c пересечет прямую a в точке Q', т.к. расстояние от прямой a до прямой c меньше чем до прямой b. С другой стороны, расстояние от прямой b до прямой c меньше чем расстояние до прямой a, значит точкой пересечения должна быть точка Q''. Данное противоречие говорит о том, что, если параллельные могут пересекаться, то все они будут пересекаться в одной точке Q. Следовательно, прямая n является геометрическим местом точек, равноудаленных от одной точки, т.е. является окружностью. Таким образом, в тех геометриях, где прямыми являются окружности, например, в геометрии на сфере, параллельные могут, как пересекаться, так и нет, что и кроется в предположении Лобачевского: две из трёх параллельных, пересекаясь между собой, не имеют общих точек с третьей.

Что же касается доказательства пятого постулата Евклида, то сложилась довольно странная ситуация: единственность параллельной уже давно доказана, но на это не обратили внимания. Так, доказательство его Предложения 31 в современном изложении звучит следующим образом: «Для этого достаточно через точку X провести прямую c, перпендикулярную a, а затем через эту точку провести прямую b, перпендикулярную c» [1, с. 42].

Евклид следующим способом доказывает Предложение 12: «Пусть данная неограниченная прямая есть AB, а данная не находящаяся на ней точка C. Вот требуется к данной неограниченной прямой AB из данной не находящейся на ней точки С провести перпендикулярную прямую линию (рис. 2). Возьмём по другую сторону прямой AB какую-нибудь точку D, из центра С раствором CD опишем круг EFH (постулат 3); прямую EH рассечём пополам в точке G (предложение 10) и соединим CH, CG, CE (постулат 1). Я утверждаю, что к данной неограниченной прямой AB из данной не находящейся на ней точки С проведена перпендикулярная прямая CG» [2, с. 25-26].

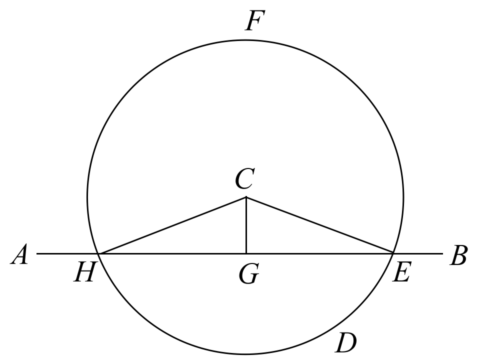

Рис. 2

Учитывая аксиому Гильберта: «Аксиома I_2. *Каковы бы ни были две точки A и B, существует не более одной прямой, которая проходит через эти точки*» [1, с. 23], приходим к заключению: прямая CG определяется *единственным образом*. Теперь, проводя через точку C прямую, перпендикулярную к прямой CG, понимаем, что и она определяется *единственным образом*. Это означает одно: *на плоскости через точку вне заданной прямой можно провести одну и только одну прямую, параллельную ей*. Таким образом, пятый постулат является следствием первого постулата Евклида и аксиомы I_2 Гильберта.

Список литературы

1. Погорелов А.В. Основания геометрии. – М.: Наука, 1968, 152 с.

2. Начала Евклида. Книги I-VI. Пер. с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва-Ленинград. 1950. 448 с.